مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۴، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۹، صفحه ۱۱۶-۱۰۳

مقیاس بندی، مدل‌سازی و کنترل ترافیک یک شبکه ریلی بین‌شهری واقعی با استفاده از جبر بیشینه جمع و کنترل‌کننده پیش‌بین

بیژن معاونی[۱] ، مهرشاد شفاعتی[۲]

[۱] دانشیار دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، b.moaveni@kntu.ac.ir

[۲] دانش آموخته دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران

دریافت: ۱۳۹۶/۰۹/۳۰ ویرایش : ۱۳۹۷/۰۸/۰۴ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۰۲

چکیده: بازیابی تأخیر زمانی می‌تواند کارایی شبکه ریلی را بالابرده و جذابیت استفاده از حمل‌ونقل ریلی را در مقابل سایر صورت‌های حمل‌ونقل افزایش دهد. این مقاله به ارائه یک مدل دینامیکی جدیدی از سیستم راه‌آهن بین‌شهری می‌پردازد. مدل ارائه‌شده، یک سیستم گسسته پیشامد است که بر اساس انحراف از مدت‌زمان سفر و انحراف از زمان توقف قطارها تعریف می‌گردد. با توجه به وجود ایستگاه‌های فرعی متعدد در طول مسیر و امکان حل مسئله کنترل در زمان قابل‌قبول، از مقیاس بندی شبکه ریلی واقعی جمهوری اسلامی ایران به یک شبکه کوچک‌تر بدون از دست دادن صحت و کلیت مسئله استفاده‌شده است. از جبر بیشینه جمع به‌منظور مدل‌سازی دینامیک ترافیک در طول مسیر و از کنترل‌کننده پیش‌بین به‌منظور کنترل ترافیک استفاده‌شده است. هدف از طراحی سیستم کنترل، کاهش تأخیر زمانی حرکت قطارها در طول مسیر و از بین بردن آن با استفاده از کاهش زمان سفر قطارها در فاصله مابین ایستگاه‌ها و تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه‌ریزی‌شده در ایستگاه‌های رابط است. در بخش پایانی مقاله، نتایج شبیه‌سازی به‌منظور نمایش صحت عملکرد مدل پیشنهادی و همچنین عملکرد موفق سیستم کنترل پیش‌بین ارائه‌شده است. یادآور می‌گردد که در این مطالعه، مدل‌سازی و شبیه‌سازی بر اساس اطلاعات واقعی ترافیک در خطوط اصلی راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران انجام پذیرفته است.

کلمات کلیدی: مدل‌سازی دینامیکی ترافیک ریلی، جبر بیشینه جمع، کنترل پیش‌بین، بازیابی تأخیر زمانی.

Scaling, Modeling and Traffic Control of a Real Railway Network using Max-plus Algebra and Model Predictive Control

Bijan Moaveni, Mehrshad Shafaati

Abstract: Delay time recovery can increase the efficiency of the railway network and increase the attractiveness of railway transport against other transportation systems. This article presents a new dynamical model of railway system. The proposed model is a discrete event systems that is defined based on the deviation of travel time and deviation of stop time of trains. Due to the existence of multiple substations along the path and the possibility of solving the control problem at an acceptable time, the realization of the real railway network of the Islamic Republic of Iran into a smaller network has been used without losing the integrity of the issue. The Max-Plus is used to model the dynamics of traffic along the route and Model Predictive Control is used to control the traffic. The goals of the control system are reduction of time delay along the route and eliminate it by reducing the train travel time between stations and change in meeting or not meeting time scheduled trains in the interface stations. In the final section of the paper, simulation results are presented to show the validity of the proposed model as well as the successful performance of the MPC system. It should be noted that in this study, modeling and simulations have been done based on actual traffic information in the main lines of the Islamic Republic of Iran Railways.

Keywords: Dynamic Modeling of Railway Traffic, Max-Plus Algebra, Model Predictive Control, Time Delay Recovery.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]

۱-مقدمه

حمل‌ونقل ریلی به دلایل مختلف ازجمله سازگاری با محیط‌زیست، کاهش مصرف سوخت‌های فسیلی، سرعت قابل‌قبول در انتقال بار و مسافر و... از اهمیت بیشتری در مقابل سایر صورت‌های حمل‌ونقل برخوردار است. کاهش سرفاصله زمانی[1]، افزایش ظرفیت حمل بار و مسافر در شبکه ریلی، پیروی هر چه بیشتر از جداول زمانی[2]و بهبود ایمنی را می‌توان به‌عنوان اهداف کنترل اتوماتیک ترافیک[3] ریلی نام برد. خطوط راه‌آهن همواره در معرض اغتشاشات ناخواسته ازجمله زمان توقف[4] بیش‌ازحد در ایستگاه‌ها، مشکلات فنی و ... قرار می‌گیرند که عملکرد حرکتی قطارها را در سیستم ترافیک ریلی از جدول زمان‌بندی اولیه طراحی‌شده دور نموده و موجب کاهش محبوبیت حمل‌ونقل ریلی از دیدگاه مسافران و همچنین تحمیل هزینه‌های مختلف به سیستم ریلی می‌گردد. در خطوط راه‌آهن سراسری که مسافران از قبل بلیت تهیه‌کرده‌اند و زمان حرکت آن‌ها مشخص است، هنگام به وجود آمدن تأخیر قطارها نمی‌توانند از ایستگاه‌هایی که بلیت آن‌ها به‌عنوان مبدأ یا مقصد فروخته‌شده است بدون توقف عبور نمایند و می‌بایست در تمامی ایستگاه‌های برنامه‌ریزی‌شده توقف داشته باشند. بنابراین در خطوط راه‌آهن سراسری هنگام بروز تأخیر برای بازیابی آن از اقداماتی نظیر عدم ملاقات قطارهای برنامه‌ریزی‌شده در ایستگاه رابط و یا کاهش زمان سفر قطار در طول مسیر از طریق افزایش سرعت در طول مسیر حرکت بهره می‌برند. درحالی‌که در خطوط مترو، اگر تأخیر از حد مشخصی بیشتر باشد و حجم مسافران منتظر بر روی سکو در تعدادی از ایستگاه‌ها بیش‌ازحد مجاز باشد آنگاه قطارها می‌توانند برای بازیابی تأخیر از تعدادی ایستگاه‌ها بدون توقف عبور نمایند تا بتوانند هرچه سریع‌تر به ایستگاه‌های شلوغ اعزام‌شده و مسافران مجتمع بر روی سکو را منتقل نمایند که این عملیات سبب عدم مطابقت با جدول زمان‌بندی‌شده و نارضایتی مسافران را به همراه دارد. می‌توان متذکر شد که معمولاً مدت‌زمان تأخیر در خطوط مترو در حد چندین ثانیه هست اما در خطوط راه‌آهن سراسری مدت‌زمان تأخیر در حد چند دقیقه و بیشتر است. باید متذکر شد که یکی از اهداف مهم در سیستم‌های حمل‌ونقل ریلی در بخش انتقال مسافران، افزایش آسایش مسافران و جلب رضایت آن‌ها هست [۱].

به‌طورکلی استراتژی‌های متعددی برای مدل‌سازی و کنترل ترافیک وجود دارد که می‌توان تنظیم ترافیک[5]، جبر بیشینه جمع[6]، پتری نت[7] و اتوماتای سلولی[8] را به‌عنوان مهم‌ترین روش‌های آن نام برد [۲] و [۳].در دهه‌های اخیر تحقیقات زیادی درزمینه‌ی بازیابی جدول زمان‌بندی انجام‌شده است که از مقالات مربوط به این حوزه می‌توان به چند نمونه مهم زیر اشاره کرد:

در [۲] یک مدل ترافیکی از حرکت متناوب قطارها در یک شبکه ریلی و کنترل‌کننده پیش‌بین برای مدیریت ترافیکی آنلاین جدول زمان‌بندی معرفی می‌شود. هدف اصلی کنترل‌کننده بازیابی تأخیرها به یک روش بهینه با تغییر زمان اعزام قطارها، عدم ملاقات قطارها و در یک مورد خاص اگر خطوط چندگانه بین ایستگاه‌ها وجود داشته باشد، با توزیع قطارها در خطوط دیگر با استفاده از مدل بیشینه جمع خطی هست. در [۳] یک مدل گسسته پیشامد برای خطوط مترو ارائه‌شده است که شامل زمان اعزام حرکت قطارها، مدت‌زمان توقف در هر ایستگاه و بیان تأثیر حجم مسافران موجود در ایستگاه بر روی زمان توقف هست. این تحقیق که از اولین تحقیقات در بحث مدل‌سازی و کنترل زمان اعزام است با اشاره به ناپایداری ذاتی در سیستم‌های ترافیک ریلی به مدل‌سازی دینامیک زمان اعزام، ارائه کنترل بلادرنگ به‌منظور تنظیم ترافیک و بازیابی تأخیر زمانی پرداخته است. در این مقاله از تنظیم‌کننده مربعی خطی[9] به‌منظور تنظیم ترافیک و بازیابی تأخیر استفاده‌شده است. در [۴] از مدل‌سازی مبتنی بر جبر بیشینه جمع و از کنترل‌کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل[10]، به‌منظور بازیابی تأخیر یک سیستم ریلی استفاده‌شده است که در آن جهت حداقل کردن یک تابع هدف می‌توان از حضور هم‌زمان تعدادی از قطارها در ایستگاه‌های دارای چند سکو صرف‌نظر نمود. در[۵] با استفاده از سیستم بیشینه جمع هدف بازیابی تأخیر در حضور هم‌زمانی حرکت قطارها کاملاً برآورده گردید. این الگوریتم در زمان اتفاق افتادن یک تداخل، با استفاده از یک تابع هزینه، جستجوی اولیه‌ای انجام می‌دهد تا مشخص گردد کدام قطارها اولویت بیشتری جهت حرکت‌دارند. در [۶] و [۷] باهدف بازیابی تأخیر با تغییر زمان اعزام حرکت قطارها، به مدل‌سازی سیستم ترافیکی می‌پردازد. به این منظور مدلی گسسته پیشامد با روش سوییچینگ بیشینه جمع ارائه می‌کند و با به‌کارگیری کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین مبتنی بر مدل به بازیابی تأخیر می‌پردازد. در [۸] و [۹] یک الگوریتم برای محاسبه تأخیرهای انباشته‌شده در جدول زمانی یک شبکه ریلی معرفی می‌شود. سیستم ریلی با سیستم‌های خطی بیشینه جمع برای انباشتگی تأخیرها مدل‌سازی می‌شود. انواع مختلف تأخیرها و رفتار آن‌ها موردبحث قرار می‌گیرد، که شامل تأخیرهای اولیه و ثانویه، تأخیرهای ساختاری، تأخیرهای تناوبی و تأخیرهای انفجاری هست. در [۱۰] هدف اصلی بازیابی تأخیرها به بهترین روش با عدم ملاقات قطارها، تغییر آرایش قطارها و یا افزایش سرعت قطارها هست. کنترل بهینه برای بازیابی تأخیر در شبکه ریلی معرفی می‌شود و نشان داده می‌شود که مسئله با جبر بیشینه جمع و یا الگوریتم ژنتیک حل می‌شود.

[1] Time Headway
[2] Timetable
[3] Automatic Traffic Control
[4] Dwel Time
[5] Traffic Regulation
[6] Max - Plus
[7] Petri Net
[8] Cellular Automata
[9] Linear Quadratic Regulator (LQR)
[10] Model Predictive Control (MPC)

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]

ازجمله پژوهش‌های که در داخل کشور در ارتباط با مسئله کنترل ترافیک ریلی انجام‌شده است می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

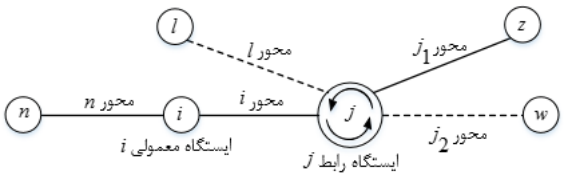
در [۱۱] مدل گسسته-پیشامدی با در نظر گرفتن تأثیر تعداد مسافران موجود در هر سکو تعداد مسافران موجود در هر قطار برای مدل نمودن زمان‌بندی حرکت قطارها ارائه و نقش مسافران در زمان‌های اعزام سیستم ترافیک ریلی به‌طور کامل در نظر گرفته‌شده است. تابع هزینه‌ای بر اساس سه نوع نارضایتی مسافران از سرویس‌دهی سیستم حمل‌ونقل مترو، پیشنهاد داده‌شده است. با استفاده از کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین، یک قانون کنترلی به‌دست‌آمده و تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته نیز موردبررسی قرارگرفته است. در [۱۲] مدل ارائه‌شده برای توصیف دینامیک ترافیک خطوط مترو، یک نمایش گسسته پیشامد غیرخطی است که بر اساس انحراف از زمان اعزام قطارها در یک مسیر رفت و برگشتی بیان گردیده و برخلاف مدل‌های پیشین پدیده انتقال ضربه‌ای تأخیر نیز باهدف نمایش واقعی از نحوه عملکرد حرکت قطارها در آن لحاظ گشته است. برای بازیابی تأخیر از کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی استفاده‌شده و تابع هزینه‌ای نیز بر مبنای کاهش تأخیر زمان اعزام قطارها و همچنین افزایش رضایت مسافران لحاظ گشته است. همچنین باهدف ایجاد امکان پیاده‌سازی واقعی، نقش قیود واقعی بر روی سیگنال کنترلی و سرفاصله زمانی اعزام قطارها در فرایند طراحی کنترل‌کننده لحاظ گشته است.

در این مقاله، مسئله مدل‌سازی دینامیک ترافیک در مورد سه مسیر قزوین – مشهد، ساری – گرمسار و کاشان – تهران از خطوط راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران مدنظر قرارگرفته است که در هر یک از مسیرهای فوق یک قطار سیر می‌کند. قابل‌توجه است که تاکنون مدل‌های ارائه‌شده در مراجع مرتبط با حوزه کنترل ترافیک ریلی با استفاده از استراتژی بیشینه جمع، مدل‌های ساده‌ای از حرکت قطارها را مدنظر قرار داده‌اند و مدل واقعی از مسیر حرکت مدنظر نبوده است که در این مقاله از یک شبکه واقعی ریلی استفاده‌شده است. در روند مدل‌سازی ترافیک در مسیرهای ذکرشده ایستگاه‌های اصلی و فرعی متعددی وجود دارد که مسئله مدل‌سازی و سپس محاسبات کنترل را با مشکل جدی مواجه می‌نماید. لذا در مسئله مدل‌سازی، مقیاس بندی مسیر واقعی به‌منظور ساده‌تر شدن مسئله مدل‌سازی و محاسبه سیگنال کنترل، ضمن جلوگیری از غیرواقعی شدن مدل یک مسئله مهم است. از جبر بیشینه جمع به‌منظور مدل‌سازی دینامیک ترافیک در طول مسیر و از کنترل‌کننده پیش‌بین به‌منظور کنترل ترافیک استفاده‌شده است. این کنترل‌کننده با تولید سیگنال کنترلی جهت تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه‌ریزی‌شده در ایستگاه‌های رابط و کاهش زمان سفر بین دو ایستگاه متوالی به بازیابی تأخیر می‌پردازد. همچنین باهدف ایجاد امکان پیاده‌سازی واقعی، نقش قیود و محدودیت‌های واقعی بر روی سیگنال کنترلی در فرایند طراحی کنترل‌کننده لحاظ شده است. لازم به ذکر است که تمامی اطلاعات زمانی موجود در مقاله از جدول زمان‌بندی مربوط به فصل پاییز سال ۱۳۹۵ از شرکت راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران استخراج‌شده است.

مطالب این مقاله بدین‌صورت تنظیم‌شده است که در بخش دوم علائم و اصطلاحات موردنیاز جهت درک بهتر مفاهیم ارائه‌شده در مقاله، معرفی می‌گردد. در بخش سوم مقاله، به مدل‌سازی دینامیک زمان اعزام قطارها در خطوط راه‌آهن سراسری می‌پردازد. در بخش چهارم به طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل برای سیستم ترافیکی و تابع هزینه‌ای به‌منظور بهینه‌سازی و بازیابی تأخیر خواهیم پرداخت. بخش پنجم به مقیاس بندی خطوط ریلی در راه‌آهن سراسری خواهد پرداخت. در بخش آخر، نتایج شبیه‌سازی به‌منظور نمایش عملکرد سیستم ترافیکی در چهار استراتژی بدون حضور کنترل‌کننده، تأثیر کنترل‌کننده با روش کاهش زمان سفر، تأثیر کنترل‌کننده با روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه‌ریزی‌شده در ایستگاه رابط و تأثیر کنترل‌کننده با استفاده از ترکیب هر دو روش کاهش زمان سفر و تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه‌ریزی‌شده در ایستگاه رابط ارائه می‌شود.

۲- معرفی علائم و اصلاحات

در این بخش به‌منظور توصیف مدل‌سازی خطوط راه‌آهن به ارائه تعاریفی پرداخته می‌شود. سیستم ترافیکی به‌صورت یک خط باز[11]در نظر گرفته می‌شود که تعدادی قطار در آن در حال حرکت هستند به‌طوری‌که قطارها از یک مبدأ وارد مسیری که ابتدا و انتهای آن باز است می‌شوند. لازم به ذکر است که شبکه ریلی موردمطالعه در این تحقیق، ساختار کلی به‌صورت شکل ۱ دارد.



شکل ۱: نمونه‌ای از شبکه ریلی که امکان جابجایی مسافر در ایستگاه رابط j را نشان می‌دهد.

محور[12]: خط مابین دو ایستگاه متوالی محور نامیده می‌شود که در شکل ۱ محورها معرفی‌شده است.

مسیر[13]: به مجموعه‌ای از محورهای متوالی مسیر می‌گویند که هر مسیر دارای مبدأ و مقصد منحصربه‌فرد هست. در شکل ۱ مسیرهای متفاوتی وجود دارد که از بین آن‌ها می‌توان به $n-i-j-z$ و $l-j-w$ اشاره کرد.

ایستگاه اصلی[14]: ایستگاه‌های پرجمعیت مسافری یا باری که شامل تعداد زیادی از مناطق مسکونی یا مکان‌های صنعتی هست که به دو نوع ایستگاه

[11] Open line
[12] Track
[13] Route
[14] Main Station

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]

رابط و معمولی دسته‌بندی می‌شود. در شکل ۱ بنا به تعریف بالا هرکدام از ایستگاه‌ها می‌توانند اصلی یا فرعی باشند ولی قطعاً ایستگاه رابط j یک ایستگاه اصلی است.

ایستگاه فرعی[15]**:** ایستگاه‌هایی که دارای جمعیت کم و تعداد مکان‌های صنعتی خیلی کم هست و فقط شامل ایستگاه‌های معمولی می‌باشند.

ایستگاه معمولی[16]**:** این ایستگاه‌ها می‌توانند جزء هر دودسته ایستگاه‌های اصلی و فرعی باشند و ایستگاهی است که فقط مابین دو ایستگاه قرار دارد و در آن هیچ‌گونه عملیات تعویض قطار توسط مسافران انجام نمی‌شود و این ایستگاه فقط می‌تواند مبدأ یا مقصد برای مسافران باشد. در شکل ۱ ایستگاه‌های n, i, z, w, l ایستگاه‌های معمولی می‌باشند زیرا هیچ‌گونه عملیات تعویض قطار در این ایستگاه‌ها رخ نمی‌دهد و مسافران در این ایستگاه‌ها فقط می‌توانند از قطار پیاده شده یا بر آن سوار شوند.

ایستگاه رابط[17]**:** ازجمله ایستگاه‌های اصلی بوده و ایستگاهی است بین دو یا چند ایستگاه که محل تقاطع دو یا چند محور از مسیرهای مختلف هست و به‌منظور برقراری ارتباط بین دو یا چند ایستگاه ایجاد می‌گردد که در شکل ۱ ایستگاه j یک ایستگاه رابط است. ایستگاه رابط علاوه بر اینکه می‌تواند مبدأ یا مقصد برای مسافران باشد، در آن امکان تعویض قطار توسط مسافران نیز وجود دارد. لذا مسافرانی که سوار یک قطار از یک مسیر خاص می‌باشند در این ایستگاه می‌توانند از قطار خود پیاده شده و سوار قطار دیگری که مختص مسیر دیگری هست، شوند. در شکل ۱ مسافرانی که در داخل قطار مسیر $n-i-j-z$ می‌باشند، در ایستگاه رابط j می‌توانند از قطار خود پیاده شده و منتظر ورود قطار مسیر $l-j-w$ به ایستگاه رابط j مانده و سپس بر آن قطار سوار شوند.

ملاقات هم‌زمان قطارها[18]**:** هرگاه دو قطار از دو مسیر متفاوت به‌طور هم‌زمان به یک ایستگاه رابط برسند ملاقات هم‌زمان گوییم که در این حالت هر دو قطار باید زمان کافی برای مسافرانی که قصد تعویض قطار خود را دارند توقف نمایند. به‌عنوان‌مثال در شکل ۱ هنگامی‌که قطارهای مسیر $n-i-j-z$ و $l-j-w$ به ایستگاه رابط j می‌رسند، ملاقات هم‌زمان نامیده می‌شود.

تذکر: همان‌طور که می‌دانید هر ایستگاه می‌تواند اعم از معمولی یا رابط دارای چندین محور خروجی یا ورودی باشد، به‌عنوان‌مثال در شکل ۱ ایستگاه j دارای محورهای خروجی j_1, j_2 و محورهای ورودی l, i هست.

متغیرها و علائم بکار گرفته‌شده در این تحقیق در جدول ۱ معرفی‌شده است. لازم به ذکر است که در این مقاله تمامی پارامترهایی که در اندیس بالای آن‌ها از پارامتر S به‌صورت (^{S*}) استفاده‌شده است مربوط به ایستگاه‌ها/محورهای فرعی می‌باشند و همچنین منظور از قطار j قطاری است که روی محور j قرار دارد و منظور از ایستگاه j ایستگاه مبدأ محور j هست.

جدول ۱: معرفی علائم

علائم	تعاریف
d_j	زمان اعزام واقعی قطار j از ایستگاه j
D_j	زمان اعزام نامی قطار j از ایستگاه j
$t_{l,j}$	زمان تعیین‌کننده ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای l و j در ایستگاه رابط j
$C_{l,j}$	حداکثر هزینه مربوط به عدم ملاقات قطارهای l و j در ایستگاه رابط j
$M_{l,j}$	تابع هزینه ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای l و j در ایستگاه رابط j
$U_{l,j}$	متغیر کنترلی تعیین ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای l و j در ایستگاه رابط j
C_i	هزینه مربوط به کاهش زمان سفر قطار i
T_i	تابع هزینه کاهش زمان سفر قطار i
V_i	متغیر کنترلی تغییر زمان سفر در محور i
C^i	هزینه مربوط به انحراف از زمان اعزام قطار i
F^i	تابع هزینه انحراف از زمان اعزام قطار i
R_i	زمان سفر نامی محور i ام
$r_i^{\min}$	حداقل زمان سفر محور i ام
S_i^j	زمان توقف نامی قطار i در ایستگاه j
M_l^j	زمان جابجایی نامی مسافران قطارهای l و j در ایستگاه رابط j
V_k^s	متغیر کنترلی تغییر زمان سفر در محور فرعی k (بین دو ایستگاه فرعی متوالی)
R_k^s	زمان سفر نامی محور فرعی k ام
S_k^s	زمان توقف نامی در ایستگاه فرعی k
R	نسبت بین زمان سفر نامی دو ایستگاه فرعی متوالی به دو ایستگاه اصلی متوالی
$A_{R,i}$	اغتشاش وارده به زمان سفر نامی محور i ام
$A_{S,j}$	اغتشاش وارده به زمان توقف نامی ایستگاه j ام
N	تعداد محورهای موجود در شبکه

[15] Sub Station
[16] Normal Station
[17] Connection Station
[18] Train Crossing

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]

۳- مدل‌سازی دینامیک زمان اعزام قطارها

در حالت کلی برای تعیین مقادیر i، j و l که در شکل ۱ نمایش داده شد به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱. مجموعه تمامی قطارهای ممکن در یک شبکه ریلی برابر تعداد محورها بوده و لذا با تعریف مجموعه $\hat{J}:[1,N]$ می توان شماره قطارها را در این مجموعه مشخص کرد. به عنوان مثال، اندیس j که مختص قطار جلویی یک مسیر نمونه است، در داخل بازه مذکور به صورت $j\in\hat{J}$ قرار می گیرد.

۲. مشابه ۱، برای مجموعه قطارهای ممکن که پس از قطار اول در یک مسیر حرکت می کنند، مجموعه $\hat{I}:[1,N-1]$ تعریف شود. به عنوان مثال، اندیس i که مختص قطاری است که در یک مسیر نمونه (در جهت حرکت قطار j و پشت سر آن) پشت سر قطار اول جرکت می کند، در مجموعه مذکور به صورت $i\in\hat{I}$ قرار می گیرد.

۳. اگر مجموعه $\hat{L}$ شامل تمامی محورهای ختم شونده به ایستگاه‌های رابط موجود در شبکه باشد، به‌طوری‌که محورهای مجموعه $\hat{L}$ با محورهای شروع شونده از ایستگاه‌های رابط تشکیل مسیر ندهد آنگاه $l\in\hat{L}$ هست.

لازم به ذکر است که در فرایند مدل‌سازی اصول و قواعدی بر روی زمان اعزام واقعی وجود دارد که با در نظر گرفتن این قواعد می‌توان معادله زمان اعزام واقعی را به دست آورد. با توجه به شکل ۱ این قواعد و اصول موجود بر روی زمان اعزام واقعی عبارت‌اند از:

۱- قطار در هر محور نباید قبل از زمان اعزام نامی اعزام شود:

$$d_j \geq D_j \qquad (۱)$$

۲- اگر قطار j که قصد اعزام از ایستگاه j را دارد همان قطار i باشد که قبلاً از ایستگاه i به سمت ایستگاه j اعزام‌شده و رسیده است، آنگاه قطعاً رابطه (۲) برقرار است:

$$d_j \geq d_i + R_i + S_i^j + A_{S,j} + A_{R,i} \qquad (۲)$$

۳- اگر محور l و محور j در ایستگاه رابط j باهم تقاطع داشته باشند آنگاه اگر قطار j منتظر رسیدن قطار l به ایستگاه رابط j بماند و پس‌ازاینکه تعدادی از مسافران یا تمامی مسافران هر دو قطار، قطار خود را تعویض کردند اعزام شود رابطه (۳) می‌بایست برقرار باشد.

$$d_j \geq d_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} \qquad (۳)$$

و اگر قطار j منتظر رسیدن قطار l به ایستگاه رابط j نمانده و اعزام شود رابطه (۴) لازم است برقرار باشد.

$$d_j < d_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} \qquad (۴)$$

۴- حال با معرفی سیگنال کنترلی $U_{l,j}$ می‌توان روابط (۳) و (۴) را ترکیب کرده و به رابطه (۵) تبدیل کرد:

$$d_j \geq d_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} + U_{l,j} \qquad (۵)$$

حال می‌توان رابطه (۶) را برای حداقل مقدار زمان اعزامی (d_j) که تمامی روابط (۱)، (۲) و (۵) را برآورده می‌کند و به عبارتی تجمیع اثر تمامی شرایط (۱)، (۲) و (۵) است را ارائه کرد.

$$d_j = \max\left\{\begin{array}{l} D_j \ , \max\limits_{i\in\hat{I}}\left\{d_i + R_i + S_i^j + A_{S,j} + A_{R,i}\right\} \ , \\ \max\limits_{l\in\hat{L}}\left\{d_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} + U_{l,j}\right\} \end{array}\right\} \qquad (۶)$$

علاوه بر سیگنال کنترلی $U_{l,j}$ برای بازیابی تأخیرها می‌توان از سیگنال کنترلی V_i جهت کاهش زمان سفر مابین ایستگاه‌ها استفاده کرد که در هر دو نوع ایستگاه معمولی و رابط کاربرد دارد. ازآنجاکه در راه‌آهن سراسری هر مسافر فقط می‌تواند سوار قطاری که شماره آن روی بلیت ذکرشده است شود، پس دیگر دلیلی بر افزایش زمان سفر (همانند مترو) وجود ندارد، لذا باید همواره $V_i \leq 0$ باشد. درنهایت رابطه (۶) به‌صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$d_j = \max\left\{\begin{array}{l} D_j \ , \max\limits_{i\in\hat{I}}\left\{D_i + R_i + S_i^j + A_{S,j} + A_{R,i} + V_i\right\} \ , \\ \max\limits_{l\in\hat{L}}\left\{D_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} + V_l + U_{l,j}\right\} \end{array}\right\} \qquad (۷)$$

با توجه به رابطه (۷) زمان اعزام واقعی قطار j برابر با مقدار حداکثر سه عبارت زیر هست:

- زمان اعزام نامی قطار j
- اگر ایستگاه j یک ایستگاه معمولی باشد آنگاه زمانی قطار j اعزام می‌شود که قطار i که همان قطار j در ایستگاه قبلی است به ایستگاه معمولی j رسیده باشد.
- اگر ایستگاه j یک ایستگاه رابط باشد آنگاه قطار j می‌تواند زمانی اعزام شود که قطار l که با قطار j در ایستگاه رابط j تقاطع دارد به ایستگاه j رسیده باشد و یا اینکه قطار l به ایستگاه j نرسیده باشد که در این حالت شرکت راه‌آهن شامل پرداخت جریمه می‌شود که باید به مسافران قطار l پرداخت گردد[۱۳].

۴- طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل

کنترل‌کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل بر اساس مدل صریحی از سیستم، رفتار آینده فرایند را پیش‌بینی و کنترل می‌کند. این دسته از کنترل‌کننده‌ها با حداقل کردن انحراف متغیرهای کنترل شونده از مقدار مطلوبشان از

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]

طریق حداقل سازی تابع هزینه که بر مبنای مربعات خطاهای پیش‌بینی سیستم نوشته می‌شود به قانون کنترلی بهینه دست پیدا می‌کنند. با توجه به وجود قیود حاکم بر مسئله، یافتن حل بهینه جامع برای تابع هزینه به‌صورت تحلیلی و به‌سادگی ممکن نبوده و در این موارد از حل‌های عددی استفاده می‌شود[۱۳].

٤-۱- تابع هزینه و قیود حاکم بر مسئله

همان‌گونه که پیش‌تر اشاره شد هدف مدنظر در کنترل ترافیک ریلی، بازیابی تأخیر در یک سیستم ترافیکی ریلی است. برای این هدف به تابع هزینه‌ای در جهت دست یافتن به اهداف سیستم ترافیکی نیاز خواهیم داشت که حداقل کردن آن بتواند موجب دست یافتن به قانون کنترل بهینه و اهداف مدنظر ذکرشده در بخش مقدمه گردد.

تابع هزینه پیشنهادی به‌صورت رابطه (۸) مشتمل بر سه بخش J_1، J_2 و J_3 است.

$$J = J_1 + J_2 + J_3 \tag{۸}$$

۱. بخش اول تابع هزینه (J_1):

هدف این بخش از تابع هزینه، تضمین پیروی سیستم ترافیک ریلی (زمان اعزام قطارها) از جدول زمان‌بندی است. لذا J_1 به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$J_1 = \alpha . \sum_{i \in \hat{I}} F^i \tag{۹}$$

که:

$$F^i = C^i \left(d_i - D_i \right) \tag{۱۰}$$

واضح است که با توجه به رابطه (۱۰)، F^i همواره نا منفی هست.

۲. بخش دوم تابع هزینه (J_2):

هدف بخش دوم تابع هزینه مربوط به ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای j و l است. به این منظور J_2 تعریف می‌شود:

$$J_2 = \beta . \sum_{j \in \hat{J}} \sum_{l \in \hat{L}} M_{l,j} \tag{۱۱}$$

که:

$$M_{l,j} = \begin{cases} 0 & t_{l,j} \le 0 \\ \left(\dfrac{C_{l,j}}{M_l^j} \right) * t_{l,j} & 0 < t_{l,j} < M_l^j \\ C_{l,j} & t_{l,j} \ge M_l^j \end{cases} \tag{۱۲}$$

در رابطه (۱۲) و به‌منظور ایجاد شرایط مختلف ملاقات دو قطار، متغیر $t_{l,j}$ را می‌توان با توجه به رابطه (۷) برای تعیین ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای l و j به‌صورت (۱۳) تعریف نمود:

$$t_{l,j} = D_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} + V_l - d_j \tag{۱۳}$$

با توجه به رابطه (۱۳) سه حالت زیر ممکن است اتفاق بیفتد:

- اگر $t_{l,j} \le 0$ باشد آنگاه مقدار زمان کافی برای تمامی مسافران قطارهای l و j وجود دارد تا قطار خود را تعویض نمایند. در این حالت مقدار هزینه $M_{l,j}$ صفر هست.
- اگر $0 < t_{l,j} < M_l^j$ باشد آنگاه مقدار زمان کمی برای مسافران قطارهای l و j وجود دارد تا قطار خود را تعویض نمایند و مسافران باید سریع‌تر قطارهای خود را تعویض نمایند. در این حالت مقدار $M_{l,j}$ برابر با درصدی از بیشترین مقدار خود ($C_{l,j}$) هست.
- اگر $t_{l,j} \ge M_l^j$ باشد آنگاه قطار j ایستگاه رابط j را قبل از اینکه قطار l به ایستگاه رابط j برسد ترک می‌کند. در این حالت مقدار $M_{l,j}$ بیشترین مقدار خود ($C_{l,j}$) را داراست.

۳. بخش سوم تابع هزینه (J_3):

بخش سوم تابع هزینه، باهدف حداقل کردن تغییرات زمان سفر به‌صورت (۱۴) ارائه‌شده است:

$$J_3 = \gamma . \sum_{i \in \hat{I}} T_i \tag{۱۴}$$

که:

$$T_i = C_i (V_i)^2 \tag{۱۵}$$

در (۱۵) V_i نشانگر تغییر زمان سفر مختص تمامی محورهای مابین ایستگاه‌ها اعم از ایستگاه‌های رابط و معمولی هست.

در روابط (۹)، (۱۱) و (۱۴)، پارامترهای α، β و γ ضرایب وزنی به ترتیب برای تعیین اهمیت هر یک از توابع هزینه F^i، $M_{l,j}$ و T_i می‌باشند. لازم به ذکر است پارامتر β بدون واحد بوده، پارامتر α دارای واحد ($\frac{1}{\text{واحد زمان}}$) و پارامتر γ دارای واحد ($\frac{1}{(\text{واحد زمان})^2}$) می‌باشند. درنهایت باید گفت مقادیر بهینه متغیرهای V_i و $U_{l,j}$ مقادیری هستند که در رابطه (۸) مقدار J را حداقل نمایند.

۴-۱-۱ قیود عملیاتی حاکم بر مسئله

علاوه بر مدل‌سازی و تعریف تابع هزینه مناسب، ازجمله نکات دیگری که در تعریف و طراحی صحیح سیستم کنترل و عملیاتی شدن آن نقش مهمی دارد قیود و محدودیت‌هایی است که می‌بایست بر روی متغیرهای سیستم کنترل تعریف شود. در این بخش دو قید حاکم بر متغیر کنترل زمان سفر و قید حاکم بر تلاش کنترلی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه رابط معرفی می‌شوند:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]

- قید حاکم بر تلاش کنترلی کاهش زمان سفر

همان‌گونه که توضیح داده شد سیگنال کنترلی اعمالی به‌منظور پایدارسازی سیستم نباید تناقض با مسائل مربوط به بهره‌برداری داشته باشد. به‌عبارت‌دیگر، کاهش زمان سفر درنتیجه افزایش سرعت قطار هست و ازآنجایی‌که سرعت در طول خط دارای محدودیت است، لذا محدودیت بر روی سیگنال کنترلی که موجب تغییر زمان سفر می‌گردد می‌بایست در طراحی کنترل‌کننده لحاظ گردد. ازآنجاکه در خطوط راه‌آهن سراسری و کنترل ترافیک با استفاده از روش جبر بیشینه جمع سیگنال کنترلی همواره نامثبت بوده و هدف آن صرفاً افزایش سرعت هست تا زمان سفر را کاهش دهد، درنتیجه حد بالای سیگنال کنترل صفرمی باشد. حد پایین سیگنال کنترل نیز متناظر اختلاف بین زمان سفر نامی و حداقل زمان سفر هست. واضح است که اگر سیگنال کنترلی حداقل مقدار خود را بگیرد، زمان سفر حداقل گشته و با حداکثر سرعت باید مسیر طی شود:

$$r_i^{\min} - R_i \le V_i \le 0 \qquad (۱۶)$$

- قید حاکم بر تلاش کنترلی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه رابط

همان‌گونه که توضیح داده شد سیگنال کنترلی اعمالی به‌منظور پایدارسازی سیستم نباید تناقض با مسائل مربوط به بهره‌برداری داشته باشد. ازآنجایی‌که بهره‌برداری و ظرفیت در طول خط دارای محدودیت است، لذا محدودیت بر روی سیگنال کنترلی که تعیین‌کننده ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه رابط هست می‌بایست در طراحی کنترل‌کننده لحاظ گردد. در خطوط راه‌آهن سراسری و کنترل ترافیک با استفاده از روش جبر بیشینه جمع هدف سیگنال کنترلی افزایش ظرفیت خط به همراه جابجایی مسافران در ایستگاه رابط هست. حد بالای $U_{l,j}$ به‌گونه‌ای باید باشد تا بهینه‌سازی رعایت شود و نیز از جدول زمان‌بندی پیروی شود و حد پایین $U_{l,j}$ نیز به‌گونه‌ای در نظر گرفته می‌شود که مقدار آن بینهایت نشود. حال اگر در رابطه (۷) مقدار عبارت‌ها را برای سهولت نمایش به‌صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$G1 = \max_{i \in \hat{I}} \left\{ D_i + R_i + S_i^j + A_{S,j} + A_{R,i} + V_i \right\} \qquad (۱۷)$$

$$G2 = D_l + R_l + M_l^j + A_{R,l} + V_l \qquad (۱۸)$$

آنگاه می‌توان رابطه (۷) را به‌صورت زیر خلاصه نمود:

$$d_j = \max \left\{ D_j \ , \ G1 \ , \max_{l \in \hat{L}} \left\{ G2 + U_{l,j} \right\} \right\} \qquad (۱۹)$$

حال می‌توان محدوده $U_{l,j}$ را به‌صورت رابطه (۲۰) نمایش داد:

$$\min\left(D_j \ , \ G1 \right) - G2 \le U_{l,j} \le \max\left(D_j \ , \ G1 \right) - G2 \qquad (۲۰)$$

٤-۲- الگوریتم کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل

در این قسمت الگوریتمی از اعمال بهینه‌سازی را مشاهده می‌کنیم:

مرحله اول: مقدار $j = 1$ قرار داده شود.

مرحله دوم: تعریف محدودیت لازم برای V_i و $U_{l,j}$ با توجه به رابطه (۱۶) و (۲۰).

مرحله سوم: اگر مقدار $j >= 2$ بود آنگاه مقدار $i = j - 1$ خواهد بود.

مرحله چهارم: اگر j محوری باشد که از ایستگاه رابط j شروع می‌شود آنگاه l آن عضوی از مجموعه $\hat{L}$ هست که به ایستگاه رابط j ختم می‌شود.

مرحله پنجم: با قرار دادن پارامترهای مشخص زمان سفر نامی، زمان توقف نامی، زمان جابجایی نامی و همچنین مقادیر اغتشاش زمان سفر و اغتشاش زمان توقف در رابطه (۷) مقدار d_j برحسب $U_{l,j}$ و V_i محاسبه می‌شود.

مرحله ششم: d_j به‌دست‌آمده از مرحله چهارم را در رابطه (۱۰) قرار داده و مقدار F^i برحسب $U_{l,j}$ و V_i محاسبه می‌شود.

مرحله هفتم: حال با داشتن مقادیر پارامترهای رابطه (۷) مقدار $t_{l,j}$ مطابق رابطه (۱۳) به دست می‌آید.

مرحله هشتم: با قرار دادن $t_{l,j}$ در رابطه (۱۲) و پارامترهای مشخص M_l^j و $C_{l,j}$ مقدار $M_{l,j}$ برحسب $U_{l,j}$ محاسبه می‌شود.

مرحله نهم: با قرار دادن C_i در رابطه (۱۵) مقدار T_i برحسب V_i محاسبه می‌شود.

مرحله دهم: با قرار دادن F^i، $M_{l,j}$ و T_i و تعیین ضرایب وزنی با توجه به اهداف طراح در رابطه (۸)، تابع هزینه به‌صورت تابعی صریح از $U_{l,j}$ و V_i بیان می‌شود.

مرحله یازدهم: استفاده از روش حل عددی بر مبنای الگوریتم SQP به‌منظور محاسبه $U_{l,j}$ و V_i با حداقل نمودن تابع هزینه.

مرحله دوازدهم: با قرار دادن $U_{l,j}$ و V_i در رابطه (۷) مقدار d_j برحسب زمان به دست می‌آید.

مرحله سیزدهم: به مقدار j یک واحد اضافه گشته و به مرحله سوم بازگردید، این فرایند به تعداد محورها تکرار می‌شود.

۵- مقیاس‌بندی شبکه ریلی

همان‌گونه که پیش‌تر گفته شد با توجه به وجود ایستگاه‌های فرعی متعدد در شبکه ریلی برای ساده نمودن فرایند مدل‌سازی و امکان حل مسئله کنترل در زمان قابل‌قبول، در این قسمت یک شبکه ریلی واقعی به شبکه کوچک‌تر مقیاس بندی می‌شود. با این عمل تعداد معادلات و زمان انجام محاسبات کنترل را کاهش داده، ضمن اینکه از دقت مدل و صحت نتایج کنترل نیز کاسته نمی‌شود. ازآنجاکه برای مسئله مدل‌سازی ترافیک و کنترل آن پارامترهای زمانی همچون زمان اعزام، زمان توقف و زمان سفر

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]

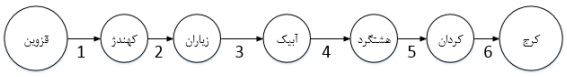
از/در ایستگاه‌ها از اهمیت زیادی برخوردار است، لذا تعدادی از ایستگاه‌های فرعی حذف گشته و اطلاعات زمانی ایستگاه‌های فرعی به ایستگاه‌های اصلی انتقال می‌یابد. در روش مقیاس بندی، زمان توقف ایستگاه فرعی را حذف نموده و مقدار آن به زمان توقف ایستگاه اصلی بعدازآن منتقل می‌شود. در حالت کلی می‌توان نشان داد که مطابق رابطه (۲۱) اگر محور اصلی i که مابین دو ایستگاه اصلی متوالی است و مابین این دو ایستگاه اصلی، a ایستگاه فرعی وجود داشته باشد، را به زیرمحورهای فرعی $k=1,2,3,...,a+1$ تقسیم کنیم، آنگاه می‌توان با محاسبه مجموع زمان‌های سفر نامی زیرمحورهای فرعی مقدار زمان سفر نامی بین دو ایستگاه اصلی متوالی را به دست آورد.

$$R_i = \sum_{k=1}^{a+1} R_k^s \qquad (۲۱)$$

رابطه (۲۲) نیز نشان می‌دهد اگر محور اصلی i که مابین دو ایستگاه اصلی متوالی است و مابین این دو ایستگاه اصلی، تعداد a ایستگاه فرعی وجود داشته باشد، را به زیرمحورهای فرعی $k=1,2,3,...,a+1$ تقسیم کنیم، آنگاه می‌توان با محاسبه مجموع زمان‌های توقف نامی قطار در ایستگاه‌های فرعی $k=1,2,....,a$ مقدار زمان توقف نامی در ایستگاه اصلی را به دست آورد:

$$S_i^j = \sum_{k=1}^{a} S_k^s \qquad (۲۲)$$

به‌منظور درک بهتری از توضیحات ارائه‌شده در بالا، شکل ۲ در مسیر ریلی قزوین – مشهد را در نظر بگیرید. مابین دو ایستگاه قزوین تا کرج ۵ ایستگاه فرعی وجود دارد و ۲ ایستگاه قزوین و کرج اصلی می‌باشند. با توجه به رابطه (۲۱) و جدول ۲ زمان سفر نامی بین ایستگاه قزوین و کرج برابر ۷۱ دقیقه هست و با توجه به رابطه (۲۲) و جدول ۲ زمان توقف نامی در ایستگاه کرج برابر با ۱۳ دقیقه هست.



شکل ۲: قسمتی از نقشه واقعی راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران در مسیر قزوین– کرج، شامل تمامی ایستگاه‌های اصلی و فرعی

تا اینجا یک مسئله واقعی به یک مسئله با مقیاس کوچک‌تر شبیه‌سازی شد. حال برای آنکه بتوان مسئله شبیه‌سازی‌شده را به مسئله واقعی اولیه تبدیل کرد نیاز به محاسبات دیگری است که بتوان نتایج مسئله مقیاس بندی شده را به مقادیر قابل‌استفاده در شبکه ریلی واقعی تبدیل نمود. بدین منظور ابتدا نسبت بین زمان سفر نامی دو ایستگاه فرعی متوالی و زمان سفر نامی دو ایستگاه اصلی متوالی را به دست آورده و پس از محاسبه V_i مربوط به دو ایستگاه اصلی متوالی، مقدار V_k^S مربوط به دو ایستگاه فرعی متوالی به دست می‌آید.

در رابطه (۲۳) نسبت بین زمان سفر نامی دو ایستگاه فرعی متوالی و زمان سفر نامی دو ایستگاه اصلی متوالی به دست می‌آید:

$$R = \frac{R_k^S}{R_i} \qquad (۲۳)$$

همان‌طور که گفته شد پس از محاسبه مقدار V_i با داشتن مقدار R می‌توان مقدار V_k^S را مطابق رابطه (۲۴) محاسبه کرد:

$$V_k^S = R.V_i \qquad (۲۴)$$

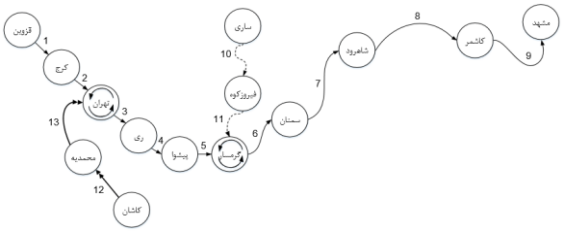
با توجه به شکل ۷ مقدار V_1 (سیگنال کنترلی کاهش زمان سفر در کل مسیر قزوین تا کرج) برابر با ۱۰- دقیقه هست. بنابراین مقدار زمان سفر جبران شده مابین هر دو ایستگاه فرعی متوالی با استفاده از رابطه (۲۴) در جدول ۲ نمایش داده‌شده است.

جدول ۲: جدول زمانی مسیر قزوین – کرج

شماره محور	ایستگاه مبدأ	ایستگاه مقصد	R_k^s (دقیقه)	S_i^j (دقیقه)	مسافت (کیلومتر)	R (درصد)	V_k^s (ثانیه)	D_j (دقیقه: ساعت)
۱	قزوین (اصلی)	کهن دژ (فرعی)	۱۲	۰	۱۷,۷	۱۶,۹	-۱۰۱	۰۱:۳۰
۲	کهن دژ	زیاران (فرعی)	۱۱	۰	۱۸	۱۵,۴۹	-۹۳	۰۱:۴۲
۳	زیاران	آبیک (فرعی)	۱۱	۷	۱۷,۱	۱۵,۴۹	-۹۳	۰۲:۰۰
۴	آبیک	هشتگرد (فرعی)	۱۱	۲	۱۶,۴	۱۵,۴۹	-۹۳	۰۲:۱۳
۵	هشتگرد	کردان (فرعی)	۱۱	۲	۱۸	۱۵,۴۹	-۹۳	۰۲:۲۶
۶	کردان	کرج (اصلی)	۱۵	۲	۱۷	۲۱,۱۲۲	-۱۲۷	۰۲:۳۹

۶- نتایج شبیه‌سازی

همان‌گونه که پیش‌تر اشاره شد، ساختار ترافیکی موردنظر در این تحقیق مربوط به بخشی از راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران به‌صورت نشان داده‌شده در شکل ۳ هست. ازآنجاکه هدف این مقاله جبران تأخیر در شبکه ریلی راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران با در نظر گرفتن نقش ایستگاه رابط و همراه با مسئله مقیاس بندی شبکه‌های واقعی هست، لذا اطلاعات زمانی واقعی از شرکت راه‌آهن استخراج و مسیرهایی از شبکه راه‌آهن که شامل ایستگاه‌های رابط می‌باشند، انتخاب‌شده است. ازآنجاکه در دوره تناوب یک‌روزه فقط در یک بازه زمانی خاص از روز قطارهای شبکه در ایستگاه‌های رابط ملاقات هم‌زمان دارند، لذا در هر یک از مسیرهای شبکه شکل ۳ فقط یک قطار سیر می‌کند. همان‌گونه که در شکل ۳ مشاهده می‌کنید، سه مسیر وجود دارد که قطار اول مسیر قزوین – مشهد، قطار دوم مسیر ساری – گرمسار و قطار سوم مسیر کاشان – تهران را طی می‌کنند. مسیرهای مذکور در شبکه ریلی واقعی مجموعاً شامل ۹۰ ایستگاه و ۸۸ محور می‌باشند. با توجه به توضیحات گفته‌شده در بخش ۵ مدل مقیاس بندی شده مجموعاً شامل ۱۴ ایستگاه و ۱۳ محور می‌شود.



شکل ۳: قسمتی از نقشه واقعی راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران در مسیر قزوین– کرج، شامل تمامی ایستگاه‌های اصلی و فرعی

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]

همان‌گونه که در شکل ۳ دیده می‌شود، ایستگاه‌های تهران و گرمسار ایستگاه‌های رابط می‌باشند که ملاقات قطارها در آن‌ها می‌تواند رخ دهد و مابقی ایستگاه‌ها به‌صورت ایستگاه معمولی در نظر گرفته‌شده‌اند. با توجه به شکل ۳ مسیر قزوین به مشهد شامل محورهای ۱ تا ۹ هست که با (⟶) به هم متصل شده‌اند، مسیر ساری – گرمسار شامل محورهای ۱۰ تا ۱۱ هست که با (⇢) به هم متصل شده‌اند و مسیر کاشان – تهران شامل محورهای ۱۲ تا ۱۳ هست که با (↠) به هم متصل شده‌اند. لازم به ذکر است که در شبیه‌سازی شکل ۳ مقادیر $\hat{J}:[1,13]$ ، $\hat{I}:[1,12]$ و $\hat{L}:\{11,13\}$ می‌باشند.

اطلاعات زمانی شبکه ترافیکی موردنظر شکل ۳ که شامل حداقل زمان سفر، زمان سفر نامی، زمان توقف نامی و زمان اعزام نامی هست در جدول ۳ نمایش داده‌شده است. به‌منظور درک بهتر از ساختار ترافیکی مدنظر در این تحقیق، اگر مسافری از ایستگاه ساری به سمت ایستگاه مشهد قصد سفر داشته باشد باید قطار ساری – گرمسار را سوار شده و در ایستگاه رابط گرمسار خط خود را عوض کرده و سوار قطار قزوین – مشهد شود. در مورد ایستگاه رابط تهران نیز می‌توان چنین گفت که اگر مسافری بخواهد از ایستگاه کاشان به ایستگاه مشهد برود باید قطار کاشان – تهران را سوار شده و در ایستگاه رابط تهران خط خود را عوض کرده و سوار قطار قزوین – مشهد شود. در بیشتر مواقع ایستگاه رابط یک امکان انتخاب مضاعف به مسافران می‌دهد که مسافران می‌توانند با توجه به علاقه خود از بین چندین مسیر یک مسیر را انتخاب نمایند.

در ادامه نتایج شبیه‌سازی و عملکرد سیستم در چهار سناریوی مختلف مطرح می‌شود:

- حلقه باز (بدون کنترل)
- کنترل با استفاده از تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه‌ریزی‌شده در ایستگاه رابط
- کنترل با استفاده از کاهش زمان سفر
- کنترل با استفاده از ترکیب کاهش زمان سفر همراه با تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه‌ریزی‌شده در ایستگاه رابط

جدول ۳: پارامترهای زمانی شبکه ریلی نشان داده‌شده در شکل ۳ (ایستگاه‌های تهران و گرمسار ایستگاه رابط هستند.)

شماره محور	ایستگاه مبدأ	ایستگاه مقصد	$r_i^{\min}$ (دقیقه)	R_i (دقیقه)	S_i^j (دقیقه)	M_l^j (دقیقه)	D_j (ساعت)
۱	قزوین	کرج	۴۰	۷۱	۰	۰	۰۱:۳۰
۲	کرج	تهران	۳۱	۵۱	۱۳	۰	۰۲:۵۴
۳	تهران	ری	۸	۱۳	۳۰	۱۵	۰۴:۱۵
۴	ری	پیشوا	۲۰	۳۰	۷	۰	۰۴:۳۵
۵	پیشوا	گرمسار	۱۹	۳۱	۵	۰	۰۵:۱۰
۶	گرمسار	سمنان	۳۵	۶۲	۲۵	۱۰	۰۶:۰۶
۷	سمنان	شاهرود	۱۸۰	۲۶۶	۲۰	۰	۰۷:۲۸
۸	شاهرود	کاشمر	۳۳	۶۶	۱۲	۰	۱۲:۰۶
۹	کاشمر	مشهد	۱۳	۱۳	۵	۰	۱۳:۱۷
۱۰	ساری	فیروزکوه	۱۲۰	۱۶۷	۰	۰	۰۰:۳۱
۱۱	فیروزکوه	گرمسار	۶۰	۱۲۳	۳۵	۰	۰۳:۵۳
۱۲	کاشان	محمدیه	۳۵	۵۹	۰	۰	۰۰:۴۸
۱۳	محمدیه	تهران	۷۰	۱۱۳	۲۰	۰	۰۲:۰۷

تذکر: لازم به ذکر است که منظور از حالت بدون کنترل حالتی است که اگر تأخیری برای یک قطار به وجود آید این تأخیر به‌کل شبکه انتقال می‌یابد و از بین نمی‌رود. همچنین در مورد ایستگاه رابط نیز می‌توان گفت اگر قطار l دچار تأخیر شود آنگاه قطار j منتظر رسیدن قطار l و سوارشدن مسافران قطار l بر قطار j می‌ماند.

تذکر: لازم به ذکر است که پارامتر افق پیش بینی در شبیه سازی حاضر برابر با ۴ در نظر گرفته شده است که با توجه به تعداد ایستگاه های اصلی شکل ۳، انتخاب شده است و به گونه ای در نظر گرفته شده است که قابلیت محاسبه آن با توجه به تعداد ایستگاه های بعدی در شبیه سازی وجود داشته باشد.

اغتشاش‌های استراتژی‌های ذکرشده به‌صورت جدول ۴ تنظیم‌شده است:

جدول ۴: اغتشاش‌های وارده در شبیه‌سازی

توصیف	مقدار (دقیقه)	اغتشاش وارده به زمان سفر
اغتشاش وارده به زمان سفر قطار اول بین ایستگاه قزوین و کرج	۱۰	$A_{R,1}$
اغتشاش وارده به زمان سفر قطار دوم بین ایستگاه ساری و فیروزکوه	۵	$A_{R,10}$
اغتشاش وارده به زمان سفر قطار سوم بین ایستگاه کاشان و محمدیه	۲۰	$A_{R,13}$

پارامترهای کاربردی شبیه‌سازی در جدول ۵ تنظیم‌شده است. لازم به ذکر است که در جدول ۵ مقادیری که برای C^i در نظر گرفته‌شده است با توجه به مقدار مسافت باقیمانده تا مقصد هر مسیر انتخاب‌شده است، بدین‌صورت که هرقدر مسافت باقیمانده تا مقصد بیشتر باشد مقدار C^i بیشتر است. در مورد C_i نیز باید گفت ازآنجاکه در هنگام حرکت در فراز به‌منظور افزایش سرعت باید مقدار سوخت بیشتری مصرف شود، لذا در طول مسیر به ازای حرکت بر مسیر از مبدأ به سمت مقصد اگر قطار رو به فراز باشد مقدار C^i افزایش و اگر قطار رو به شیب باشد مقدار C^i کاهش می‌یابد.

جدول ۵: پارامترهای بکار گرفته‌شده در شبیه‌سازی

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
α	$۱۰(\frac{1}{\text{واحد زمان}})$	C_4	۷	C_{12}	۱۶	C^7	۵۰
β	۱۵	C_5	۹	C_{13}	۸	C^8	۳۱
γ	$۵(\frac{1}{(\text{واحد زمان})^2})$	C_6	۱۵	C^1	۲۰۰	C^9	۱۰
$C_{11,6}$	۷۵	C_7	۱۴	C^2	۱۵۰	C^{10}	۸۰
$C_{13,3}$	۱۰۰	C_8	۵	C^3	۹۰	C^{11}	۶۰
C_1	۱۱	C_9	۹	C^4	۹۰	C^{12}	۴۰
C_2	۷	C_{10}	۲۰	C^5	۸۰	C^{13}	۱۵
C_3	۷	C_{11}	۱	C^6	۶۰		

در این قسمت قیود لازم برای سیگنال‌های کنترلی که در رابطه (۱۶) و (۲۰) بیان شد به‌صورت جداول ۶ و ۷ مشاهده می‌شود:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]

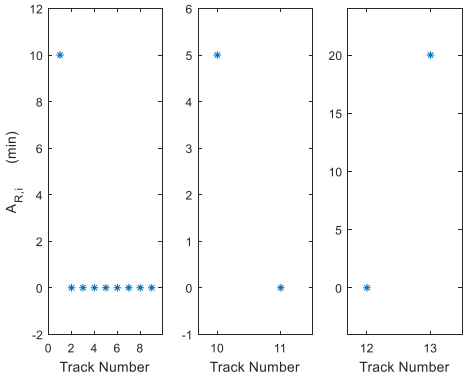
جدول ۶: قید لازم برای سیگنال کنترلی V_i (واحد: دقیقه)

$-31 \le V_1 \le 0$
$-20 \le V_2 \le 0$
$-5 \le V_3 \le 0$
$-10 \le V_4 \le 0$
$-12 \le V_5 \le 0$
$-27 \le V_6 \le 0$
$-86 \le V_7 \le 0$
$-33 \le V_8 \le 0$
$-47 \le V_{10} \le 0$
$-63 \le V_{11} \le 0$
$-24 \le V_{12} \le 0$
$-43 \le V_{13} \le 0$

جدول ۷: قید لازم برای سیگنال کنترلی $U_{l,j}$

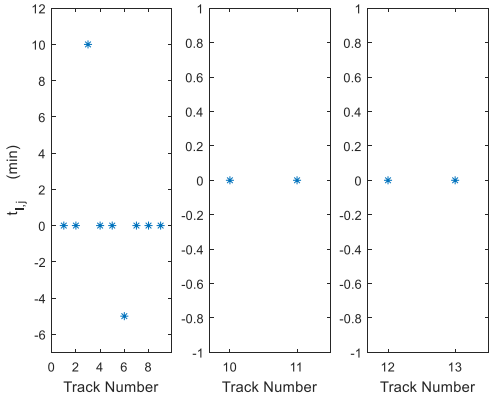
$-20 \le U_{13,3} \le -10$
$-5 \le U_{11,6} \le 5$

در این قسمت به ترتیب به نمایش نمودارهای مربوطه می‌پردازیم و ابتدا در شکل ۴ اغتشاش‌های وارده بر زمان سفر هر سه مسیر را نمایش می‌دهیم:



شکل ۴: نمایش اغتشاش‌های وارده بر زمان سفر هر سه قطار

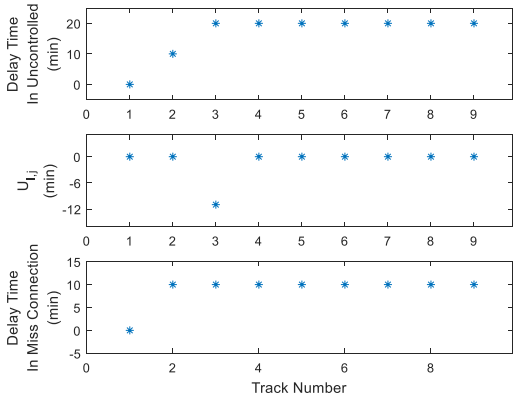
در شکل ۵ نیز مقدار زمان تعیین‌کننده ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای ۳ و ۱۳ در ایستگاه ۳، قطارهای ۱۱ و ۶ در ایستگاه ۶ را نمایش می‌دهد. با توجه به روابط (۱۲) و (۱۳) ازآنجاکه مقدار $t_{11,6} = -5$ منفی هست، لذا قطار ۶ منتظر قطار ۱۱ می‌ماند و تمامی مسافران هر دو قطار زمان کافی برای تعویض قطارهای خود دارند. اما ازآنجاکه $t_{13,3} = 10$ مثبت هست و از زمان توقف نامی ($M_{13}^3 = 15$) کمتر است، لذا قطار ۳ منتظر قطار ۱۳ می‌ماند و شامل پرداخت جریمه می‌شود. در این حالت مقدار زمان کمی برای مسافران قطارهای ۳ و ۱۳ وجود دارد تا قطار خود را تعویض نمایند و مسافران باید سریع‌تر قطارهای خود را تعویض نمایند که مقدار $M_{13,3}$ برابر با درصدی از بیشترین مقدار خود ($C_{13,3}$) هست.



شکل ۵: زمان تعیین‌کننده ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه رابط

- **مسیر اول (قزوین - مشهد)**

در این قسمت ابتدا نمودارهای مربوط به قطار اول (مسیر قزوین – مشهد) نمایش داده می‌شود. در شکل ۶ تأخیر زمانی در حالت بدون کنترل، متغیر کنترلی $U_{l,j}$ و تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها نمایش داده‌شده است:

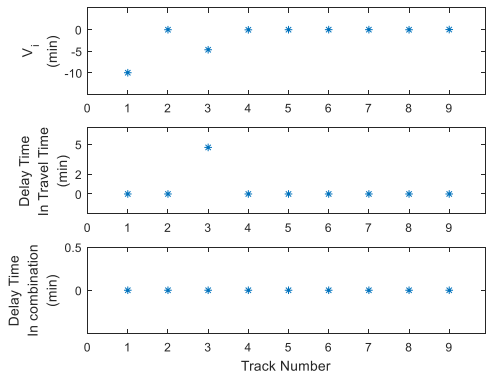


شکل ۶: نمایش متغیر کنترلی $U_{l,j}$، تأخیر زمانی در حالت‌های بدون کنترل و کنترل با روش ملاقات یا عدم ملاقات قطارها

همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌کنید اغتشاش وارده به زمان سفر در محور اول به میزان ۱۰ دقیقه در تأخیر زمانی حالت بدون کنترل اعمال‌شده است. همچنین تأخیر زمانی در حالت بدون کنترل در محور سوم نیز به‌صورت صعودی هست که مقدار آن به دلیل اغتشاش وارده به زمان سفر قطار ۱۳ به میزان ۲۰ دقیقه هست. همچنین مقدار $U_{13,3} = -10.2$ هست که با اعمال آن تأخیر در حالت کنترل با روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها به میزان تقریباً ۱۰ دقیقه می‌رسد. حال در شکل ۷

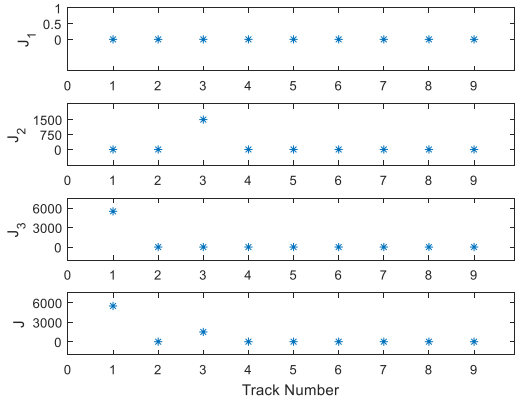
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]

متغیر کنترلی V_i، تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر و تأخیر زمانی در حالت کنترل ترکیبی نمایش داده‌شده است:



شکل ۷: نمایش متغیر کنترلی V_i، تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر و کنترل ترکیبی

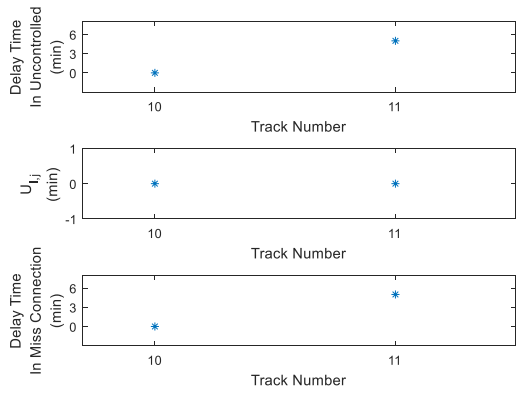
همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌کنید مقدار $V_1 = -10$ هست که با اعمال آن تأخیر در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر در محور اول صفر و مقدار تأخیر در محور سوم نیز با اعمال $V_{13} = -15$ و $V_3 = -5$ به میزان تقریباً ۵ دقیقه می‌رسد. در مورد کنترل ترکیبی نیز به دلیل آنکه ترکیب دو متغیر کنترلی V_i و $U_{l,j}$ هست، بنابراین تأخیر در محور اول با اعمال $V_1 = -10$ برابر صفر هست و تأخیر در محور سوم نیز با جمع $V_{13} = -15$ و $U_{13,3} = -10.2$ برابر صفر می‌شود. حال در شکل ۸ هر سه بخش تابع هزینه نهایی برای حالت کنترل ترکیبی که J_1، J_2 و J_3 می‌باشند به همراه تابع هزینه نهایی J برای مسیر اول نمایش داده‌شده است. به‌عنوان‌مثال در مورد J_2، مسافران قطار ۱۳ که قصد سوارشدن بر قطار ۳ را دارند، کاهش انحراف از زمان اعزام (قطار ۱۳ به قطار ۳ در ایستگاه ۳ (تهران) می‌رسد ولی مسافران زمان کافی برای تعویض قطار ندارند و درنتیجه ممکن است تعدادی از مسافران نتوانند قطار خود را تعویض کنند) سبب تولید بیشترین مقدار هزینه به مقدار ۱۵۰۰ می‌شود (همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده نمودید سیگنال کنترلی $U_{l,j}$ در محور ۳ دارای بیشترین مقدار هست). همچنین همان‌طور که مشاهده می‌کنید کاهش زمان سفر موجب افزایش هزینه می‌شود و با توجه به شکل ۸ مشاهده می‌شود که در تمامی محورهایی که سیگنال کنترلی V_i مقدار دارد تابع هزینه مربوطه دارای مقدار هست. با توجه به شکل ۸ بیشترین مقدار J_3 مربوط به محور ۱ هست که دارای مقدار ۵۵۰۰ هست (همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده نمودید سیگنال کنترلی V_i در محور ۱ دارای بیشترین مقدار هست). درنهایت با مجموع این سه بخش و ضرایب وزنی تعیین‌شده مقدار تابع هزینه نهایی J نیز مطابق رابطه (۸) به‌صورت شکل ۸ نمایش داده می‌شود و همان‌طور که مشاهده می‌کنید بیشترین مقدار J به محور ۱ تعلق دارد که دارای مقدار ۵۵۰۰ هست.



شکل ۸: توابع هزینه برای قطار مسیر قزوین - مشهد در حالت کنترل ترکیبی

- **قطار مسیر دوم (ساری - گرمسار)**

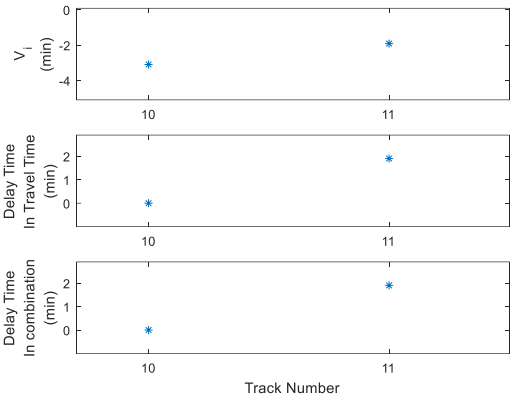
در این قسمت ابتدا نمودارهای مربوط به قطار دوم (مسیر ساری – گرمسار) نمایش داده می‌شود. در شکل ۹ تأخیر زمانی در حالت بدون کنترل، متغیر کنترلی $U_{l,j}$ و تأخیر زمانی در حالت کنترل با تغییر در بازه زمانی روش ملاقات یا عدم ملاقات قطارها نمایش داده شده است:



شکل ۹: نمایش متغیر کنترلی $U_{l,j}$، تأخیر زمانی در حالت‌های بدون کنترل و کنترل با روش ملاقات یا عدم ملاقات قطارها

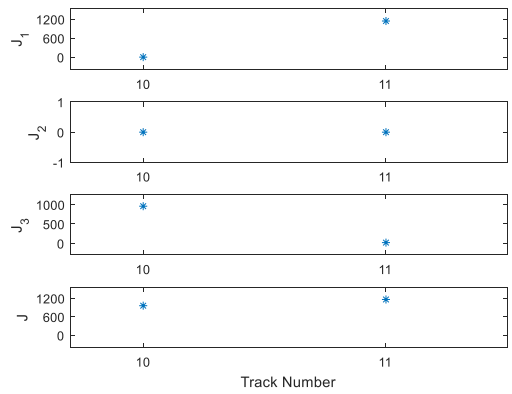
همان‌طور که در شکل ۹ مشاهده می‌کنید اغتشاش وارده به زمان سفر در محور ۱۰ به میزان ۵ دقیقه در تأخیر زمانی حالت بدون کنترل اعمال‌شده است، درنتیجه تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها با حالت بدون کنترل برابر است. حال در شکل ۱۰ متغیر کنترلی V_i، تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر و تأخیر زمانی در حالت کنترل ترکیبی نمایش داده‌شده است:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]



شکل ۱۰: نمایش متغیر کنترلی V_i، تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر و کنترل ترکیبی

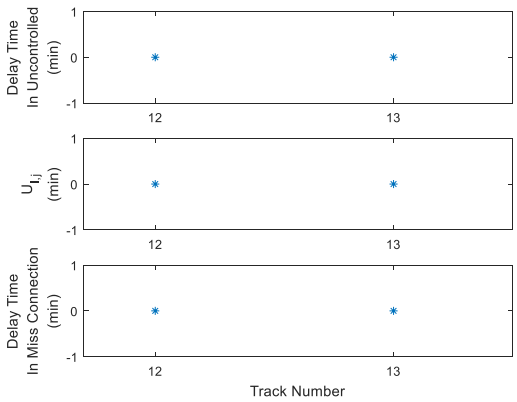
همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌کنید مقدار $V_1 = -3.09$ هست که با اعمال آن تأخیر در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر در محور یازده به میزان تقریباً ۲ دقیقه می‌رسد و تأخیر در حالت کنترل ترکیبی با کنترل به روش کاهش زمان سفر برابر است. حال در شکل ۱۱ هر سه بخش تابع هزینه نهایی برای حالت کنترل ترکیبی که J_1 ، J_2 و J_3 می‌باشند به همراه تابع هزینه نهایی J برای مسیر دوم نمایش داده‌شده است. به‌عنوان‌مثال بیشترین مقدار J_3 مربوط به محور ۱۰ هست که دارای مقدار ۹۵۸ هست (همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده نمودید سیگنال کنترلی V_i در محور ۱۰ دارای بیشترین مقدار هست). انحراف از زمان اعزام نیز دارای هزینه هست که به عوامل مختلفی (تعداد مسافران، نارضایتی آن‌ها و...) بستگی دارد و همان‌طور که مشاهده می‌کنید بیشترین مقدار J_1 به محور ۱۱ تعلق دارد که دارای مقدار ۱۱۴۲ هست (همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده نمودید بیشترین مقدار تأخیر در حالت کنترل ترکیبی مربوط به محور ۱۱ هست). درنهایت با مجموع این سه بخش و ضرایب وزنی تعیین‌شده مقدار تابع هزینه نهایی J نیز مطابق رابطه (۸) به‌صورت شکل ۱۱ نمایش داده می‌شود و همان‌طور که مشاهده می‌کنید بیشترین مقدار J به محور ۱۱ تعلق دارد که دارای مقدار ۱۱۶۰ هست.



شکل ۱۱: توابع هزینه برای قطار مسیر ساری - گرمسار در حالت کنترل ترکیبی

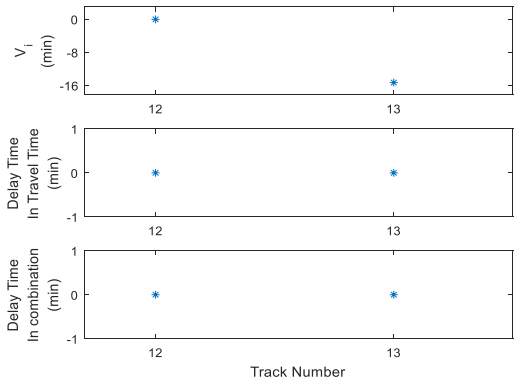
- **قطار مسیر سوم (کاشان - تهران)**

در این قسمت ابتدا نمودارهای مربوط به قطار سوم (مسیر کاشان – تهران) نمایش داده می‌شود. در شکل ۱۲ تأخیر زمانی در حالت بدون کنترل، متغیر کنترلی $U_{l,j}$ و تأخیر زمانی در حالت کنترل با تغییر در بازه زمانی روش ملاقات یا عدم ملاقات قطارها نمایش داده‌شده است:



شکل ۱۲: نمایش متغیر کنترلی $U_{l,j}$، تأخیر زمانی در حالت‌های بدون کنترل و کنترل با روش ملاقات یا عدم ملاقات قطارها

همان‌طور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌کنید و نیز با توجه به شکل ۴ ازآنجاکه اغتشاش وارده به زمان سفر قطار ۱۳، تأثیری در قطار مسیر سوم ندارد و این اغتشاش سبب دیر رسیدن مسافران قطار ۱۳ به ایستگاه تهران می‌شود، لذا در حالت بدون کنترل و با کنترل به روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها هیچ تأخیر زمانی وجود ندارد. حال در شکل ۱۳ متغیر کنترلی V_i، تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر و تأخیر زمانی در حالت کنترل ترکیبی نمایش داده‌شده است:

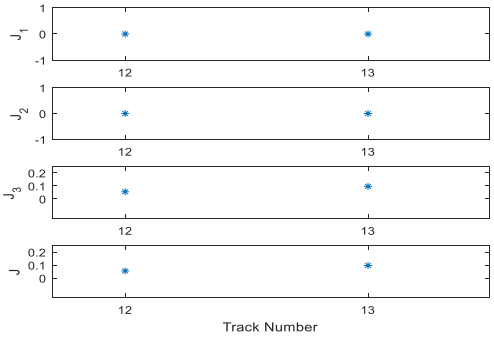


شکل ۱۳: نمایش متغیر کنترلی V_i، تأخیر زمانی در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر و کنترل ترکیبی

همان‌طور که در شکل ۱۳ مشاهده می‌کنید مقدار $V_{13} = -15.31$ هست که با اعمال آن به محور سوم قطار مسیر اول تأخیر در حالت کنترل با روش کاهش زمان سفر به میزان تقریباً ۵ دقیقه می‌رسد، پس همان‌طور که گفته شد برای قطار مسیر سوم تأخیر زمانی وجود ندارد. حال در شکل ۱۴ هر

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]

سه بخش تابع هزینه نهایی برای حالت کنترل ترکیبی که J_1 ، J_2 و J_3 می‌باشند به همراه تابع هزینه نهایی J برای مسیر سوم نمایش داده‌شده است. به‌عنوان‌مثال بیشترین مقدار J_3 مربوط به محور ۱۳ هست که دارای مقدار ۰.۰۹۶۸ هست (همان‌طور که در شکل ۱۳ مشاهده نمودید سیگنال کنترلی V_i در محور ۱۳ دارای بیشترین مقدار هست). درنهایت با مجموع این سه بخش و ضرایب وزنی تعیین‌شده مقدار تابع هزینه نهایی J نیز مطابق رابطه (۸) به‌صورت شکل ۱۴ نمایش داده می‌شود و همان‌طور که مشاهده می‌کنید بیشترین مقدار J به محور ۱۳ تعلق دارد که دارای مقدار ۰.۰۹۶۸ هست.



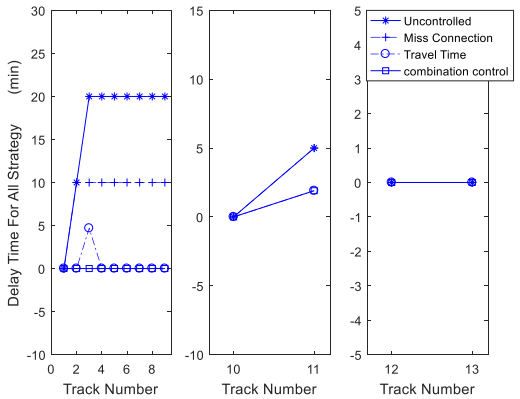
شکل ۱۴: توابع هزینه برای قطار مسیر کاشان - تهران در حالت کنترل ترکیبی

مقادیر حداکثر تأخیرها و مجموع آن‌ها برای هر چهار استراتژی و نیز برای هر سه مسیر در جدول ۸ نمایش داده‌شده است:

جدول ۸: قیود لازم برای سیگنال کنترلی $U_{l,j}$

روش	حداکثر تأخیرها (ثانیه)	مجموع تأخیرها (ثانیه)
بدون کنترل	۱۲۰۰	۹۳۰۰
کنترل با روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه‌ریزی‌شده در ایستگاه رابط	۶۰۰	۵۱۰۰
کنترل با روش کاهش زمان سفر	۲۸۱	۳۹۵
کنترل ترکیبی	۱۱۴	۱۱۴

در پایان به‌منظور مقایسه تأخیرهای زمانی برای هر سه مسیر و نیز هر چهار استراتژی در شکل ۱۵ نمایش داده‌شده است:



شکل ۱۵: نمایش تأخیرهای زمانی هر چهار استراتژی برای شبکه ریلی موردنظر

ازآنجاکه سیگنال کنترل ترکیبی مجموع سیگنال V_i و $U_{l,j}$ هست و با توجه به اینکه سیگنال کنترلی $U_{l,j}$ فقط در ایستگاه‌های رابط ۳ و ۶ (تهران و گرمسار) مقدار دارد، لذا در مابقی ایستگاه‌ها مقدار سیگنال کنترل ترکیبی تقریباً با مقدار سیگنال کنترلی V_i برابر است (همان‌طور که در شکل ۱۵ مشاهده می‌کنید تمامی دایره‌ها در تمامی محورها به‌جز محور ۳ بر روی مربع‌ها منطبق می‌باشند). با توجه به شکل ۱۵ مقدار انحراف از زمان اعزام برای قطار مسیر ۲ در حالت بدون کنترل و کنترل با روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارهای برنامه‌ریزی‌شده در ایستگاه رابط برابر است و این بدان معنی است که قطار ۶ منتظر رسیدن قطار ۱۱ به ایستگاه تهران مانده است و به همین دلیل مقدار انحراف از زمان اعزام قطار ۶ ثابت است که در این حالت مقدار $U_{11,6}=0$ هست. با توجه به اغتشاشی که به زمان سفر قطار ۱۳ داده‌شده است، با استفاده از متغیر کنترلی $U_{13,3}=-10.99$ قطار ۳ منتظر رسیدن قطار ۱۳ مانده است ولی مسافران زمان کمی برای تعویض قطار خود دارند و ممکن است عده‌ای از آن‌ها نتوانند قطار خود را تعویض کنند، به همین دلیل مقدار انحراف از زمان اعزام قطار ۳ (علامت +) کاهش‌یافته است و مقدار تأخیر زمانی برای هر چهار استراتژی در مسیر سوم صفر است. لازم به ذکر است ازآنجاکه تعداد متغیرهای کنترلی کم است و همچنین تعداد ایستگاه‌ها کم هست و به‌صورت خط باز حرکت انجام می‌شود تأخیرها به مقدار کمی جبران شده است.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل گسسته پیشامد خطی برای انحراف از مدت‌زمان سفر و مدت‌زمان توقف قطارها در خطوط راه‌آهن ایران ارائه گردید. نکته مهم در این مدل‌سازی نسبت به مدل‌های ارائه‌شده در تحقیقات پیشین، مقیاس بندی شبکه ریلی و لحاظ نمودن قیود عملیاتی هست. مدل دینامیکی دو متغیر، تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه رابط و تغییر زمان سفر را شامل می‌شود و از آن‌ها به‌منظور جبران تأخیر استفاده می‌کند. به‌منظور مدل‌سازی از روش بیشینه جمع و از کنترل‌کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل به‌منظور کنترل استفاده‌شده است. هدف طراحی این کنترل‌کننده تنظیم ترافیک از طریق بازیابی تأخیرهای بزرگ و همچنین به‌موقع حرکت کردن قطارها مطابق با جدول زمان‌بندی به‌منظور کسب رضایت مسافران بوده است و در طراحی کنترل‌کننده، قیود واقعی بر روی سیگنال کنترل در نظر گرفته‌شده است. جدول زمان‌بندی استفاده‌شده در مقاله منطبق با برنامه زمانی فصل پاییز سال ۱۳۹۵ شرکت راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران هست. عملکرد کنترل در چهار حالت بدون کنترل، تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه‌های رابط، کاهش زمان سفر قطار بین ایستگاه‌ها و ترکیب روش تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه‌های رابط همراه با روش کاهش

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]

زمان سفر قطار بین ایستگاه‌ها برای جلوگیری از انباشته شدن تأخیرهای بزرگ با در نظر گرفتن تابع هزینه انجام شد. با توجه به این‌که در خطوط راه‌آهن سراسری بلیت مسافران از قبل خریداری‌شده است، هنگام به وجود آمدن تأخیر نمی‌توانیم از یک ایستگاه بدون توقف عبور نماییم و باید در تمامی ایستگاه‌ها توقف داشته باشیم. بنابراین در خطوط راه‌آهن سراسری برای بازیابی تأخیر اقداماتی ازجمله تغییر در بازه زمانی ملاقات یا عدم ملاقات قطارها در ایستگاه‌های رابط و کاهش زمان سفر قطار با افزایش سرعت حرکت صورت می‌گیرد. باید متذکر شد که روش مقیاس بندی برای خطوط ریلی واقعی به دلیل امکان حل مسئله کنترل در زمان قابل‌قبول و کاهش مدت‌زمان محاسبات سیگنال کنترل، بدون از دست دادن صحت و کلیت مسئله مناسب هست و همچنین نسبت به مقالات پیشین برتری مدل پیشنهادی بر اساس مدل‌سازی سیستم‌های واقعی مشخص شد. در پایان نیز نقش موفق کنترل‌کننده پیش‌بین در تنظیم ترافیک خطوط راه‌آهن سراسری و همچنین موفقیت سیستم خطی بیشینه جمع در مدل‌سازی نمایش داده شد.

مراجع

[1] W. S. Lin and J. W. Sheu, “Optimization of train regulation and energy usage of metro lines using an adaptive-optimal-control algorithm,” IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, vol. 8, no. 4, pp. 855–864, 2011.

[2] B. Kersbergen, J. Rudan, T. van den Boom, and B. De Schutter, “Towards railway traffic management using switching Max-plus-linear systems Structure analysis and rescheduling,” Discrete Event Dynamic Systems, 2014.

[3] V. Van Breusegem, G. Campion, and G. Bastin, “Traffic Modeling and State Feedback Control for Metro Lines,” IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 36, no. 7, pp. 770–784, 1991.

[4] B. De Schutter and T. J. J. van den Boom, “Connection and speed control in railway systems - a model predictive control approach,” proceedings of the Sixth International Workshop on Discrete Event Systems, pp. 49–54, 2002.

[5] T. van Den Boom and B. De Schutter, “Modeling and control of railway networks,” Proceedings of the American Control Conference, vol. 6, pp. 5728–5733, 2004.

[6] B. de Schutter and T. van den Boom, “Model predictive control for max-plus-linear discrete event systems,” Control Engineering Practice, vol. 14, no. 10, pp. 1199–1211, 2006.

[7] B. De Schutter and T. Van den Boom, “Max-plus algebra and max-plus linear discrete event systems: An introduction,” Proceedings of the 9th International Workshop on Discrete Event Systems, vol. 19, pp. 36–42, 2008.

[8] R. M. P. Goverde, “A delay propagation algorithm for large-scale railway traffic networks,” Transportation Research Part C, vol. 18, no. 3, pp. 269–287, 2010.

[9] R. M. P. Goverde, “Railway timetable stability analysis using max-plus system theory,” Transportation Research Part B, vol. 41, no. 2, pp. 179–201, 2007.

[10] T. J. J. Van Den Boom and B. De Schutter, “Dynamic railway network management using switching max-plus-linear models,” Proceedings of the 11th IFAC sysmposium on Control in Transportation Systems, vol. 11, no. 1, pp. 343–348, 2006.

[۱۱] ب.معاونی - م.کریمی "بازیابی به هنگام جدول زمان‌بندی یک شبکه مترو با استفاده از کنترل‌کننده پیش‌بین و در حضور قیود واقعی" مجله حمل‌ونقل, vol. 7, no. 1, p. 141–166, 1394.

[۱۲] ب.معاونی - س.نجفی "مدل‌سازی و تنظیم بلادرنگ ترافیک خطوط مترو با استفاده از کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی" مجله کنترل , vol. 9, no. 2, p. 14–25, 1394,

[13] T. J. J. Van Den Boom, N. Weiss, W. Leune, R. M. P. Goverde, and B. De Schutter, “A permutation-based algorithm to optimally reschedule trains in a railway traffic network,” preprints of the 18th IFAC world conference, vol. 18, pp. 9537–9542, 2011.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.1.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.103]