مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۴، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۹، صفحه ۱۵-۱

تحلیل خطای انحراف ژیروسکوپ در الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت سامانه‌ی اینرسی صفحه پایدار

محمد قسمتی[۱]، جعفر حیرانی نوبری[۲]، محمدرضا عاروان[۳]، عبدالرضا کاشانی‌نیا[۴]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران، mohammadghesmati@yahoo.com

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، nobari@eetd.kntu.ac.ir

[۳] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران، arvan@mut.ac.ir

[۴] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران، akashaninia@aut.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۶/۱۲/۲۳ ویرایش اول: ۱۳۹۷/۰۳/۲۰ ویرایش دوم: ۱۳۹۷/۰۵/۱۱ ویرایش سوم: ۱۳۹۷/۰۷/۱۳ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۷/۲۷

چکیده: در این مقاله خطای تعیین موقعیت یک سامانه‌ی اینرسی صفحه پایدار، در الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت و به ازای انحراف ثابت ژیروسکوپ، به صورت تحلیلی و عددی تعیین شده است. الگوریتم‌های ناوبری متداول از تخمین نرخ‌های موقعیت برای ساخت فرامین سرعت زاویه‌ای اعمالی به ژیروسکوپ‌ها استفاده می‌کنند، این کار نه تنها منبع اولیه‌ای برای خطای موقعیت بوده بلکه پیاده‌سازی فرامین را پیچیده می‌کند. مزیت اصلی الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت این است که فرامین سرعت زاویه‌ای، مستقل از موقعیت سامانه‌ی ناوبری و متناسب با انتگرال شتاب‌ها بوده و بدین ترتیب خطاهای ناشی از تخمین نرخ طول و عرض جغرافیایی به صفحه پایدار اعمال نشده و باعث خارج شدن آن از تراز و ایجاد خطا نمی‌شود. در راستای تحلیل خطای سامانه، مدل سامانه‌ی صفحه پایدار، نحوه‌ی ترازسازی صفحه و شرایط اولیه‌ی ورود به فاز ناوبری مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله در شرایط سکون، رابطه‌ی خطا برای انحراف ثابت ژیروسکوپ به صورت تحلیلی بدست آمده است. رابطه‌ی این خطا بر حسب زمان از درجه‌ی یک بوده، در حالی که در سامانه‌ی متصل به بدنه از درجه‌ی سه است.

کلمات کلیدی: خطای تعیین موقعیت، الگوریتم ناوبری، صفحه پایدار، انحراف ژیروسکوپ، ترازسازی.

Gyroscope Drift Error Analysis in the Position-Independent Navigation Algorithm of a stable platform Inertial System

Mohammad Ghesmati, Jafar Heirani Nobari, Mohammadreza Arvan, Abdorreza Kashaninia

Abstract: This paper deals with analyzing gyroscope drift error in the position-independent navigation algorithm of a stable platform inertial system. Most of the stable platform navigation algorithms proposed in the literature have drawbacks of estimating position rates for alignment commands. Not only the estimating position rates are the basic source of position errors, but they also make the alignment commands and their implementation more complicated. The major advantage of the proposed design is that the angular velocity commands of gyroscopes are independent of the system position and are proportional to accelerations' integrals, all of which eliminate, the errors resulted from the estimation of the longitude and latitude rates. In this paper, the stable platform system is modeled, and plate alignment procedure is determined and the initial conditions of navigation phase are calculated. In stationary conditions, the position error propagation for the fixed gyroscope drift is obtained analytically. The position error of the proposed algorithm propagates linearly with time, while in the strapdawn algorithm; this error propagates as the cube of time.

Keywords: gyroscope drift, navigation algorithm, stable platform inertial system, position error propagation, alignment.

[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.3.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.1]

[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.3.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.1]

۱- مقدمه

واحدهای اندازه‌گیری اینرسی[1] که دارای سه شتاب‌سنج برای اندازه‌گیری شتاب‌های خطی و سه ژیروسکوپ برای اندازه‌گیری سرعت‌های زاویه‌ای هستند، برای تعیین موقعیت و وضعیت وسیله‌ها به کار می‌روند. سامانه‌های ناوبری اینرسی با دو ساختار صفحه پایدار[2] و متصل به بدنه[3] پیاده‌سازی شده و تفاوت اصلی این دو ساختار دستگاهی است که حسگرها در آن اندازه‌گیری می‌کنند [۱]. در دو دهه اخیر با توجه به ساخت ژیروسکوپ‌های لیزری، شتاب‌سنج‌های کوارتز، رایانه‌های هوابرد سریع و کم‌مصرف و همچنین مبدل‌های آنالوگ به دیجیتال سریع و دقیق، فناوری به سمت ساختار متصل به بدنه متمایل شده است. این تمایل به جهت برخی از مزایای سامانه‌های متصل به بدنه از جمله مصرف توان کمتر، وزن کم و ابعاد کوچکتر، پیچیدگی‌های کمتر و انعطاف‌پذیری بالاتر است [۲]. از طرف دیگر دقت بسیار بالای ساختار صفحه پایدار، این سامانه‌ها را برای کاربردهای استراتژیک در ماموریت‌های طولانی مدت با برد بالا مناسب ساخته است ([۳] و [۴]).

در مراجع [۵] و [۶]، الگوریتم ناوبری ساختارهای صفحه پایدار (پایدار در فضا[4] و افق محلی[5]) و متصل به بدنه در چند دستگاه مرجع ارائه شده‌اند. پیچیدگی حل معادلات، ارتباطی مستقیم با انتخاب دستگاه مرجع داشته و معادلات خطای سامانه، بسته به ساختار و دستگاه مرجع نتایج مختلفی دارد ([۷] و [۸]). در ساختار پایدار در فضا، خطای عرض جغرافیایی به ازای انحراف ثابت ژیروسکوپ، به صورت خطی با زمان افزایش یافته در حالی که در ساختار افق محلی این خطا محدود است ([۶]). همچنین معادلات خطای سامانه‌ی پایدار در فضا در سه دستگاه اینرسی، دستگاه جغرافیایی و دستگاه اینرسی زمینی، به ازای انحراف ثابت ژیروسکوپ متفاوت است، در دستگاه جغرافیایی، فرکانس طبیعی چرخش زمین وارد معادلات شده و در دستگاه اینرسی زمینی، فرکانس شولر در رابطه‌ی خطا وارد می‌شود ([۹]). الگوریتم ناوبری ساختار متصل به بدنه نیز به طور خاص در مراجع [۱۰] و [۱۱] ارائه شده است و در مرجع [۱۲] علاوه بر الگوریتم ناوبری، معادلات خطای این ساختار نیز آورده شده است. در مرجع [۱] معادلات خطا برای دو ساختار صفحه پایدار و متصل به بدنه با یکدیگر مقایسه شده و نشان داده شده که در سامانه صفحه پایدار خطای ناشی از انحراف ژیروسکوپ نامحدود و نسبت به زمان از درجه یک بوده اما در سامانه متصل به بدنه از درجه سه است. در مرجع [۵] به صورت تحلیلی منابع عمده‌ی خطا برای سامانه صفحه پایدار مورد بررسی قرار گرفته و روابطی تحلیلی برای خطای موقعیت به ازای منابع مختلف خطا ارائه شده است، این روابط در جدول ۲ در پیوست یک ارائه شده است.

برای کاهش خطای ناوبری اینرسی، بیشترین فعالیت بر روی حساسه‌های اندازه¬گیری انجام شده است [۱۳]. در مرجع [۱۴] تحلیل خطای یک سامانه‌ی ناوبری صفحه پایدار (در راستای کاهش خطای ناوبری آن) انجام شده است. بخش عمده‌ای از خطاهای ناوبری اینرسی به حسگرهای داخلی سامانه از جمله انحراف ژیروسکوپ و بایاس شتاب‌سنج برمی‌گردد ([۱۵] و [۱۶]). با توسعه فیزیک کوانتوم، ژیروسکوپ‌های اتمی توجه وسیعی را به خود معطوف ساختند. سامانه‌های ناوبری اینرسی صفحه پایدار با استفاده از این نوع ژیروسکوپ‌ها، پتانسیل بالایی برای استفاده در کاربردهای ناوبری مستقل طولانی مدت مشابه زیردریایی‌ها پیدا کردند ([۱۷] و [۱۸]). انحراف تصادفی ژیروسکوپ‌های اتمی در مراجع مختلفی مورد بررسی قرار گرفت، از جمله مدل‌سازی و بهینه سازی این ژیروسکوپ‌ها در مراجع [۱۹]، [۲۰] و [۲۱] انجام شده است. همچنین کالیبراسیون مقیاس این نوع ژیروسکوپ‌ها در مرجع [۲۲] تشریح شده است. در مرجع [۲۳] نیز نحوه کاهش اثرات متقابل یک ژیروسکوپ اتمی دو محوره گزارش شده است. دقت سامانه‌های ناوبری اینرسی با پیدایش این ژیروسکوپ‌ها، افزایش یافت [۲۴] و مغناطیس‌سنج‌های اینرسی نیز از این فناوری بی‌بهره نبوده و از این ژیروسکوپ‌ها در ساختار صفحه پایدار خود استفاده کردند ([۲۵] و [۲۶]).

در سال‌های اخیر روش‌های جدیدی نیز برای افزایش دقت سامانه‌های ناوبری متصل به بدنه به کار گرفته شده است که به سامانه‌های ناوبری اینرسی چرخشی معروف است ([۲۷] و [۲۸]) که در آن با الهام از سامانه‌ی ناوبری صفحه پایدار، واحد اندازه‌گیری اینرسی متصل به بدنه داخل قاب‌هایی قرار گرفته و با گردش قاب‌ها به روش‌هایی خاص، خطاهای این سامانه ناشی از انحراف ژیروسکوپ و بایاس شتاب‌سنج را کاهش می‌دهند ([۲۹] و [۳۰]). تحقیقات نشان می‌دهد که حداقل دو قاب نیاز است تا خطاهای مربوط به تمامی ژیروسکوپ‌ها و شتاب‌سنج‌ها کاهش یابند ([۳۱] و [۳۲]). یکی از مزایای دیگر این سامانه‌های ناوبری این است که دیگر نیاز به میز چرخان برای انجام عملیات کالیبراسیون بر روی سیستم نیست، چرا که از همان قاب‌ها برای این کار استفاده می‌شود [۳۳]. تمامی این مطالب نشانگر آن است که هر چه ساختار متصل به بدنه را به سمت ساختار صفحه پایدار نزدیک کنیم، خطاهای ناوبری کاهش یافته اما در عین حال پیچیدگی سیستم نیز بالا می‌رود [۳۴].

دقت ناوبری مهمترین فاکتوری است که در سامانه ناوبری اینرسی برای دستیابی به عملکرد بهتر در نظر گرفته می‌شود ([۳۵] و [۳۶]). اگر یک روش موثر برای پیش‌بینی خطاهای سرعت و مکان به کار گرفته شود، سامانه ناوبری اینرسی میتواند عملکرد مطلوبی را با گذشت زمان ارائه کند ([۳۷]، [۳۸]). برخی از محققان کارهای قابل توجهی در زمینه تحلیل و جبران‌سازی خطای سامانه‌ی ناوبری اینرسی ارائه داده‌اند ([۳۹]). برخی نیز روش‌های جدیدتری از جمله شبکه‌های عصبی را برای پیش‌بینی خطاهای مکان ناشی از خطای انحراف ژیروسکوپ به کار گرفته‌اند [۴۰]. در مرجع

[1] Inertial Measurement Unit (IMU)
[2] Stable Platform
[3] Strapdown
[4] Space Stabilized
[5] Local Level

[۴۱] نیز ارزیابی دقت ساختار صفحه پایدار بر اساس شبکه عصبی کوانتوم مورد بررسی قرار گرفته است. یکی از مقالات نیز کاربرد فیلتر کالمن را در کالیبراسیون سامانه ناوبری اینرسی مورد بررسی قرار داده و یک تخمین‌زننده با ۶۳ متغیر حالت (شامل خطاهای مختلف سامانه از جمله خطای انحراف ژیروسکوپ)، ارائه کرده است [۴۲]. همچنین در مقاله‌ای دیگر تحلیل خطای یک سیستم کنترل آتش، در محیطی مغشوش (با توجه به برهم‌کنش تمامی خطاهای متصور در سیستم ناوبری) با استفاده از روش عددی مونت کارلو انجام شده است [۴۳].

با وجود این که فناوری به سمت ساختار متصل به بدنه متمایل شده است اما در کشور سامانه‌های ناوبری اینرسی صفحه پایداری موجود است که بهره‌برداری، تعمیر و به روز رسانی آنها نیازمند مدل‌سازی و تحلیل خطای این سامانه‌هاست. در این مقاله الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت سامانه‌ی اینرسی صفحه پایدار در راستای کاهش خطای این ساختار ارائه شده و تحلیل خطای ناشی از انحراف ثابت ژیروسکوپ، به صورت تحلیلی و عددی انجام شده است. فرض بر این است که این سامانه برای پرواز طولانی مدت یک هواپیما در نزدیکی زمین استفاده شده و وسایل کمک‌ناوبری به کار گرفته نمی‌شود. همچنین فرض بر این است که شتاب‌سنج این سامانه ایده‌آل بوده و تنها یکی از ژیروسکوپ‌های آن انحراف ثابتی دارد.

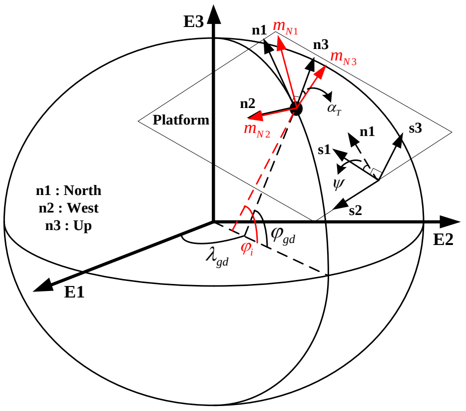
در ادامه در بخش ۲ با فرض شناخت دستگاه‌های مختصات زمینی و ناوبری، سه دستگاه مختصات دیگر تعریف شده و معادلات حرکت سامانه در حالت کلی ارائه می‌شود. در بخش ۳ الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت سامانه معرفی می‌شود. در بخش ۴ مدل‌سازی سامانه‌ی صفحه پایدار و شرایط اولیه‌ی الگوریتم ناوبری بدست می‌آید. در بخش ۵ معادلات حرکت سامانه برای تحلیل خطای موقعیت آن نوشته شده و خطای ناشی از انحراف ژیروسکوپ به صورت تحلیلی بدست می‌آید. در بخش ۶ ارزیابی الگوریتم ناوبری طراحی شده در مقایسه با روش‌های دیگر ارائه شده و در بخش ۷ نیز جمع‌بندی ارائه می‌شود.

۲- تعاریف و مقدمات ریاضی

در این بخش دستگاه‌های مختصات مورد نیاز برای معرفی الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت ارائه شده و معادلات حرکت سامانه در حالت کلی ارائه می‌شود.

۲-۱ دستگاه ناوبری جرمی m_N

این دستگاه بر اساس مدل بیضوی جرمی زمین تعریف شده و تفاوت آن با دستگاه ناوبری (دستگاه n) در این است که محور سوم دستگاه ناوبری در راستای بردار شاقولی است و اثر نیروی گریز از مرکز زمین در آن موثر است، اما محور سوم دستگاه m_N، در راستای شتاب گرانشی ناشی از جرم زمین است. محور اول هر دو دستگاه ناوبری و m_N به سمت شمال جغرافیایی بوده ولی بر هم منطبق نیست. دستگاه m_N با دستگاه ناوبری یک دوران حول محور دوم به اندازه‌ی زاویه‌ی α_T اختلاف دارد که این زاویه روی قطب و در امتداد استوا صفر است. دستگاه m_N به همراه دستگاه ناوبری در شکل ۱ نشان داده شده است. ماتریس دوران دستگاه n به دستگاه m_N مطابق رابطه ۱ است، منظور از S سینوس و منظور از C کسینوس زاویه است.



شکل ۱: دستگاه m_N و دستگاه ناوبری

$$ {}^{m_N}_{n}C = \begin{bmatrix} C\alpha_T & 0 & S\alpha_T \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\alpha_T & 0 & C\alpha_T \end{bmatrix} \qquad (۱)$$

۲-۲ دستگاه چسبیده به صفحه پایدار

وضعیت این دستگاه نشانگر وضعیت صفحه است و با نماد s نشان داده می‌شود. در صورت صفر بودن زوایای بین قاب‌ها، این دستگاه به دستگاه بدنه‌ی IMU منطبق است. در صورتی که شتاب‌سنج‌ها و ژیروسکوپ‌ها در جای صحیح خود و عمود بر هم نصب شده باشند، هر کدام در جهت یکی از محورهای دستگاه s، اندازه‌گیری می‌کنند. در انتهای فاز همراستاسازی که شتاب‌سنج‌ها صفر شده‌اند، محور سوم دستگاه s در راستای محور سوم دستگاه ناوبری قرار می‌گیرد، صفحه در افق محلی قرار گرفته و محورهای اول و دوم دستگاه‌های ناوبری و s در یک صفحه قرار می‌گیرند. ماتریس دوران دستگاه s به دستگاه m_N مطابق رابطه ۲ است.

$$ {}^{m_N}_{s}C = C_3(\psi)C_2(\varphi_y)C_1(\varphi_x) = $$
$$ \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\varphi_y & 0 & S\varphi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\varphi_y & 0 & C\varphi_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi_x & -S\varphi_x \\ 0 & S\varphi_x & C\varphi_x \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

۲-۳ دستگاه m_i

این دستگاه با یک دوران از دستگاه m_N حول محور سوم ساخته می‌شود. مقدار این دوران (ψ) باید به گونه‌ای باشد که بتوان با دو دوران استاندارد اویلر ابتدا حول محور دوم (φ_y) و سپس حول محور اول (φ_x) از دستگاه m_i به دستگاه s رسید. ماتریس دوران دستگاه s به دستگاه m_i مطابق رابطه ۳ است. سرعت دورانی دستگاه‌های مختلف نسبت به هم نیز مطابق رابطه ۴ است.

$$
{}_{s}^{m_i}\boldsymbol{C}=\boldsymbol{C}_2(\varphi_y)\boldsymbol{C}_1(\varphi_x)=\begin{bmatrix}\mathrm{C}\varphi_y & 0 & \mathrm{S}\varphi_y\\ 0 & 1 & 0\\ -\mathrm{S}\varphi_y & 0 & \mathrm{C}\varphi_y\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \mathrm{C}\varphi_x & -\mathrm{S}\varphi_x\\ 0 & \mathrm{S}\varphi_x & \mathrm{C}\varphi_x\end{bmatrix} \qquad (۳)
$$

$$
{}^{m_N}\boldsymbol{\omega}_{em_N}=\begin{bmatrix}\dot{\lambda}\cos(\varphi_i)\\ \dot{\varphi}_i\\ \dot{\lambda}\sin(\varphi_i)\end{bmatrix},\ {}^{m_N}\boldsymbol{\omega}_{ie}=\begin{bmatrix}\omega_e\cos(\varphi_i)\\ 0\\ \omega_e\sin(\varphi_i)\end{bmatrix},\ {}^{m_i}\boldsymbol{\omega}_{m_N m_i}=\begin{bmatrix}0\\0\\ \dot{\psi}\end{bmatrix},
$$

$$
{}^{m_i}\boldsymbol{\omega}_{im_i}\overset{\Delta}{=}\begin{bmatrix}p_m\\ q_m\\ r_m\end{bmatrix},\ {}^{s}\boldsymbol{\omega}_{is}\overset{\Delta}{=}\begin{bmatrix}p\\ q\\ r\end{bmatrix},\ {}^{m_i}\boldsymbol{\omega}_{em_N}\overset{\Delta}{=}\begin{bmatrix}\omega_{el1}\\ \omega_{el2}\\ \omega_{el3}\end{bmatrix} \qquad (۴)
$$

۲-۴ معادلات حرکت در حالت کلی

در معادلات حرکت، فرض بر این است که شتاب‌سنج‌ها در دستگاه دلخواه p اندازه‌گیری کرده و سرعت‌ها نسبت به مرکز زمین و از دید دستگاه دلخواه t تعیین و در دستگاه دلخواه s بیان می‌شوند. همچنین روابط ۵، ۶ و ۷ مفروض است.

$$
{}^{s}r_{EB}=[x\ y\ z] \qquad (۵)
$$

$$
{}^{s}v_{iB}=[u\ v\ w] \qquad (۶)
$$

$$
{}^{s}\omega_{is}=[p\ q\ r] \qquad (۷)
$$

در ادامه دستگاه t، دستگاه اینرسی i، دستگاه s دستگاهی دلخواه و دستگاه p همان s در نظر گرفته می‌شود. برای رسیدن به معادلات دینامیکی حرکت، مطابق رابطه ۸، از قضیه کوریولیس برای بردار جابجایی استفاده می‌شود ([۵]). در این روابط اپراتور D عمل مشتق‌گیری نسبت به زمان را انجام می‌دهد. حال اگر بردار r، ${}^{s}r_{EB}$ در نظر گرفته شود، رابطه ۹ بدست می‌آید. همچنین قضیه کوریولیس برای بردار سرعت مطابق رابطه ۱۰ نوشته می‌شود ([۵]) و با فرض $t=i$ رابطه ۱۱ بدست می‌آید. به این ترتیب روابط ۹ و ۱۱ معادلات حرکتی در الگوریتم ناوبری هستند. سرعت‌های دورانی یعنی (p، q و r) به عنوان ورودی بوده و باید به صفحه پایدار اعمال شده تا این معادلات حل شوند و خروجی‌های مورد نظر یعنی سرعت و مکان به دست آیند.

$$
\begin{gathered}
D_s\underline{\boldsymbol{r}}=D_i\,\underline{\boldsymbol{r}}+\underline{\boldsymbol{\omega}}_{si}\ \times\underline{\boldsymbol{r}}\Rightarrow\\
{}^{s}\big(D_s\underline{\boldsymbol{r}}\big)=\ {}^{s}\big(D_i\,\underline{\boldsymbol{r}}\big)+\ {}^{s}\big(\underline{\boldsymbol{\omega}}_{si}\ \times\underline{\boldsymbol{r}}\big)\Rightarrow\\
D\ \ {}^{s}\underline{\boldsymbol{r}}=D_i\ \ {}^{s}\underline{\boldsymbol{r}}+\ {}^{s}\underline{\boldsymbol{\omega}}_{si}\times\ {}^{s}\underline{\boldsymbol{r}}
\end{gathered} \qquad (۸)
$$

$$
\begin{gathered}
D\ \ {}^{s}\boldsymbol{r}_{EB}=D_i\ \ {}^{s}\boldsymbol{r}_{EB}+\ {}^{s}\boldsymbol{\omega}_{si}\times\ {}^{s}\boldsymbol{r}_{EB}\Rightarrow\\
{}^{s}\boldsymbol{v}_{EB}=\ {}^{s}\boldsymbol{v}_{iB}-\ {}^{s}\boldsymbol{\omega}_{is}\times\ {}^{s}\boldsymbol{r}_{EB}\Rightarrow\\
\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u\\ v\\ w\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-p\\ -q\\ -r\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}\\
\Rightarrow\begin{cases}\dot{x}=ry-qz+u\\ \dot{y}=pz-rx+v\\ \dot{z}=qx-py+w\end{cases}
\end{gathered} \qquad (۹)
$$

$$
\begin{aligned}
&D\ {}^{s}\boldsymbol{v}_{tB}\\
&=\ {}^{s}\boldsymbol{f}_B+\ {}^{s}\boldsymbol{g}_B-\ {}^{s}(2\boldsymbol{\omega}_{it}\times\boldsymbol{v}_{tB})\\
&+\ {}^{s}(\boldsymbol{\omega}_{st}\ \times\boldsymbol{v}_{tB})\\
&-\ {}^{s}(\boldsymbol{\omega}_{it}\times(\boldsymbol{\omega}_{it}\times\boldsymbol{r}_{EB}))
\end{aligned} \qquad (۱۰)
$$

$$
\begin{gathered}
\mathrm{D}\ {}^{s}\boldsymbol{v}_{iB}\\
=\ {}^{s}\boldsymbol{f}_B+\ {}^{s}\boldsymbol{g}_B-\ {}^{s}(2\boldsymbol{\omega}_{ii}\times\boldsymbol{v}_{iB})\\
+\ {}^{s}(\boldsymbol{\omega}_{si}\ \times\boldsymbol{v}_{iB})-\ {}^{s}(\boldsymbol{\omega}_{ii}\times(\boldsymbol{\omega}_{ii}\times\boldsymbol{r}_{EB}))\\
\begin{bmatrix}\dot{u}\\ \dot{v}\\ \dot{w}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f_1+g_1\\ f_2+g_2\\ f_3+g_3\end{bmatrix}+0+\begin{bmatrix}-p\\ -q\\ -r\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}u\\ v\\ w\end{bmatrix}+0\\
\Rightarrow\begin{cases}\dot{u}=rv-qw+f_1+g_1\\ \dot{v}=pw-ru+f_2+g_2\\ \dot{w}=qu-pv+f_3+g_3\end{cases}
\end{gathered} \qquad (۱۱)
$$

۳- الگوریتم ناوبری مستقل از موقعیت سامانه

اگر فرامین سرعت زاویه‌ای اعمالی به ژیروسکوپ‌ها در سیستم صفحه پایدار افق محلی، مستقل از موقعیت سامانه و به صورت رابطه ۱۲ باشد، صفحه پایدار حول افق محلی مطابق معادلات دیفرانسیل رابطه ۱۵ نوسان می‌کند. در این رابطه R_G مقداری ثابت است، تعاریف ارائه شده در روابط ۱۳ و ۱۴ مفروض بوده و فرض کروی بودن زمین برای شتاب جاذبه در نظر گرفته شده است.

$$
\dot{p}=-\frac{f_2}{z}\qquad,\qquad \dot{q}=+\frac{f_1}{z} \qquad (۱۲)
$$

$$
\omega_y=\frac{u}{z}\qquad,\qquad \omega_x=-\frac{v}{z} \qquad (۱۳)
$$

$$
\varphi_y=-\frac{x}{R_G}\qquad,\qquad \varphi_x=\frac{y}{R_G} \qquad (۱۴)
$$

با توجه به این که هدف نهایی الگوریتم ناوبری تعیین موقعیت است، برای بدست آوردن زوایای طول و عرض جغرافیایی کافی است ${}^{m_N}\omega_{em_N}$ پیدا شود. برای این کار می‌توان از رابطه ۱۶ بهره برد ([۵]). حل این رابطه برای بدست آوردن سه متغیر λ، φ_i و ψ به صورت بازگشتی کفایت می‌کند. مقادیر p_m، q_m و r_m در رابطه‌ی مربوطه به ترتیب با ω_x، ω_y و صفر جاگذاری می‌شوند. دیاگرام بلوکی شکل ۲ محاسبات الگوریتم ناوبری ارائه شده را نشان می‌دهد.

$$
\dot{\omega_y}=-\frac{(\omega_y+q)\dot{z}}{z}-\ r\ \omega_x-\frac{R_G}{z}\ q^2\varphi_y-\frac{R_G}{z}qp\ \varphi_x+\dot{q}+\frac{GM}{R_G^3}\ \frac{R_G}{z}\varphi_y\frac{1}{\left(\varphi_y^2+\varphi_x^2+\left(\frac{z}{R_G}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \qquad (۱۵)
$$

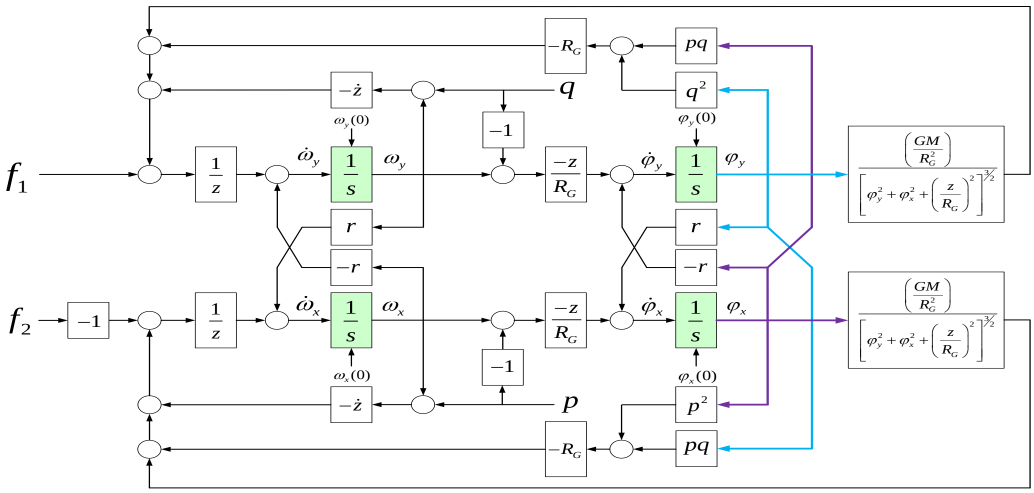
$$\dot{\omega}_x = -\frac{(\omega_x+p)\dot{z}}{z} + r\,\omega_y - \frac{R_G}{z}p^2\varphi_x - \frac{R_G}{z}pq\,\varphi_y + \dot{p} + \frac{GM}{R_G^3}\,\frac{R_G}{z}\,\varphi_x\,\frac{1}{\left(\varphi_y^2+\varphi_x^2+\left(\frac{z}{R_G}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

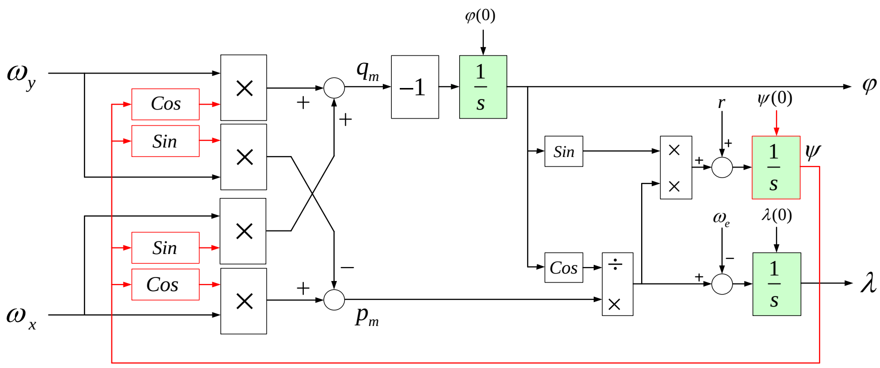
$$\dot{\varphi}_y = -r\,\varphi_x - \frac{z}{R_G}\,(\omega_y - q)$$

$$\dot{\varphi}_x = +r\,\varphi_y - \frac{z}{R_G}\,(\omega_x - p)$$

$$^{m_N}\omega_{em_N} = {}^{m_N}_{m}C\,{}^{m}\omega_{em_N} = {}^{m_N}_{m}C\left(-{}^{m}\omega_{ie} + {}^{m}\omega_{im} - {}^{m}\omega_{m_Nm}\right)$$

$$\begin{bmatrix}\dot{\lambda}\cos(\varphi_i)\\ \dot{\varphi}_i\\ \dot{\lambda}\sin(\varphi_i)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}C\psi & -S\psi & 0\\ S\psi & C\psi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix}-\omega_e C\psi\cos(\varphi_i)\\ \omega_e C\psi\cos(\varphi_i)\\ -\omega_e\sin(\varphi_i)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}p_m\\ q_m\\ r_m\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0\\ 0\\ \dot{\psi}\end{bmatrix}\right) \qquad (۱۶)$$





شکل ۲: دیاگرام بلوکی الگوریتم ناوبری

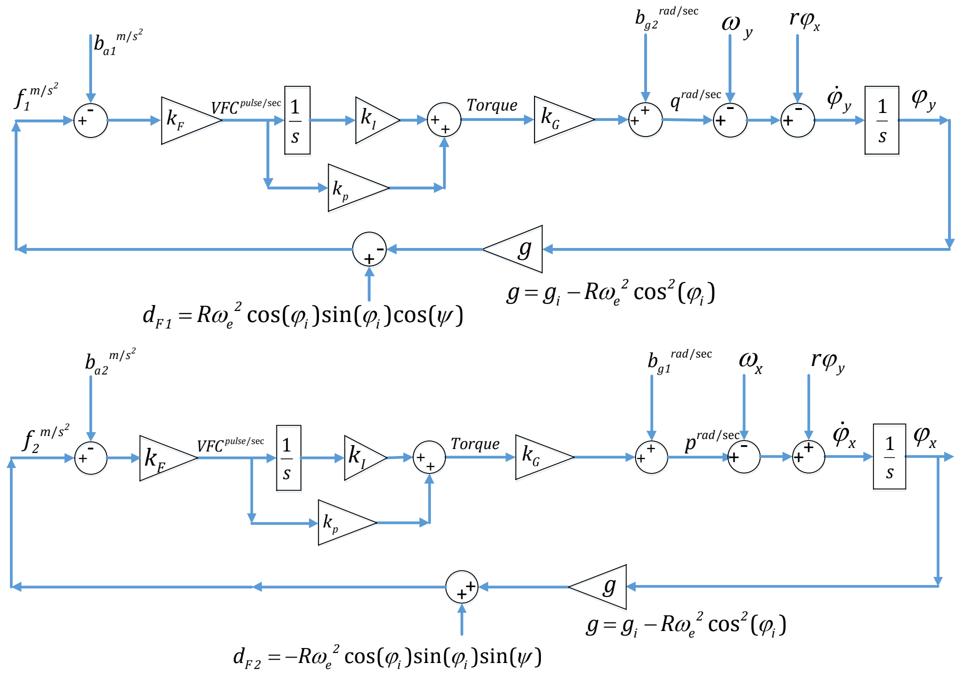
٤- مدل‌سازی IMU به صورت ایده‌آل

در یک IMU ایده‌آل، حساسه‌های ژیروسکوپ و شتاب‌سنج تنها دارای بایاس و مقیاس ثابت هستند. کانال سوم بر خلاف دو کانال دیگر از خروجی زاویه‌سنج قاب به جای شتاب‌سنج‌ها استفاده کرده و این حساسه، حساسه‌ای ایده‌آل تنها با یک بایاس ثابت در نظر گرفته می‌شود.

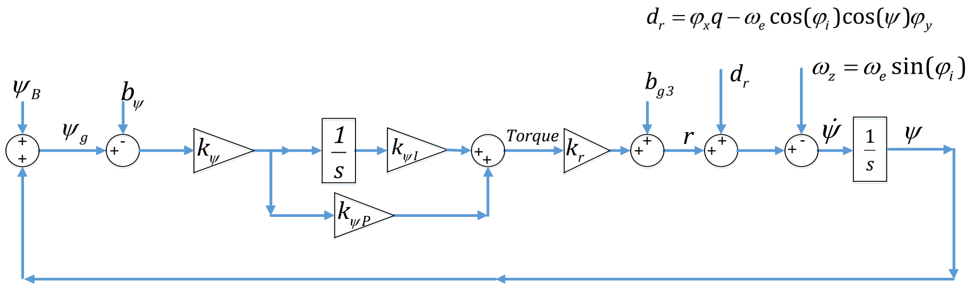
مدل کانال‌های اول و دوم در شکل ۳ ارائه شده است. انحراف ژیروسکوپ‌ها با b_{g1} و b_{g2} و بایاس شتاب‌سنج‌ها با b_{a1} و b_{a2} نشان داده شده‌اند. ضرایب ثابت این شکل مربوط به مدل دینامیکی سیستم $(k_F\ , k_G)$ و مدل کنترل‌کننده $(k_I\ , k_P)$ است. برای بدست آوردن شتاب‌های f_1 و f_2 می‌توان از رابطه ۱۵ استفاده کرد اما به علت وابستگی این رابطه به مقادیر

p و q از رابطه ۱۷ استفاده شده است که در آن R مولفه سوم بردار ${}^{m_N}r_{MB}$ و φ_i و λ عرض و طول جغرافیایی در دستگاه ناوبری جرمی هستند ([۵]). در انتهای فاز همراستاسازی که سامانه در حالت سکون است، این رابطه به رابطه ۱۸ تبدیل می‌شود. همچنین مدل کانال سوم در شکل ۴ ارائه شده است، منظور از ψ_g زاویه‌ی اویلر بین دستگاه صفحه و دستگاه بدنه‌ی IMU حول محور سوم دستگاه صفحه است. b_ψ بایاس این زاویه‌سنج است و سیگنال b_{g3} به عنوان انحراف ژیروسکوپ کانال سوم تعریف می‌شود. ضرایب ثابت این شکل مربوط به مدل دینامیکی سیستم (k_ψ, k_r) و مدل کنترل‌کننده $(k_{\psi I}, k_{\psi P})$ است. برای تکمیل مدل کانال سوم از رابطه ۱۹ استفاده می‌شود. این رابطه از ترکیب دو رابطه ۱۵ و ۱۶ بدست آمده است.

با توجه به رابطه ۱۷، رابطه ۲۰ برای شرایط انتهایی فاز همراستاسازی کانال اول و دوم بدست می‌آید. با تعریف متغیر میانی α در رابطه ۲۱، این رابطه ساده‌سازی می‌شود. همچنین روابط ۲۲ تا ۲۴ در انتهای فاز همراستاسازی برای کانال سوم برقرار هستند. در روابط آتی، لحظه شروع فاز ناوبری با 0 یا 0^+ و انتهای فاز همراستاسازی با 0^- نشان داده می‌شود.



شکل ۳: مدل حلقه بسته کانال اول ودوم سامانه ایده‌آل در فاز همراستاسازی



شکل ۴: مدل حلقه بسته کانال سوم سامانه ایده‌آل در فاز همراستاسازی

$$\begin{aligned}
f_1 &= \left(R\ddot{\varphi} + R(\dot{\lambda}+\omega_e)^2\sin(\varphi_i)\cos(\varphi_i)\right)\cos(\psi) - \left(R\ddot{\lambda}\cos(\varphi_i) - 2R\sin(\varphi_i)(\dot{\lambda}+\omega_e)^2\dot{\varphi}_i\right)\sin(\psi) \\
&\quad -\left(-R\left(\dot{\varphi}_i^2 + (\dot{\lambda}+\omega_e)^2\cos^2(\varphi_i)\right) + g_i\right)\varphi_y \\
f_2 &= -\left(R\ddot{\varphi} + R(\dot{\lambda}+\omega_e)^2\sin(\varphi_i)\cos(\varphi_i)\right)\sin(\psi) - \left(R\ddot{\lambda}\cos(\varphi_i) - 2R\sin(\varphi_i)(\dot{\lambda}+\omega_e)^2\dot{\varphi}_i\right)\cos(\psi) \\
&\quad +\left(-R\left(\dot{\varphi}_i^2 + (\dot{\lambda}+\omega_e)^2\cos^2(\varphi_i)\right) + g_i\right)\varphi_x
\end{aligned} \tag{۱۷}$$

$$\begin{aligned}
f_1 &= \left(R\omega_e^2\sin(\varphi_i)\cos(\varphi_i)\right)\cos(\psi) + \left(R\omega_e^2\cos^2(\varphi_i) - g_i\right)\varphi_y \\
f_2 &= -\left(R\omega_e^2\sin(\varphi_i)\cos(\varphi_i)\right)\sin(\psi) + \left(-R\omega_e^2\cos^2(\varphi_i) + g_i\right)\varphi_x
\end{aligned} \tag{۱۸}$$

$$\begin{cases}\dot{\varphi}_x = p - \omega_e\cos(\varphi_i)\cos(\psi) + \varphi_y r \\ \dot{\varphi}_y = q + \omega_e\cos(\varphi_i)\sin(\psi) - \varphi_x r \\ \dot{\psi} = \varphi_x q - \omega_e\cos(\varphi_i)\cos(\psi)\varphi_y - \omega_e\sin(\varphi_i) + r\end{cases} \qquad (۱۹)$$

$$\dot{\varphi}_{x0-} = 0,\quad \dot{\varphi}_{y0-} = 0$$

$$f_2 = b_{a2},\quad f_1 = b_{a1}$$

$$\varphi_{y0-} = \frac{R\omega_e^{\,2}\sin(\varphi_i)\cos(\varphi_i)\sin(\psi_{0-})}{g_i - R\omega_e^{\,2}\cos^2(\varphi_i)} - \frac{b_{a1}}{g_i - R\omega_e^{\,2}\cos^2(\varphi_i)} \qquad (۲۰)$$

$$\varphi_{x0-} = \frac{R\omega_e^{\,2}\sin(\varphi_i)\cos(\varphi_i)\cos(\psi_{0-})}{g_i - R\omega_e^{\,2}\cos^2(\varphi_i)} + \frac{b_{a2}}{g_i - R\omega_e^{\,2}\cos^2(\varphi_i)}$$

$$\begin{cases}\theta_{F1} \stackrel{\Delta}{=} \dfrac{b_{a1}}{g_i},\ \theta_{F2} \stackrel{\Delta}{=} \dfrac{b_{a2}}{g_i} \\ \alpha \stackrel{\Delta}{=} \dfrac{R\omega_e^{\,2}\sin(\varphi_i)\cos(\varphi_i)}{g_i}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\varphi_{y0-} \cong \dfrac{R\omega_e^{\,2}\sin(\varphi_i)\cos(\varphi_i)\cos(\psi_{0-})}{g_i} - \dfrac{b_{a1}}{g_i} = \alpha\cos(\psi_{0-}) - \theta_{F1} \\ \varphi_{x0-} \cong \dfrac{R\omega_e^{\,2}\sin(\varphi_i)\cos(\varphi_i)\sin(\psi_{0-})}{g_i} + \dfrac{b_{a2}}{g_i} = \alpha\sin(\psi_{0-}) + \theta_{F2}\end{cases} \qquad (۲۱)$$

$$\dot{\psi}_{0-} = 0\ ,\ \psi_{g0-} = b_\psi \qquad (۲۲)$$

$$\begin{aligned} d_r &= \varphi_{x0-}q_{0-} - \omega_e\cos(\varphi_i)\cos(\psi_{0-})\varphi_{y0-} \stackrel{q_{0-}=r_{0-}\varphi_{x0-}+\omega_{y0}}{=} \varphi_{x0-}\left(r_{0-}\varphi_{x0-} + \omega_{y0}\right) - \omega_e\cos(\varphi_i)\cos(\psi_{0-})\varphi_{y0-} \\ \Rightarrow d_r &= \left(r_{0-}\varphi_{x0-}^{\ 2}\right) - \alpha\omega_e\cos(\varphi_i) - \omega_e\cos(\varphi_i)\sin(\psi_{0-})\theta_{F2} + \omega_e\cos(\varphi_i)\cos(\psi_{0-})\theta_{F1} \\ &\cong -\alpha\omega_e\cos(\varphi_i) - \omega_e\cos(\varphi_i)\sin(\psi_{0-})\theta_{F2} + \omega_e\cos(\varphi_i)\cos(\psi_{0-})\theta_{F1}\end{aligned} \qquad (۲۳)$$

$$r_{0-} = \omega_e\sin(\varphi_i) - d_r = \omega_e\sin(\varphi_L) + \omega_e\cos(\varphi_i)\left(\sin(\psi_{0-})\theta_{F2} - \cos(\psi_{0-})\theta_{F1}\right) \qquad (۲۴)$$

[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.3.3]

[DOI: 10.29252/joc.14.2.1]

۴-۱ شرایط اولیه فاز ناوبری

در انتقال از فاز همراستاسازی به فاز ناوبری، سه اتفاق رخ می‌دهد، اول اینکه بهره‌ی k_p کنترل کننده‌ی کانال اول و دوم، صفر می‌شود، دوم اینکه بهره k_I افزایش می‌یابد و سوم اینکه به ژیروسکوپ کانال سوم، مقدار صفر فرمان داده می‌شود (رابطه ۲۵). در فاز ناوبری رابطه ۲۶ برای کانال‌های اول و دوم برقرار است. در این رابطه اگر انحراف ژیروسکوپ با زمان تغییر نکند، عبارت دوم رابطه صفر می‌شود. بر اساس این تغییرات، سیگنال‌های مختلف، تغییراتی داشته که در جدول ۱ ارائه شده است، طبق این جدول رابطه ۲۷ بدست می‌آید.

$$r_{0+} = b_{g3} \qquad (۲۵)$$

$$\begin{aligned} p &= p_{0+} - \int_0^t k_I k_G k_F\left(f_2 - b_{a2}\right)dt + \left(b_{g1}(\mathrm{t}) - b_{g1}(0)\right) \\ q &= q_{0+} + \int_0^t k_I k_G k_F\left(f_1 - b_{a1}\right)dt + \left(b_{g2}(\mathrm{t}) - b_{g2}(0)\right)\end{aligned} \qquad (۲۶)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_{y0+} &= \left(-r_{0+} + r_{0-}\right)\varphi_{x0} = \left(-b_{g3} + r_{0-}\right)\varphi_{x0} + b_{g2} \\ \dot{\varphi}_{x0+} &= \left(r_{0+} - r_{0-}\right)\varphi_{y0} = \left(b_{g3} - r_{0-}\right)\varphi_{y0} + b_{g1}\end{aligned} \qquad (۲۷)$$

جدول ۱: تغییرات سیگنال‌ها در ورود به فاز ناوبری

ردیف	تغییرات	پارامتر
۱	پرش ندارد	$\varphi_i\ ,\lambda\ ,\psi$
۲	پرش ندارد	$\omega_x\ ,\omega_y$
۳	پرش دارد	$\dot{\omega}_x\ ,\dot{\omega}_y$
۴	پرش دارد	$\dot{\psi}$
۵	پرش دارد	r
۶	پرش ندارد	$f_1\ ,f_2\ ,p\ ,q$
۷	پرش دارد	$\dot{\varphi}_x\ ,\dot{\varphi}_y$
۸	پرش ندارد	$\varphi_x\ ,\varphi_y$

۵- تحلیل خطای الگوریتم ناوبری

برای تحلیل خطای الگوریتم ناوبری، بهتر است از معادلات دیفرانسیل مرتبه دو استفاده شود. با ترکیب چهار معادله‌ی رابطه ۱۵ و اضافه کردن پارامترهای خطا به معادلات و ترکیب روابط شتاب و ورودی‌های p و q، رابطه ۲۸ بدست می‌آید. همچنین شرایط اولیه‌ی این معادلات با در نظر گرفتن پارامترهای خطا در بخش قبل ارائه شد.

۵-۱ تحلیل خطای انحراف کانال‌های اول و دوم ژیروسکوپ

برای انحراف ثابت کانال اول ژیروسکوپ و در حالت سکون رابطه ۲۸ به صورت رابطه ۲۹ ساده می‌شود. این معادلات دیفرانسیل یک جواب عمومی مطابق رابطه ۳۰ با فرض شرایط اولیه‌ی مشخص دارد. شرایط اولیه معادلات با توجه به روابط ۲۱، ۲۴ و ۲۷ در رابطه ۳۱ ارائه شده است.

برای یافتن خطای ناوبری کافی است مقادیر p و q جدید (p_{False} و q_{False}) با استفاده از φ_x و φ_y جدید که با وجود انحراف ثابت ژیروسکوپ محاسبه شده‌اند (φ_x' و φ_y') بدست آمده و با استفاده از الگوریتم ناوبری، مقادیر جدید p_m و q_m بدست آورده شود (p_m' و q_m'). برای این کار از دو معادله‌ی آخر رابطه ۱۵ با فرض $z = R_G$ و $r = 0$ و همچنین دیاگرام بلوکی شکل ۳ استفاده شده است. در انتها اختلاف بین مقادیر p_m و q_m جدید و قدیم بدست آمده و با انتگرال‌گیری از آن، خطای مکان بدست می‌آید (رابطه ۳۲). همان‌طور که مشاهده می‌شود این خطا متناسب با انحراف ثابت ژیروسکوپ است و برای انحراف ثابت کانال دوم ژیروسکوپ نیز برقرار است.

۵-۲ تحلیل خطای انحراف کانال سوم ژیروسکوپ

برای انحراف ثابت کانال سوم ژیروسکوپ و در حالت سکون رابطه ۲۸ به صورت رابطه ۳۳ ساده می‌شود. این معادلات دیفرانسیل یک جواب عمومی مطابق رابطه ۳۰ با فرض شرایط اولیه‌ی مشخص (رابطه ۳۴) و یک جواب خصوصی به ازای ورودی مشخص (رابطه ۳۵) دارد. رابطه ۳۵ با استفاده از روابط ۱۶و ۱۹ در حالت سکون تقریب زده شده است. برای یافتن خطای ناوبری کافی است مطابق روش ارائه شده در بخش قبل عمل شود (رابطه ۳۶).

$$\begin{cases}\ddot{\varphi}_x = -k_{sh}\varphi_x - b_{g3}\omega_y + b_{g3}\dot{\varphi}_y + k_g f_2 + \dfrac{b_{a2}}{R_{GMM}} + \dot{b}_{g1}(t)\\ \ddot{\varphi}_y = -k_{sh}\varphi_y + b_{g3}\omega_x - b_{g3}\dot{\varphi}_x - k_g f_1 - \dfrac{b_{a1}}{R_{GMM}} + \dot{b}_{g2}(t)\end{cases}
\quad
\begin{cases}k_{sh} \overset{\Delta}{=} -\dot{\varphi}^2 - \left(\dot{\lambda}+\omega_e\right)^2\cos^2(\varphi) + \dfrac{g_i}{R}\\ k_g \overset{\Delta}{=} \left(\dfrac{1}{z} - \dfrac{1}{R_{GMM}}\right)\\ R_{GMM} = \dfrac{1}{k_I k_G k_F}\end{cases} \tag{۲۸}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi}_x &= -k_{sh}\varphi_x\\ \ddot{\varphi}_y &= -k_{sh}\varphi_y\end{aligned} \tag{۲۹}$$

$$\begin{aligned}\varphi_x &= A\sin\left(\sqrt{K_{sh}}t\right) + B\cos\left(\sqrt{K_{sh}}t\right)\\ \varphi_y &= A'\sin\left(\sqrt{K_{sh}}t\right) + B'\cos\left(\sqrt{K_{sh}}t\right)\end{aligned} \tag{۳۰}$$

$$\begin{aligned}\varphi_{x_0} &= B = \alpha sin\psi_0 + \theta_{F_2} = \alpha sin\psi_0\\ \dot{\varphi}_{x_0} = A\sqrt{K_{sh}} &= -\alpha\omega_e sin\varphi_L cos\psi_0 + (\alpha cos\psi_0)b_{g_3} + (\omega_e sin\varphi_L + \alpha\omega_e cos\varphi_i \cos^2\psi_0)\theta_{F_1}\\ &+ (-\alpha\omega_e cos\varphi_i \sin\psi_0\, cos\psi_0)\theta_{F_2} + (-1)\, b_{g_3}\theta_{F_1} + (-\omega_e cos\varphi_i cos\psi_0)\theta_{F_1}^2\\ &+ (\omega_e cos\varphi_i sin\psi_0)\theta_{F_1}\theta_{F_2} + b_{g1} = -\alpha\omega_e sin\varphi_L cos\psi_0 + b_{g1}\\ \varphi_{y_0} &= B' = \alpha cos\psi_0 - \theta_{F_1} = \alpha cos\psi_0\\ \dot{\varphi}_{y_0} = A'\sqrt{K_{sh}} &= \alpha\omega_e sin\varphi_L sin\psi_0 + (\alpha sin\psi_0)b_{g_3} + (-\alpha\omega_e cos\varphi_i\, sin\psi_0\, cos\psi_0)\theta_{F_1}\\ &+ (\omega_e sin\varphi_L + \alpha\omega_e cos\varphi_i \sin^2\psi_0)\theta_{F_2} + (1)\, b_{g_3}\theta_{F_2} + (\omega_e cos\varphi_i sin\psi_0)\theta_{F_2}^2\\ &+ (-\omega_e cos\varphi_i cos\psi_0)\theta_{F_1}\theta_{F_2} + b_{g2} = \alpha\omega_e sin\varphi_L sin\psi_0\end{aligned} \tag{۳۱}$$

$$\begin{aligned}p_{False} &= p_m + \dot{\varphi}_x{}' - b_{g_1}\\ q_{False} &= q_m + \dot{\varphi}_y{}'\\ p_m' = p_{False} - \dot{\varphi}_x = p_m + \dot{\varphi}_x{}' - b_{g_1} - \dot{\varphi}_x &\Rightarrow p_m' - p_m = \dot{\varphi}_x{}' - \dot{\varphi}_x - b_{g_1} = p_{merror}\\ q_m' = q_{False} - \dot{\varphi}_y = q_m + \dot{\varphi}_y{}' - \dot{\varphi}_y &\Rightarrow q_m' - q_m = \dot{\varphi}_y{}' - \dot{\varphi}_y = q_{merror}\\ p_{merror} = -b_{g_1} + b_{g1}\cos\left(\sqrt{K_{sh}}t\right) \quad &, \quad \int p_{m_{error}} = -b_{g_1}t + \frac{b_{g1}}{\sqrt{K_{sh}}}sin\left(\sqrt{K_{sh}}t\right)\\ q_{m_{error}} = 0 \quad &, \quad \int q_{m_{error}} = 0\\ \sqrt{\left(\int_0^t p_{m_{error}}dt\right)^2 + \left(\int_0^t q_{m_{error}}dt\right)^2} &= b_{g_1}\left(t - \frac{sin\left(\sqrt{K_{sh}}t\right)}{\sqrt{K_{sh}}}\right)\end{aligned} \tag{۳۲}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi}_x &= -k_{sh}\varphi_x - b_{g3}\omega_y + b_{g3}\dot{\varphi}_y \cong -k_{sh}\varphi_x - b_{g3}\omega_y\\ \ddot{\varphi}_y &= -k_{sh}\varphi_y + b_{g3}\omega_x - b_{g3}\dot{\varphi}_x \cong -k_{sh}\varphi_y + b_{g3}\omega_x\end{aligned} \tag{۳۳}$$

$$\begin{gathered}\varphi_{x_0} = B = \alpha sin\psi_0 \\ \dot{\varphi}_{x_0} = A\sqrt{K_{sh}} = -\alpha\omega_e sin\varphi_L cos\psi_0 + \alpha cos\psi_0 b_{g_3} \\ \varphi_{y_0} = B' = \alpha cos\psi_0 \\ \dot{\varphi}_{y_0} = A'\sqrt{K_{sh}} = \alpha\omega_e sin\varphi_L sin\psi_0 + \alpha sin\psi_0 b_{g_3}\end{gathered} \quad (۳۴)$$

$$\begin{gathered}\begin{cases}\ddot{\varphi}_x \cong -k_{sh}\varphi_x - b_{g3}\omega_y \\ \ddot{\varphi}_y \cong -k_{sh}\varphi_y + b_{g3}\,\omega_x\end{cases} \quad \begin{cases}\omega_y \cong -\omega_e\, cos(\varphi_{i0})\, S\psi \\ \omega_x \cong \omega_e\, cos\,(\varphi_{i0})\; C\psi\end{cases} \quad \psi \cong \psi_0 - \omega_e sin\,(\varphi_{i0})t \\ \begin{cases}\ddot{\varphi}_x = -k_{sh}\varphi_x + b_{g3}\omega_e\;\, cos(\varphi_{i0})\, sin(\psi_0 - \omega_e\, sin(\varphi_{i0})\, t) = -k_{sh}\varphi_x + A\, sin\,(\psi_0 - \omega_e sin\,(\varphi_{i0})t) \\ \ddot{\varphi}_y = -k_{sh}\varphi_y + b_{g3}\;\omega_e\, cos(\varphi_{i0})\, cos(\psi_0 - \omega_e\, sin(\varphi_{i0})\, t) = -k_{sh}\varphi_y + A\, cos\,(\psi_0 - \omega_e sin\,(\varphi_{i0})t)\end{cases}\end{gathered} \quad (۳۵)$$

$$\begin{aligned}\int p_{m_{error}} &= \frac{\alpha cos\psi_0 b_{g_3}}{\sqrt{K_{sh}}} sin\big(\sqrt{K_{sh}}t\big) \\ &+ A\left[a\, cos\big(\sqrt{k_{sh}}t\big) + \frac{b}{\sqrt{k_{sh}}} sin\big(\sqrt{k_{sh}}t\big) - a\, cos(\omega_e\, sin(\varphi_{i0})\, t) - \frac{b}{\omega_e\, sin(\varphi_{i0})} sin(\omega_e\, sin(\varphi_{i0})\, t)\right] \\ \int q_{m_{error}} &= \frac{\alpha sin\psi_0 b_{g_3}}{\sqrt{K_{sh}}} sin\big(\sqrt{K_{sh}}t\big) \\ &+ A\left[a' \quad cos\big(\sqrt{k_{sh}}t\big) + \frac{b'}{\sqrt{k_{sh}}} sin\big(\sqrt{k_{sh}}t\big) - a' \quad cos(\omega_e\, sin(\varphi_{i0})\, t) - \frac{b'}{\omega_e\, sin(\varphi_{i0})} sin(\omega_e\, sin(\varphi_{i0})\, t)\right] \\ a &= \frac{sin(\psi_0)}{\omega_e^2\, sin^2(\varphi_{i0}) - k_{sh}}, b = \frac{-\omega_e\, sin(\varphi_{i0})\, cos(\psi_0)}{\omega_e^2\, sin^2(\varphi_{i0}) - k_{sh}}, a' = \frac{cos(\psi_0)}{\omega_e^2\, sin^2(\varphi_{i0}) - k_{sh}}, b' \\ &= \frac{\omega_e\, sin(\varphi_{i0})\, sin(\psi_0)}{\omega_e^2\, sin^2(\varphi_{i0}) - k_{sh}}\end{aligned} \quad (۳۶)$$

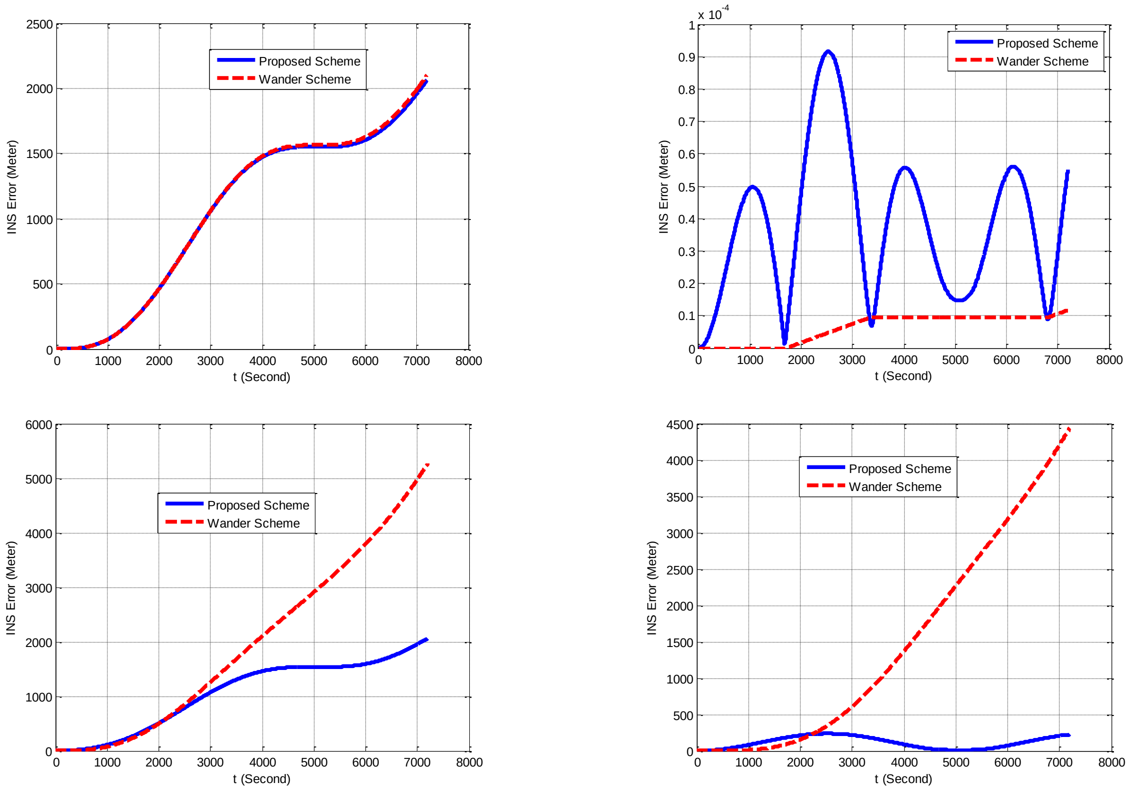
۶- ارزیابی عملکرد الگوریتم ناوبری طراحی شده در حضور انحراف ثابت ژیروسکوپ

بر اساس مطالعات تحلیلی روی خطای الگوریتم ناوبری ارائه شده و مقایسه آن با خطای الگوریتم ناوبری سمت-رها ([۵])، رابطه‌ی خطای ناوبری در طرح ارائه شده به ازای انحراف ثابت کانال‌های اول و دوم ژیروسکوپ با رابطه‌ی این خطا در طرح سمت-رها (رابطه ۴ در جدول ۲) یکسان است. همچنین با توجه به رابطه ۳۶، خطای ناوبری طرح ارائه شده به ازای انحراف ثابت کانال سوم ژیروسکوپ، محدود و نوسانی است در حالی که با توجه به رابطه ۵ در جدول ۲، خطای ناوبری در طرح سمت-رها به ازای این پارامتر نامحدود و از توان دو است. برای ارزیابی عملکرد الگوریتم ناوبری طراحی شده در مقایسه با الگوریتم سمت-رها، شبیه‌سازی مناسبی در محیط Simulink نرم‌افزار MATLAB تهیه شده است. شبیه‌سازی به ازای چهار سناریوی مختلف و در هر سناریو برای مدت زمان دو ساعت انجام شده است: سناریوی اول حالت سکون، سناریوی دوم تغییر زیاد در عرض جغرافیایی (حرکت روی محور واصل دو قطب جغرافیایی)، سناریوی سوم تغییر زیاد در طول جغرافیایی (حرکت روی محوری به موازات محور استوا) و سناریوی چهارم تغییر زیاد در طول و عرض جغرافیایی. شبیه‌سازی‌ها یک بار به ازای انحراف ثابت کانال اول ژیروسکوپ مساوی با $0.01\frac{Deg}{h}$، یک بار به ازای انحراف ثابت کانال سوم ژیروسکوپ مساوی با $0.1\frac{Deg}{h}$ و یک بار به ازای هر دو انحراف ثابت کانال‌های اول و سوم ژیروسکوپ به ترتیب مساوی با $0.01\frac{Deg}{h}$ و $0.1\frac{Deg}{h}$ انجام شده‌اند. با توجه به روابط سینماتیکی حرکت، خروجی‌های شتاب‌سنج‌ها به ازای هر سناریو، شبیه‌سازی شده و به عنوان ورودی به الگوریتم ناوبری اعمال شده‌اند. خروجی الگوریتم ناوبری طراحی شده با خروجی الگوریتم ناوبری سمت-رها مقایسه شده و خطای هر دو الگوریتم مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی در سناریوی حالت سکون در شکل ۵ ارائه شده است، به ازای انحراف ثابت کانال اول ژیروسکوپ خطای هر دو طرح یکسان و مطابق رابطه ۳۲ است اما به ازای انحراف ثابت کانال سوم ژیروسکوپ خطای طرح ارائه شده محدود، نوسانی و مطابق رابطه ۳۶ است، در حالی که در طرح سمت-رها این خطا نامحدود بوده و تا ۴.۵ کیلومتر افزایش می‌یابد، البته مشخص است که تا زمان حدود ۲۴۰۰ ثانیه، این خطا کمتر از خطای طرح ارائه شده است. همچنین به ازای انحراف ثابت در کانال‌های اول و سوم ژیروسکوپ، خطای طرح ارائه شده در طول مدت زمان دو ساعت کمتر از روش سمت-رها است. نتایج شبیه‌سازی در سناریوی تغییر زیاد در عرض جغرافیایی (حدود ۷۵ درجه) در شکل ۶ ارائه شده است، به ازای انحراف ثابت کانال اول ژیروسکوپ خطای طرح سمت-رها کمی کمتر از خطای طرح ارائه شده است، اما به ازای انحراف ثابت کانال سوم ژیروسکوپ خطای طرح ارائه شده محدود و نوسانی است، در حالی که در طرح سمت-رها این خطا نامحدود بوده و تا ۱۲.۵ کیلومتر افزایش می‌یابد. البته مشخص است که تا زمان حدود ۲۴۰۰

[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.3.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.1]

ثانیه، خطای طرح سمت–رها کمتر از خطای طرح ارائه شده است. همچنین به ازای انحراف ثابت در کانال‌های اول و سوم ژیروسکوپ خطای طرح ارائه شده تا مدت حدود یک ساعت کمتر از طرح ارائه شده است اما در ادامه خطای آن تا حدود ۱۱ کیلومتر افزایش می‌یابد. نتایج شبیه‌سازی در سناریوی تغییر زیاد در طول جغرافیایی (حدود ۷۵ درجه) در شکل ۷ ارائه شده است، به ازای انحراف ثابت کانال اول ژیروسکوپ خطای طرح سمت–رها کمی بیشتر از خطای طرح ارائه شده است، اما به ازای انحراف ثابت کانال سوم ژیروسکوپ خطای طرح ارائه شده محدود و نوسانی است، در حالی که در طرح سمت–رها این خطا نامحدود بوده و تا ۱۳ کیلومتر افزایش می‌یابد. البته مشخص است که تا زمان حدود ۲۴۰۰ ثانیه، خطای طرح سمت–رها کمتر از خطای طرح ارائه شده است. همچنین به ازای انحراف ثابت در کانال‌های اول و سوم ژیروسکوپ خطای طرح ارائه شده تا مدت حدود ۲۰۰۰ ثانیه کمتر از طرح ارائه شده است اما در ادامه خطای آن تا حدود ۱۴ کیلومتر افزایش می‌یابد. نتایج شبیه‌سازی در سناریوی تغییر زیاد در طول و عرض جغرافیایی (به ترتیب حدود ۶۵ و ۵۵ درجه) در شکل ۸ ارائه شده است، به ازای انحراف ثابت کانال اول ژیروسکوپ خطای طرح سمت–رها کمی کمتر از خطای طرح ارائه شده است، اما به ازای انحراف ثابت کانال سوم ژیروسکوپ خطای طرح ارائه شده محدود و نوسانی است، در حالی که در طرح سمت–رها این خطا نامحدود بوده و تا ۱۵ کیلومتر افزایش می‌یابد. البته مشخص است که تا زمان حدود ۲۴۰۰ ثانیه، خطای طرح سمت–رها کمتر از خطای طرح ارائه شده است. همچنین به ازای انحراف ثابت در کانال‌های اول و سوم ژیروسکوپ خطای طرح ارائه شده تا مدت حدود ۳۰۰۰ ثانیه کمتر از طرح ارائه شده است اما در ادامه خطای آن تا حدود ۱۵ کیلومتر افزایش می‌یابد.

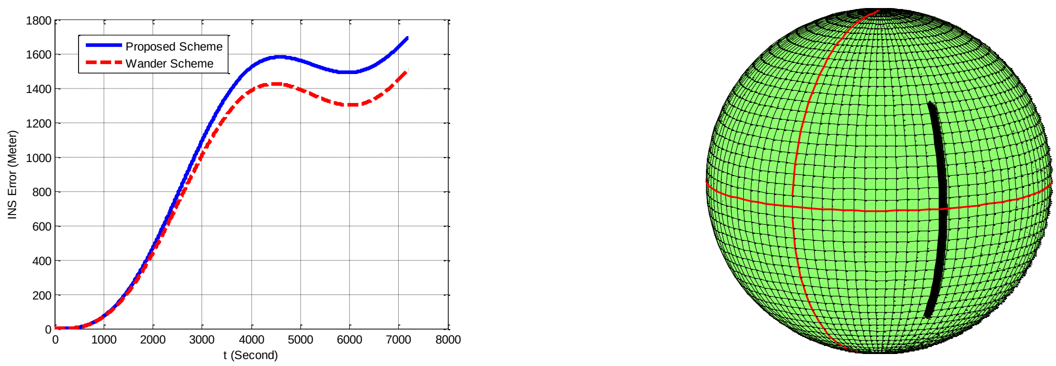
(۱) (۲) (۳) (۴)



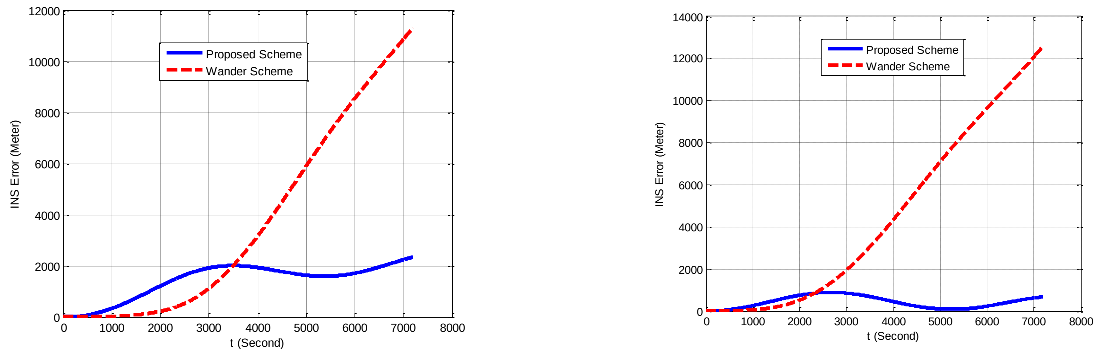
شکل ۵: خطای ناوبری طرح ارائه شده در مقایسه با طرح سمت–رها، حالت سکون

(۱): بدون منبع خطا، (۲): با انحراف کانال اول، (۳): با انحراف کانال سوم، (۴): با انحراف کانال‌های اول و سوم

(۱) (۲)



(۳) (۴)

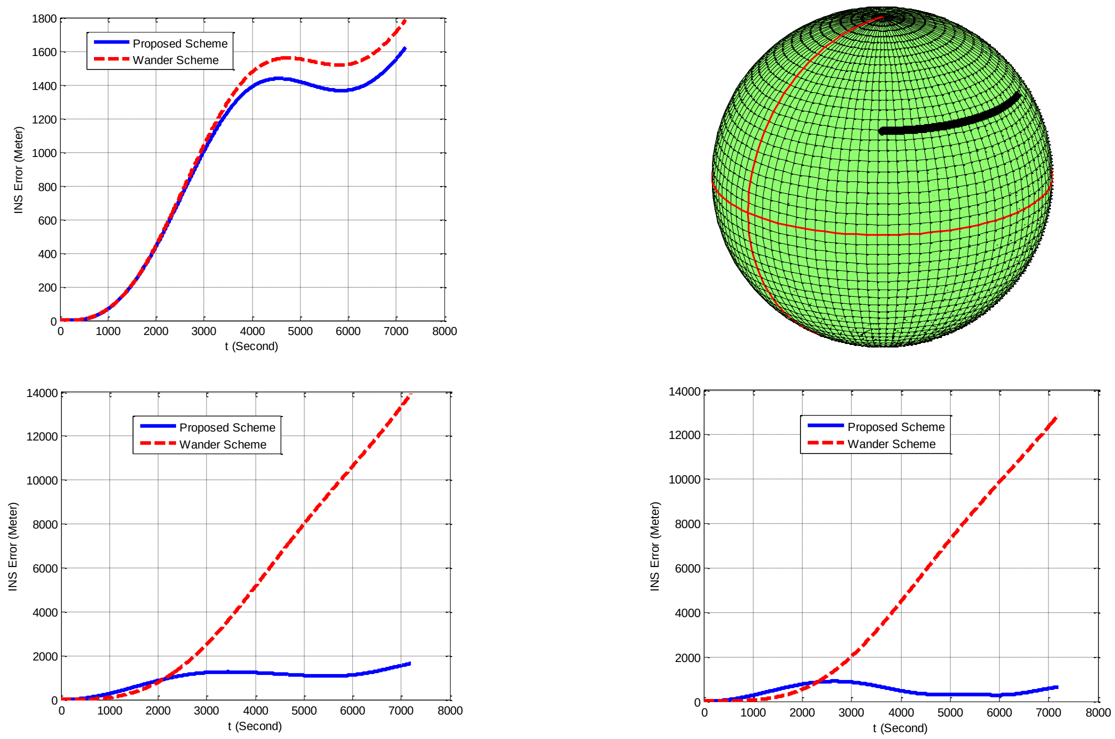


شکل ۶: خطای ناوبری طرح ارائه شده در مقایسه با طرح سمت-رها، حالت تغییر زیاد در عرض جغرافیایی

(۱):مسیر حرکت، (۲): با انحراف کانال اول، (۳): با انحراف کانال سوم، (۴): با انحراف کانال‌های اول و سوم

(۱) (۲)

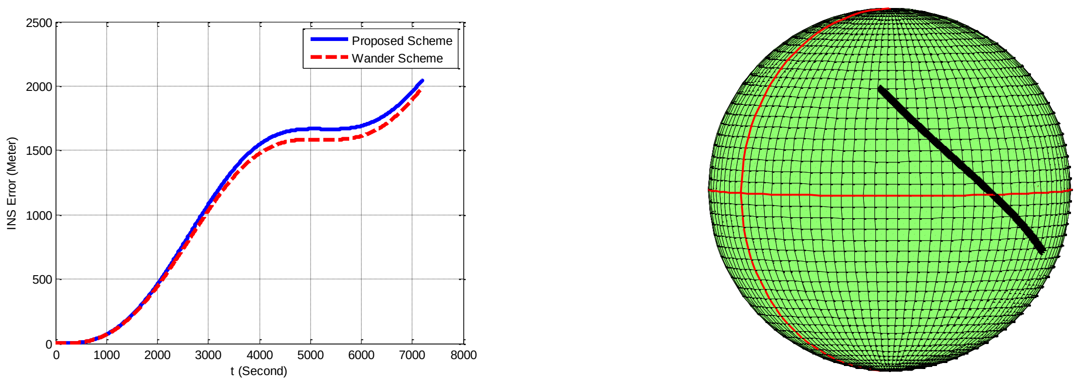
(۳) (۴)



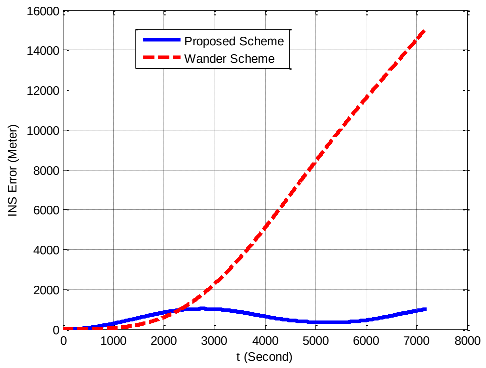
شکل ۷: خطای ناوبری طرح ارائه شده در مقایسه با طرح سمت-رها، حالت تغییر زیاد در طول جغرافیایی

(۱): مسیر حرکت، (۲): با انحراف کانال اول، (۳): با انحراف کانال سوم، (۴): با انحراف کانال‌های اول و سوم

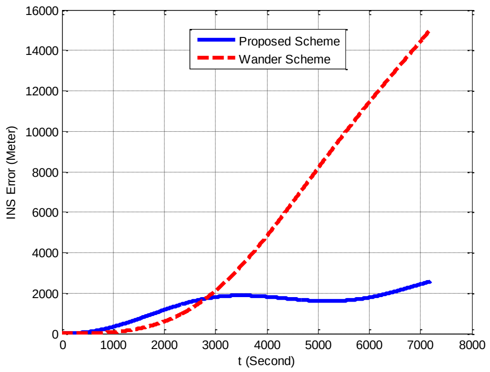
(۱) (۲)



[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.3.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.1]



(۳)



(۴)

شکل ۸: خطای ناوبری طرح ارائه شده در مقایسه با طرح سمت–رها، حالت تغییر زیاد در عرض و طول جغرافیایی
(۱): مسیر حرکت، (۲): با انحراف کانال اول، (۳): با انحراف کانال سوم، (۴): با انحراف کانال‌های اول و سوم

۷- جمع‌بندی و نتیجه گیری

در این مقاله الگوریتم ناوبری سامانه‌ی صفحه پایدار با معرفی دستگاه مرجع مناسب طراحی شد. ساده‌سازی این الگوریتم در راستای تحلیل خطای موقعیت سامانه‌ی ناوبری انجام شد. برای دستیابی به شرایط اولیه‌ی الگوریتم ناوبری، مدل ساده‌ای برای سامانه‌ی صفحه پایدار ارائه شده و نحوه‌ی همراستاسازی سامانه تشریح شد. تحلیل خطای موقعیت سامانه به ازای انحراف ثابت ژیروسکوپ در کانال‌های اول، دوم و سوم انجام شده و رابطه آن بر حسب زمان ارائه گردید. در راستای ارزیابی عملکرد الگوریتم ناوبری طراحی شده در حضور انحراف ثابت ژیروسکوپ در کانال‌های اول و سوم، عملکرد این الگوریتم در چهار سناریوی مختلف با عملکرد الگوریتم ناوبری سمت–رها مقایسه شده و نتایج آن تشریح شد.

همان‌طور که مشاهده شد الگوریتم ناوبری سامانه‌ی صفحه پایدار، چیزی جز حل معادلات دیفرانسیلی حرکت با شرایط اولیه‌ی مشخص نبود. حل این معادلات در دستگاه مرجع معرفی شده، سبب شد که اولاً دید فیزیکی مسئله ساده شود، ثانیاً فرامین داده شده به ژیروسکوپ‌ها مستقل از موقعیت وسیله بدست آید که این خود مزیت بسیار مهمی در پیاده‌سازی کنترل‌کننده صفحه به شمار می‌آید. عوامل مختلفی سبب می‌شوند که شرایط اولیه معادلات از حالت ایده‌آل خود خارج شود و تخمین دقیق این شرایط اولیه سهم بزرگی در دقت الگوریتم ناوبری دارد. همچنین در نوشتن معادلات حرکت فرض‌هایی در نظر گرفته شد که خارج شدن از این فرضیات خود سبب خطا در الگوریتم ناوبری می‌شود. به هر حال با ایده‌آل فرض کردن شرایط اولیه و در نظر گرفتن فرضیات مطرح شده، خطای موقعیت سامانه به ازای انحراف ثابت ژیروسکوپ در کانال اول متناسب با این انحراف بوده و رابطه‌ی آن با طرح سمت–رها یکسان است اما به ازای انحراف ثابت ژیروسکوپ در کانال سوم، خطای ناوبری محدود و نوسانی است در حالی که این خطا در طرح سمت–رها نامحدود بوده و از توان دو است.

۸- پیوست‌ها

۱–۸- پیوست ۱: روابط خطای ارائه شده در مرجع [۵]

جدول۲: روابط خطا برای سامانه صفحه پایدار[۵]

No.	Error Source	Position Error
1	Accelerometer bias-B_x	$\frac{B_x}{\omega_0^2}(1-cos\omega_0 t)$
2	Initial Platform Tilt-$\phi_y(0)$	$-R_0\phi_y(0)(1-cos\omega_0 t)$
3	Accelerometer Scale Factor-k_x	$\frac{k_x \Delta V_x}{\omega_0} sin\omega_0 t$
4	Gyro drift-ε_y	$-R_0\varepsilon_y(t-\frac{sin\omega_0 t}{\omega_0})$
5	Azimuth Gyro drift-ε_z	$\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$ $\Delta x = \epsilon_z' v_y\left[t^2-\frac{2}{\omega_0^2}(1-cos\omega_0 t)\right]$ $\Delta y = -\epsilon_z' v_x\left[t^2-\frac{2}{\omega_0^2}(1-cos\omega_0 t)\right]$

[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.2.3.3]
[DOI: 10.29252/joc.14.2.1]

No.	Error Source	Position Error
6	Initial Velocity error-$\Delta\dot{x}(0)$	$\frac{\Delta\dot{x}(0)}{\omega_0} sin\omega_0 t$
7	Initial azimuth error-$\phi_z(0)$	$\phi_z(0)VI_c(t-\frac{sin\omega_0 t}{\omega_0})$
8	ω_0: Schuler frequency , R_o: Earths radius , ΔV_x : x velocity change $v_x = v_y = \frac{1000ft}{sec}$, VI_c : inertial velocity, cross direction	

۹- لیست نشانه‌ها

Symbol	Description	Symbol	Description
${}^{m}_{n}\boldsymbol{C}$	ماتریس دوران از دستگاه n به دستگاه m	$\underline{r}$	بردار r
$\boldsymbol{C_i(\alpha)}$	ماتریس دوران حول محور i به اندازه زاویه $\boldsymbol{\alpha}$	$\boldsymbol{D_s}\underline{r}$	مشتق بردار r از دید دستگاه s
${}^{s}\boldsymbol{\omega_{mn}}$	سرعت زاویه‌ای دستگاه n به m بیان در دستگاه s	${}^{s}\boldsymbol{r_{EB}}$	بردار واصل دو نقطه E و B بیان در دستگاه s
$\boldsymbol{r_1} \times \boldsymbol{r_2}$	ضرب خارجی دو بردار $\boldsymbol{r_1}$ و $\boldsymbol{r_2}$	${}^{s}\boldsymbol{v_{iB}}$	سرعت بردار $\boldsymbol{r_{EB}}$ از دید دستگاه i بیان در s
$\boldsymbol{\omega_e}$	سرعت زاویه‌ای زمین به دور خودش	$\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\varphi_i}$	طول و عرض جغرافیایی در دستگاه ناوبری جرمی
$\boldsymbol{R_G}$	فاصله متوسط وسیله از مرکز زمین	GM	ثابت گرانش
$\boldsymbol{f_i}$	مولفه‌های شتاب غیر گرانشی	$\boldsymbol{g_i}$	مولفه‌های شتاب گرانشی

مراجع

[1] Jekeli, C., Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications, Walter de Gruyter, New York, 2001.

[2] Izmailov, E. A., “Modern tendencies in development of inertial sensors and aircraft systems”, Trudy FGUP NPTs AP, Sistemy i Pribory Upravleniya, No. 1, 2010, pp. 30–43.

[3] Kuznetsov, A. G., Portnov, B. I., Izmailov, E. A., “Two Classes of Aircraft Strapdown Inertial Navigation Systems on Laser Gyros: Development and Test Results”, Gyroscopy and Navigation, Vol. 5, No. 4, 2014, pp. 187–194.

[4] Zhang DR, Bin YE, Dang J., “Flight test performance error analysis of the platform inertial navigation system”, Flight Dynamics, Vol. 29, No. 1, 2011, pp. 74-77.

[5] George, R., Pitman, JR., Inertial Guidance, John Wiley & Sons, New York, 1962.

[6] Britting, K.R., Inertial Navigation Systems Analysis, John Wiley & Sons, New York, 1971.

[7] Britting, K. R. "Analysis of Space Stabilized Inertial Navigation Systems", M.I.T. Experimental Astronomy Laboratory, RE-35, 1968.

[8] Britting, K. R. "Error Analysis of Strapdown and Local Level Inertial Systems Which Compute in Geographic Coordinates", M.I.T. Measurement Systems Laboratory, RE-52, 1969.

[9] Broxmeyer, C., Inertial Navigation Systems, McGraw-Hill, New York, 1964.

[10] Wiryadinata, R., Wahyunggoro, O., Widada, W., Sunarno, M., Santoso, I. “Modification of strapdown inertial navigation system algorithm for rocket flight test”, Journal of Theoretical and Applied Information Technology, Vol. 72, No. 2, 2015, pp. 273–279.

[11] Zhenhuan, W., Xijun, C., Qingshuang, Z. “Comparison of strapdown inertial navigation algorithm based on rotation vector and dual quaternion”, Chinese Journal of Aeronautics, Vol. 26, No. 2, 2013, pp. 442–448.

[12] Maria de Fátima Alves Nunes Bento, Development and Validation of an IMU/GPS/Galileo Integration Navigation System for UAV, PhD Thesis, University of Munich, Munich, Germany, 2013.

[13] MacKenzie, D. “Inventing Accuracy: A Historical Sociology of Nuclear Missile Guidance”, Massachusetts Institute of Technology, 1993.

[14] Britting, K. R. “PACE II space-stabilized inertial navigation system”, M.I.T. Instrumentation Lab., Vol. 1, No. 4, 1968.

[15] Wang, B., Ren, Q., Deng, Z.H., Fu, M.Y., “A self-calibration method for nonorthogonal angles between gimbals of rotational inertial navigation system”, IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 62, No.4, 2015, pp. 2353–2362.

[16] Gao, W., Zhang, Y., Wang, J.G, “Research on initial alignment and self-calibration of rotary

[28] Yuan, B.L., Liao, D., Han, S.L., "Error compensation of an optical gyro INS by multi-axis rotation", Meas. Sci. Technol., Vol. 23, No. 2, 2012.

[29] Song, N.F., Cai, Q.Z., Yang, G.L., Yin, H.L., "Analysis and calibration of the mounting errors between inertial measurement unit and turntable in dual-axis rotational inertial navigation system", Meas. Sci. Technol.. Vol. 24, No. 11, 2013.

[30] Nie, Q., Gao, X.Y., Liu, Z., "Research on accuracy improvement of INS with continuous rotation", In Proceedings of the IEEE International Conference on Information and Automation, Zhuhai, China, June 2009, pp. 849–853.

[31] Gao, Y.B., Guan, L.W., Wang, T.J., Kuang, H., "Position accuracy analysis for single-axis rotary FSINS", Chin. J. Sci. Instrum., Vol. 35, 2014, pp. 794–800.

[32] Liu, F., Wang, W., Wang, L., Feng, P.D., "Error analyses and calibration methods with accelerometers for optical angle encoder in rotational inertial navigation systems", Appl. Opt., Vol. 52, No. 32, 2013, pp. 7724–7731.

[33] Ren, Q., Wang, B., Deng, Z.H., Fu, M.Y., "A multi-position self-calibration method for dual-axis rotational inertial navigation system", Sens. Actuators A Phys., Vol. 219, No. 3, 2014, pp. 24–31.

[34] Zhang, Q., Wang, L., Liu, Z., Feng, P., "An Accurate Calibration Method Based on Velocity in a Rotational Inertial Navigation System", Sensors, Vol. 15, 2015, pp. 18443–18458.

[35] Hao, Y., Gong, J., Gao, W., and Li, L. "Research on the dynamic error of strapdown inertial navigation system", in Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA '08), 2008, pp. 814–819.

[36] Gomez-Estern, F., and Gordillo, F. "Error analysis in strapdown INS for aircraft assembly lines", in Proceedings of the 10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV '08), 2008, pp. 184–189.

[37] Gao, W., Cao, B., Ben, Y., and Xu, B. "Analysis of gyro's slope drift affecting inertial navigation system error", in Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA '09), 2009, pp. 3757–3762.

[38] Musoff, H., and Murphy, J. H. "Study of strapdown navigation attitude algorithms", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 18, No. 2, 1995, pp. 287–290.

[39] Wang, J., Gu, H. "Compensation algorithm of device error for rate strapdown inertial navigation system", in Proceedings of the 1st International Conference on Intelligent Networks and Intelligent Systems (ICINIS '08), 2008, pp. 667–670.

strapdown inertial navigation systems", Sensors, Vol. 15, No. 2, 2015, pp. 3154–3171.

[17] Fang, J., Qin, J., "Advances in atomic gyroscopes: A view from inertial navigation applications", Sensors, Vol. 12, No. 5, 2012, pp. 6331–6346.

[18] Wang, H.G., Williams, T.C., "Strategic inertial navigation systems-High-accuracy inertially stabilized platforms for hostile environments", IEEE Control Syst., Vol. 28, No.1, 2008, pp. 65–85.

[19] Quan, W., Lv, L., Liu, B., "Modeling and optimizing of the random atomic spin gyroscope drift based on the atomic spin gyroscope", Rev. Sci. Instrum., Vol. 85, No. 11, 2014.

[20] Duan, L., Quan, W., Jiang, L., Fan, W., Ding, M., Hu, Z., Fang, J., "Common-mode noise reduction in an atomic spin gyroscope using optical differential detection", Appl. Opt., Vol. 56, No. 27, 2017, pp. 7734–7740.

[21] Zou, S., Zhang, H., Chen, X., "Modeling and filter algorithm analysis of all-optical atomic spin gyroscope's random drift", In Proceedings of the 2015 IEEE Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace), Benevento, Italy, June 2015, pp. 207–219.

[22] Zou, S., Zhang, H., Chen, X., Chen, Y., Fang, J., "A novel calibration method research of the scale factor for the all-optical atomic spin inertial measurement device", J. Opt. Soc. Korea, Vol. 19, No.4, 2015, pp. 415–420.

[23] Jiang, L., Quan, W., Li, R., Duan, L., Fan, W., Wang, Z., Liu, F., Xing, L., Fang, J., "Suppression of the cross-talk effect in a dual-axis K-Rb-21Ne comagnetometer", Phys. Rev. A, Vol. 95, No. 6, 2017.

[24] Qingzhong, C., Gongliu, Y., Wei, Q., Ningfang, S., Yongqiang, Tu., Yiliang, L., "Error Analysis of the K-Rb-21Ne Comagnetometer Space-Stable Inertial Navigation System", Sensors, Vol. 18, No. 2, 2018.

[25] Gao, Z., Error Propagation Property of Inertial Navigation System. In Inertial Navigation System Technology, Tsinghua University Press, Beijing, China, 2012.

[26] Wu, Q., Han, F, "New optimal approach to space-stable inertial navigation system", In Proceedings of the 2011 10th International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI), Chengdu, China, August 2011, pp. 296–299.

[27] Kim, M.S., Yu, S.B., Lee, W.S., "Development of a high-precision calibration method for inertial measurement unit", Int. J. Precis. Eng. Manuf., Vol. 15, No. 3, 2016, pp. 567–575.

[40] Qiao, Y.-H., Liu, Y., Su, B.-K., and Zeng, M. “Test method for error model coefficients of pendulous integrating gyro accelerometer on centrifuge”, Journal of Astronautics, Vol. 28, No. 4, 2007, pp. 854–931.

[41] Huang, C., Yi, G., Zen, Q., “Accuracy Evaluation Method of Stable Platform Inertial Navigation System Based on Quantum Neural Network”, NeuroQuantology, Vol. 16, No. 6, 2018, 613-618.

[42] Grewal, M. S., Henderson, V. D., Miyasako, R. S. “Application of Kalman Filtering to the Calibration and Alignment of Inertial Navigation Systems”, IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 36, No. 1, 1991.

[۴۳] کارساز علی، خالوزاده حمید، "آنالیز خطای یک سیستم کنترل آتش خاص"، مجله کنترل، دوره ۱، شماره ۱، زمستان ۱۳۸۵، صفحات ۵۵ تا ۶۸