مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد۱۴، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۹، صفحه ۱۰۵-۹۳

ارزیابی عملکرد سیستم‌های هشدار چندمتغیره مبتنی بر مدل مارکوف

جعفر طاهری کلانی[۱]، غلامرضا لطیف شبگاهی [۲] و مهدی علیاری شوره‌دلی[۳]

[۱] فارغ التحصیل دکترای مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه شهید بهشتی، Ja_Taheri@abu.ac.ir

[۲] استادیار دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه شهید بهشتی، Gh_latif@abu.ac.ir

[۳] استادیار دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، alyari@kntu.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۷/۰۷/۲۵

ویرایش اول : ۱۳۹۷/۰۹/۲۴ ویرایش دوم: ۱۳۹۷/۱۱/۱۳ ویرایش سوم : ۱۳۹۸/۰۳/۲۴ ویرایش چهارم: ۱۳۹۸/۰۵/۱۴

پذیرش: ۱۳۹۸/۰۷/۲۹

چکیده: سیستم‌های هشدار برای حفظ ایمنی و کارایی فرآیندها بسیار مهم هستند. ازآنجاکه بسیاری از متغیرهای فرآیند به یکدیگر وابسته هستند، در این مقاله رفتار یک سیستم هشدار چندمتغیره با استفاده از مدل مارکوف مدلسازی و روشی برای طراحی سیستم‌های هشدار چندمتغیره معرفی می‌گردد. در این روش طراحی بر اساس شاخص‌های هشدار مشترک انجام می‌شود. در این مقاله با استفاده از مدل مارکوف چندمتغیره، یک روش تقریبی برای محاسبه شاخص‌های مشترک Joint FAR و Joint MAR برای یک سیستم هشدار m متغیره معرفی شده و این شاخص‌ها برای یک سیستم هشدار دومتغیره محاسبه می‌گردد. در این روش، از حل یک مسئله بهینه‌سازی خطی و تشکیل ماتریس گذار مدل مارکوف چندمتغیره، شاخص‌های عملکردی مشترک تعریف می‌گردد. با تعریف شاخص‌های مشترک، تنظیم پارامترهای سیستم هشدار مانند آستانه و سایر پارامترها (بسته به نوع سناریوی تولید هشدار، متفاوت است) را می‌توان بر اساس این شاخص‌ها انجام داد. در این مقاله در یکی از موردهای مطالعاتی، از سناریوی پنالتی در فرآیند Tennessee استفاده شده و با استفاده از الگوریتم ژنتیک پارامترهای بهینه سیستم هشدار طراحی و با روش‌های دیگر موجود مقایسه شده است.

کلمات کلیدی: سیستم هشدار چندمتغیره، مارکوف چندمتغیره، شاخص Joint FAR، شاخص Joint MAR.

Performance Assessment for Multivariate Alarm Systems Based on Markov Model

J. Taheri Kalani, G. Latif Shabgahi, M. Alyari Shoorehdeli

Abstract: Alarm systems are essential in safe operation of industrial plants. Since many process variables are interacting with each other, so in this paper, an approximate method is introduced to design and analysis of a multivariate alarm system. In this method, the alarm system is designed base on joint indices. The Joint FAR and Joint MAR are defined for a m-variable alarm system thanks to multivariate Markov scheme. In proposed method, the alarm joint indices are defined by solving a Linear Programing (LP) optimization problem. By defining joint indices, tuning of the alarm parameters (like, threshold and etc.) can be done by these indices instead of correlation analysis. In this paper, penalty scenario and Genetic algorithm are used for alarm generation, and parameter optimization in Tennessee Eastman (TE) Process. The results of proposed method are compared with other methods.

Keywords: multivariate alarm system, multivariate Markov, joint FAR, joint MAR.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]

۱- مقدمه

با توسعه مقیاس فرآیندهای صنعتی و پیچیده‌تر شدن سیستم‌های پایشِ فرآیندهایِ مدرن، مسئله ایمنی و قابلیت اطمینان فرآیندها به‌طور قابل‌توجهی اهمیت پیدا کرده است. سیستم هشدار به‌عنوان یک جزء مهم از فرآیند، عملکرد آن مستقیماً بر ایمنی، کیفیت محصول و هزینه تولید تأثیرگذار است. امروزه با توجه به توسعه سیستم نرم‌افزاری و سخت‌افزاری، بسیاری از متغیرهای درگیر در فرآیند به‌سادگی قابل پایش هستند. این امر اگرچه باعث می‌شود اطلاعات بیشتری از فرآیند کسب شود، اما به دلیل افزایش تعداد متغیرها، خود یکی از دلایل افزایش تعداد هشدارها و پدیده‌ای به نام سیل هشدار[1] در فرآیندهای بزرگ و پیچیده است. این مسئله زمانی که بدانیم متغیرهای فرآیند به یکدیگر وابسته هستند و تغییرات این متغیرها بر همدیگر تأثیر می‌گذارند، بغرنج‌تر هم خواهد شد. طراحی نامناسب یک سیستم هشدار می‌تواند منجر به آسیب‌دیدگی تجهیزات، خسارت مالی و حتی خسارت جانی هم بشود مانند حادثه‌ای که در پالایشگاه شهر تگزاس در سال ۲۰۰۵ رخ داد [۱]. یک سیستم هشدار به‌عنوان قسمتی از یک سیستم پایش[2] و نظارت، مجموعه‌ای از سخت‌افزارها و نرم‌افزارها است که بر اساس یک سری استانداردها در تولید و مدیریت هشدار، به تشخیصِ به‌موقع خطاهای رخ‌داده در قسمت‌های مختلف یک واحد صنعتی کمک می‌کند. در ارتباط با سیستم‌های هشدار و بحث مدیریت هشدار چندین استاندارد ازجمله استاندارد EEMUA 191 [۲] و استاندارد ISA S18.02 [۳] وجود دارد.

روش‌های طراحی یک سیستم هشدار را می‌توان به دو دسته، پایه‌ای و پیشرفته تقسیم‌بندی کرد. فیلترها، باند مرده و تایمرهای تأخیری را می‌توان به‌عنوان روش‌های پایه‌ای و روش‌هایی مانند هشدار مبتنی بر حالت[3]، روش‌های تولید هشدار پیش‌بین[4] و مبتنی بر لاجیک[5] را می‌توان در قالب روش‌های پیشرفته در نظر گرفت [۴]. تاکنون روش‌ها و سناریوهای مختلفی برای طراحی و تحلیل سیستم‌های هشدار معرفی شده است که بیشتر در مورد سیستم‌های تک متغیره[6] هستند. در [۶-۵]، روشی مبتنی بر کران هشدار برای مدیریت هوشمند هشدار پیشنهادشده است. در [۷]، از درخت عیب دینامیکی استفاده‌شده است و در [۸]، طراحی بهینه فیلترهای هشدار و تحلیل عملکرد آن انجام شده است. در [۹]، با استفاده از ابزار مارکوف رفتار یک تایمر تأخیری با n نمونه تأخیر در رخداد و قطع هشدار مدل‌سازی شده و شاخص‌های ، نرخ هشدار نادرست (FAR)، نرخ هشدار ازدست‌رفته (MAR) و میانگین تأخیر هشدار (AAD) استخراج و مورد ارزیابی قرارگرفته است و در [۱۰]، حالت جامع‌تری از تایمرهای تأخیری تحت عنوان سناریوی *m-out-of-n* معرفی‌شده است. در [۱۱]، روشی برای کاهش پدیده چترینگ هشدار بر اساس مفهوم طول اجرا معرفی شده است. در [۱۲]، از "تئوری شواهد" به‌عنوان راهکاری برای طراحی یک سیستم هشدار استفاده‌شده است. در [۱۳]، تحلیل عملکرد تایمرهای تأخیری توسعه‌یافته با در نظر گرفتن ارتباط داخلی بین حالت‌های هشدار و غیر هشدار ارائه شده و در [۱۴]، رفتار تایمرهای تأخیری چند حالته با استفاده از مدل مارکوف مخفی مدل‌سازی شده است. مرجع [۱۵] به‌عنوان یک مقاله مروری، علاوه بر دلایل عمده وقوع پدیده سیل هشدار و مراحل طراحی یک سیستم هشدار، به روش‌های طراحی سیستم‌های هشدار، چالش‌ها و موضوعات تحقیقاتی باز در حوزه سیستم‌های هشدار پرداخته است. در [۱۶]، یک روش سیستماتیک برای طراحی سیستم‌های هشدار تک متغیره بر مبنای سناریوی پنالتی به‌عنوان حالت جامعی از سناریوی n نمونه تأخیر در رخداد و قطع هشدار معرفی‌شده و در [۱۷]، روابط شاخص‌های عملکردی FAR، MAR و MTTA برای این سناریو استخراج شده است.

در سال‌های اخیر علاوه بر سیستم‌های هشدار تک متغیره، سیستم‌های هشدار چندمتغیره نیز موردتوجه قرارگرفته است. در [۱۸]، با استفاده از تخمین توابع کرنل چندمتغیره، توابع توزیع داده‌های نرمال و غیرنرمال تخمین زده شده و شاخص‌های نرخ هشدار نادرست و ازدست‌رفته مستقیماً از توابع توزیع مشترک محاسبه شده و آستانه‌های سیستم هشدار چند متغیره با استفاده از این شاخص‌ها و الگوریتم بهینه‌سازی گرادیان نزولی تعیین شده است. در [۱۹]، با استفاده از کمینه کردن همبستگی بین سیگنال‌های هشدار و سیگنال‌های فرآیند روشی برای تنظیم بهینه آستانه در سیستم‌های چند متغیره معرفی شده و در [۲۰]، با استفاده از توزیع T2 و Q آماری، روشی برای تشخیص عیب‌های جمعی و ضربی در سیستم‌های چند متغیره معرفی گردیده است. در [۲۱]، بر اساس جهت‌های همبستگی، روشی برای تشخیص داده‌های غیرنرمال در سیستم‌های چندمتغیره معرفی شده است. در [۲۲]، برای جداسازی داده‌ها، روشی بر اساس جهت‌های تغییر در متغیرهای فرآیند برای سیستم‌های چندمتغیره معرفی شده و در [۲۳]، روشی برای طراحی سیستم‌های هشدار چندمتغیره با استفاده از فیلترهای بیضوی با کاربرد در پمپ‌های الکتریکی معرفی‌شده است.

ازآنجاکه در بسیاری از فرآیندها، متغیرهای درگیر در فرآیند به یکدیگر وابسته هستند، در این مقاله روش جدیدی برای طراحی سیستم-

[1] Alarm Flooding
[2] Monitoring
[3] State-based alarming
[4] Predictive alarming
[5] Logic-based alarming
[6] Univariate

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]

های هشدار چندمتغیره معرفی می گردد. در [۱۸]، با استفاده از تخمین توابع توزیع مستقیماً شاخص‌های FAR و MAR برای یک سیستم دو متغیره محاسبه شده است. حال اگر ابعاد مسئله به m افزایش یابد، لازم است که از تخمین توابع کرنل m متغیره استفاده شده و برای محاسبه شاخص‌ها لازم است یک انتگرال m بعدی حل شود که با افزایش ابعاد، مسئله پیچیده‌تر خواهد شد. در [۱۹]، نیز شاخص‌های FAR و MAR برای هر کدام از سیگنال‌های فرآیند جداگانه محاسبه شده و مانند یک سیستم تک متغیره با مسئله برخورد شده است و از همبستگی بین سیگنال‌های هشدار و متغیرهای فرآیند در تنظیم پارامترهای سیستم هشدار استفاده شده است. . اما در این مقاله برای نخستین بار رفتار یک سیستم هشدار چندمتغیره با مدل مارکوف، مدل‌سازی می‌شود و وابستگی بین حالت‌های هشدار و بدون هشدار در سیگنال‌های مختلف مشخص می گردد. وجه تمایز این مقاله با مقالات گذشته در استفاده از مدل مارکوف برای مدل‌سازی رفتار سیستم‌های هشدار چندمتغیره و استخراج شاخص‌های عملکردی مشترک از روی این مدل می‌باشد. در این مقاله با استفاده از مدل مارکوف چندمتغیره، یک روش تقریبی برای محاسبه شاخص‌های مشترک Joint FAR و Joint MAR برای یک سیستم هشدار ۲ متغیره معرفی می گردد که البته قابل تعمیم به یک سیستم هشدار m متغیره نیز می‌باشد. در این روش، از حل یک مسئله بهینه‌سازی خطی و تشکیل ماتریس گذار مدل مارکوف چندمتغیره، شاخص‌های عملکردی مشترک تعریف می گردد. با تعریف شاخص‌های مشترک، تنظیم پارامترهای سیستم هشدار مانند آستانه و سایر پارامترها (بسته به نوع سناریوی تولید هشدار، متفاوت است) را می‌توان بر اساس این شاخص‌ها انجام داد.

این مقاله بدین صورت سازماندهی می‌شود. در بخش ۲، یک سیستم هشدار پایه معرفی می گردد و شاخص‌های عملکردی آن نیز بیان می گردد. در بخش ۳، مارکوف چندمتغیره معرفی می‌شود. در بخش ۴، سیستم هشدار چندمتغیره معرفی و شاخص‌های عملکردی مشترک برای سیستم-های هشدار چندمتغیره تعریف شده و نحوه استخراج آنها بیان می‌شود. در بخش ۵، نتایج شبیه‌سازی ارائه می گردد و در بخش ۶، نتیجه‌گیری مقاله ارائه می‌شود.

۲- معرفی یک سیستم هشدار پایه

در این بخش، هدف آشنایی با شاخص‌های عملکردی یک سیستم هشدار است. لذا شاخص های FAR،MAR و AAD مربوط به یک سیستم هشدار تک متغیره پایه معرفی می گردد.

فضای نمونه مربوط به سیگنال گسسته تصادفی $x(t)$ با دوره نمونه برداری h نشان داده شده در شکل ۱(الف) را در نظر بگیرید. در این شکل x_{tp} آستانه در نظر گرفته شده برای رخداد هشدار است. فرض کنید که در لحظه $t = t_f$ یک عیب رخ داده باشد و سناریوی رخداد و قطع هشدار بدین صورت باشد که، اگر n نمونه پشت سر هم از سیگنال $x(t)$ از سطح x_{tp} عبور کند(بالاتر باشد)، هشدار صادر می شود. در صورتیکه n نمونه پشت سرهم بعدی از سطح x_{tp} پایین تر باشد هشدار صادر شده قبلی قطع می گردد. برای سادگی حالت $n = 1$ را در نظر بگیرید. لذا داده های $x(1:1000)$ به عنوان داده‌های نرمال و داده های $x(1001:2000)$ به عنوان داده‌های غیرنرمال در نظر گرفته می شود. پس از جداسازی داده های نرمال و غیرنرمال، می توان توزیع احتمالاتی این داده ها را تخمین زد. تابع توزیع احتمال برای این داده ها مطابق شکل ۱ ب، به صورت نرمال فرض شده است. در این شکل $q(x)$ تابع توزیع احتمال مربوط به داده های نرمال و $p(x)$ تابع توزیع مربوط به داده های غیرنرمال می باشد [۱۶].

طبق تعریف ارائه شده در مرجع [۹]، پارامتر FAR برابر است با سطح زیر نمودار تابع توزیع احتمال مربوط به داده های نرمال که از x_{tp} بزرگتر باشند و به صورت زیر تعریف می شود:

$$FAR = q_1 = \int_{x_{tp}}^{+\infty} q(x)\,dx \qquad (۱)$$

در واقع شاخص FAR بیانگر هشدارهایی است که به واسطه داده های نرمال که بالاتر از آستانه قرار گرفته اند، اتفاق افتاده است. واضح است که این هشدارها، هشدارهای اضافی هستند. همچنین پارامتر MAR برابر است با سطح زیر نمودار تابع توزیع احتمال مربوط به داده های غیرنرمال که از x_{tp} کوچکتر باشند و به صورت زیر تعریف می شود:

$$MAR = p_2 = \int_{-\infty}^{x_{tp}} p(x)\,dx \qquad (۲)$$

که بیانگر هشدارهایی است که به واسطه داده های غیرنرمال که پایین آستانه قرار گرفته اند، از دست رفته است یا رخ نداده است.

اگر t_f لحظه وقوع عیب باشد و t_a لحظه رخداد هشدار باشد، T_d به عنوان تأخیر در رخداد هشدار در نظر گرفته شده و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$T_d = t_a - t_f \qquad (۳)$$

با توجه با اینکه سیگنال $x(t)$ یک سیگنال تصادفی گسسته با زمان نمونه برداری h است، T_d نیز یک متغیر تصادفی گسسته به صورت $\{0h.\,1h.\,2h.\dots\}$ خواهد بود لذا پارامتر AAD به صورت امید ریاضی متغیر تصادفی T_d تعریف می گردد و به صورت زیر بیان می شود:

$$AAD = E(T_d) \qquad (۴)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]

با توجه به مرجع [۹]، پارامتر AAD را می توان بر حسب متغیرهای p_1 و p_2 بیان کرد:

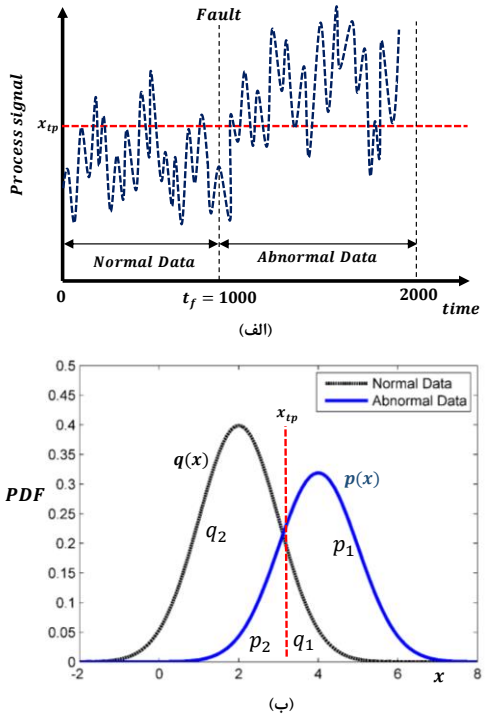
$$AAD = E(T_d) = \sum_{i=0}^{\infty} ihp_2^i p_1 = h\frac{p_2}{p_1} \quad (۵)$$

که در رابطه بالا $p_1 = 1 - p_2$ است.

در حالت چندمتغیره، شاخص‌های نرخ هشدار نادرست و نرخ هشدار از دست رفته برای یک سیستم m متغیره، به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۱۸]:

$$\begin{aligned} &Joint\ FAR \\ &= \int_{x_{tp_1}}^{+\infty}\int_{x_{tp_2}}^{+\infty} \dots \int_{x_{tp_m}}^{+\infty} f(x_1, x_2, \dots, x_m)\, dx_1 \dots dx_m \\ &Joint\ MAR \\ &= \int_{-\infty}^{x_{tp_1}}\int_{-\infty}^{x_{tp_2}} \dots \int_{-\infty}^{x_{tp_m}} g(x_1, x_2, \dots, x_m)\, dx_1 \dots dx_m \end{aligned} \quad (۶)$$

که در اینجا توابع f و g، به ترتیب توابع چگالی احتمال مشترک داده‌های نرمال و غیرنرمال هستند. بنابراین برای محاسبه شاخص‌های Joint FAR و Joint MAR لازم است ابتدا با استفاده از داده‌های تاریخی سیستم، توابع چگالی احتمال مشترک f و g تخمین زده شده و سپس انتگرال‌های m بعدی (۶) حل شوند. در این مقاله می‌خواهیم یک روش تقریبی برای محاسبه شاخص‌های Joint FAR و Joint MAR با استفاده از مدل مارکوف چندمتغیره ارائه دهیم.



شکل ۱: (الف): فضای نمونه یک سیگنال گسسته تصادفی. (ب) : توابع توزیع احتمال $(PDFs)$ مربوط به قسمت های نرمال و غیر نرمال سیگنال $x(t)$

۳- مارکوف چندمتغیره

در این قسمت مدل زنجیره مارکوف چند متغیره معرفی می گردد. فرض کنید که تعداد s دنباله داده داریم که هر دنباله m مقدار ممکن به صورت $M = \{0,1,2,\dots,m\}$ داشته باشد. همچنین فرض کنید که $X_n^{(j)}$ بردار حالت دنباله jام در زمان n باشد. اگر دنباله jام در زمان n در حالت l باشد، آنگاه بردار حالت متناظر را می توان به صورت زیر نمایش داد:

$$X_n^{(j)} = e_l = (0,\dots,0,\underbrace{1}_{j\text{ درایه}},0,\dots,0) \quad (۷)$$

در مدل مارکوف چندمتغیره ارتباط بین حالت ها در مدل مارکوف به صورت زیر در نظر گرفته می شود [۲۴]:

$$X_n^{(j)} = \sum_{k=1}^{s} \lambda_{jk} P^{(jk)} X_n^{(k)} \ , j = 1,2,\dots,s \quad (۸)$$

که در اینجا، $\lambda_{jk} \geq 0$، $k \leq s$، $P^{(jk)}$ ماتریس احتمال گذار حالت‌ها در دنباله kام به حالت‌ها در دنباله jام و $X_n^{(k)}$ حالت‌های دنباله kام در زمان n می باشد. همچنین داریم:

$$\sum_{k=1}^{s} \lambda_{jk} = 1 \ , j = 1,2,\dots,s \quad (۹)$$

رابطه (۸) در فرم ماتریسی به صورت زیر نیز قابل بیان است:

$$\begin{aligned} X_{(n+1)} &= \begin{pmatrix} X_{(n+1)}^{(1)} \\ \vdots \\ X_{(n+1)}^{(s)} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \lambda_{11}P^{(11)} & \dots & \lambda_{1s}P^{(1s)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{s1}P^{(s1)} & \dots & \lambda_{ss}P^{(ss)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{(n)}^{(1)} \\ \vdots \\ X_{(n)}^{(s)} \end{pmatrix} = QX_n \end{aligned} \quad (۱۰)$$

توجه کنید که جمع درایه های ستونی در ماتریس‌های $P^{(jk)}$ برابر یک است اما این رابطه در مورد ستون‌های ماتریس Q برقرار نیست. برای اینکه ماتریس Q ماتریس احتمال گذار حالت‌ها در مدل مارکوف چندمتغیره باشد، بایستی جمع درایه های ستون‌های این ماتریس برابر واحد گردد. از این رو مقادیر λ_{jk} ها در این ماتریس بایستی به گونه ای انتخاب شوند که ماتریس Q این ویژگی را پیدا کند.

قضیه: فرض کنید که ماتریس‌های $P^{(jk)}$ کاهش ناپذیر (irreducible) باشند و $\lambda_{jk} > 0$، در این‌صورت یک بردار یکتا به صورت $x = (x^{(1)},\dots,x^{(s)})^T$ وجود دارد به طوریکه $x = Qx$ و $\sum_{i=1}^{m}[x^{(j)}]_i = 1, 1 \leq j \leq s$، که در این روابط Q ماتریسی است که یک مقدار ویژه یک دارد و تمام مقادیر ویژه آن کوچکتر و یا مساوی یک می باشند.

اثبات: اثبات این قضیه در [۲۴] آمده است.

بنابراین یک راه برای تخمین λ_{jk}ها استفاده از قضیه ۱ می باشد. یعنی می توان λ_{jk}ها را به گونه‌ای پیدا کرد که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{11}\hat{P}^{(11)} & \dots & \lambda_{1s}\hat{P}^{(1s)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{s1}\hat{P}^{(s1)} & \dots & \lambda_{ss}\hat{P}^{(ss)} \end{pmatrix} \hat{x} = \hat{x} \quad (۱۱)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]

در این رابطه $\hat{x}$ ها و $\hat{P}^{(jk)}$ها با استفاده از دنباله‌های موجود و ارتباط بین مقادیر این دنباله‌ها و تعداد رخدادهای این مقادیر در دنباله های مختلف قابل تخمین می باشد. برای تخمین $\hat{P}^{(jk)}$ها از ماتریس‌های فرکانس گذار استفاده می‌شود. ماتریس فرکانس گذار از حالت k به حالت j با $F^{(jk)}$ نشان داده شده و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$F^{(jk)} = \begin{pmatrix} f_{11}^{(jk)} & \dots & f_{m1}^{(jk)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{1m}^{(jk)} & \dots & f_{mm}^{(jk)} \end{pmatrix} \quad (۱۲)$$

که در اینجا $f_{i_j i_k}^{(jk)}$ از شمارش تعداد گذارهای از حالت i_k در دنباله $\{x_n^k\}$ به حالت i_j در دنباله $\{x_n^j\}$ به دست می‌آید. پس از محاسبه ماتریس $F^{(jk)}$، ماتریس $\hat{P}^{(jk)}$ از نرمالیزه کردن ستون‌های ماتریس $F^{(jk)}$ به صورت زیر محاسبه می گردد.

$$\hat{P}^{(jk)} = \begin{pmatrix} \hat{p}_{11}^{(jk)} & \dots & \hat{p}_{m1}^{(jk)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{p}_{1m}^{(jk)} & \dots & \hat{p}_{mm}^{(jk)} \end{pmatrix} \quad (۱۳)$$

که در رابطه بالا:

$$\hat{p}_{i_j i_k}^{(jk)} = \begin{cases} \dfrac{f_{i_j i_k}^{(jk)}}{\sum_{i_k=1}^{m} f_{i_j i_k}^{(jk)}} & if \sum_{i_k=1}^{m} f_{i_j i_k}^{(jk)} \neq 0 \\ 0 & ow \end{cases} \quad (۱۴)$$

مسأله پیدا کردن مقادیر λ_{jk}ها در (۱۱) به صورت مسأله بهینه سازی زیر قابل بیان است [۲۴]:

$$\begin{cases} \underset{\lambda}{min}\left(\underset{i}{max} \left| \left[\sum_{k=1}^{m} \lambda_{jk} \hat{P}^{(jk)} \hat{x}^k - \hat{x}^j \right]_i \right| \right) \\ s.t. \quad \sum_{k=1}^{s} \lambda_{jk} = 1 \ , \lambda_{jk} > 0 \end{cases} \quad (۱۵)$$

که در اینجا i بیانگر یک نرم است. مسأله بهینه‌سازی فوق را می توان به صورت s مسأله برنامه‌ریزی خطی (LP) به صورت زیر نوشت [۲۴]:

$$\begin{cases} \underset{\lambda}{min}\, \omega_j \\ s.t. \quad \hat{x}^j - B \begin{pmatrix} \lambda_{j1} \\ \vdots \\ \lambda_{js} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} \omega_j \\ \vdots \\ \omega_j \end{pmatrix}, \\ -\hat{x}^j + B \begin{pmatrix} \lambda_{j1} \\ \vdots \\ \lambda_{js} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} \omega_j \\ \vdots \\ \omega_j \end{pmatrix}, \\ \sum_{k=1}^{s} \lambda_{jk} = 1 \ , \lambda_{jk} > 0 \end{cases} \quad (۱۶)$$

که در اینجا $B = [\hat{P}^{(j1)} \hat{x}^{(1)} \quad \dots \quad \hat{P}^{(js)} \hat{x}^{(s)}]$ می‌باشد. بنابراین برای پیداکردن λ_{jk}ها، کافی مسأله بهینه سازی (۱۶) را حل کنیم.

٤- سیستم هشدار چندمتغیره

در این قسمت با استفاده از مدل مارکوف چندمتغیره، رفتار یک سیستم هشدار متشکل از چند سیگنال فرآیند، مدل‌سازی شده و شاخص‌های هشدار مشترک تعریف می‌گردد. روش این مقاله در حالت کلی برای یک سیستم هشدار متشکل از m سیگنال که به هم‌وابستگی داشته باشند قابل اعمال است اما برای جلوگیری از پیچیدگی و همچنین امکان نمایش مدل، برای یک سیستم هشدار با دو سیگنال فرآیند $(m = 2)$ معرفی و یک روش تقریبی برای محاسبه شاخص‌های عملکردی مشترک ارائه می گردد. سپس با استفاده از این شاخص‌ها، پارامترهای سیستم هشدار به گونه‌ای تعیین می‌گردد که سیستم هشدار عملکرد مناسبی داشته باشد. در این مقاله برای سیستم هشدار چندمتغیره فرضیات زیر لحاظ شده است:

فرض ۱: داده های نرمال و غیرنرمال متغیرهای فرآیند در دسترس هستند.

فرض ۲: آستانه‌های متغیرهای فرآیند ثابت هستند.

٤-١-مدلسازی رفتار یک سیستم هشدار دومتغیره در حالت نرمال

فرض کنید که یک سیستم هشدار از دو سیگنال فرآیند $x_1(t)$ و $x_2(t)$ تشکیل شده است که این دو سیگنال به هم همبسته‌اند. لذا آستانه‌های این دو سیگنال و همچنین سایر پارامترهای سیستم هشدار مثلاً تعداد تآخیرها و تعداد پنالتی ها در سناریوی پنالتی هم به یکدیگر وابسته هستند. می‌خواهیم با استفاده از ابزار مارکوف علاوه بر مدلسازی رفتار این سیستم هشدار، شاخص‌های عملکردی مشترک تعریف کرده و پارامترهای سیستم هشدار را با استفاده از این شاخص‌ها تنظیم کنیم.

فرض کنید که دیتای نرمال مربوط به دو سنسور S_1 و S_2 به‌صورت زیر باشد:

$$\begin{matrix} x_{n_1}(t) = \{x_{1_{n_1}} & \dots & x_{l_{n_1}}\} \\ x_{n_2}(t) = \{x_{1_{n_2}} & \dots & x_{l_{n_2}}\} \end{matrix} \quad (۱۷)$$

که در اینجا l طول بردار است. اگر x_{tp_1} و x_{tp_2} آستانه‌های متناظر با این دو سیگنال باشند، در این صورت سیگنال‌های هشدار برای سیستم هشدار پایه به‌صورت زیر خواهند بود (فرض شده است که بالاتر بودن مقدار سیگنال از آستانه منجر به وقوع هشدار گردد):

$$\begin{aligned} x_{a_1}(t) &= \begin{cases} 1 & , x_{n_1}(t) \geq x_{tp_1} \\ 0 & , x_{n_1}(t) < x_{tp_1} \end{cases} \\ x_{a_2}(t) &= \begin{cases} 1 & , x_{n_2}(t) \geq x_{tp_2} \\ 0 & , x_{n_2}(t) < x_{tp_2} \end{cases} \end{aligned} \quad (۱۸)$$

بنابراین در مقایسه با مدل مارکوف چندمتغیره، معادله (۸) به صورت زیر است:

$$X_n^{(j)} = \sum_{k=1}^{2} \lambda_{jk} P^{(jk)} X_n^{(k)} \ , j = 1,2 \quad (۱۹)$$

معادله (۱۱) نیز به عنوان یک راه‌حل برای این مسأله به فرم زیر خواهد بود:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{11}\hat{P}^{(11)} & \lambda_{12}\hat{P}^{(12)} \\ \lambda_{21}\hat{P}^{(21)} & \lambda_{22}\hat{P}^{(22)} \end{pmatrix} \hat{x} = \hat{x} \quad (۲۰)$$

بنابراین از حل دو مسأله بهینه سازی زیر، مقادیر λ بدست می آید.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]

$$\begin{cases} \underbrace{min}_{\lambda}\ \omega_1 \\ s.t.\quad \hat{x}^{(1)} - B\begin{pmatrix}\lambda_{11}\\ \lambda_{12}\end{pmatrix} \le \begin{pmatrix}\omega_1\\ \omega_1\end{pmatrix}, \\ \quad -\hat{x}^{(1)} + B\begin{pmatrix}\lambda_{11}\\ \lambda_{12}\end{pmatrix} \le \begin{pmatrix}\omega_1\\ \omega_1\end{pmatrix}, \\ \lambda_{11}+\lambda_{12}=1,\ \lambda_{11}>0\ ,\lambda_{12}>0 \\ B = [\hat{P}^{(11)}\ \hat{x}^{(1)}\quad \hat{P}^{(12)}\ \hat{x}^{(2)}] \end{cases} \qquad (۲۱)$$

و:

$$\begin{cases} \underbrace{min}_{\lambda}\ \omega_2 \\ s.t.\quad \hat{x}^{(2)} - B\begin{pmatrix}\lambda_{21}\\ \lambda_{22}\end{pmatrix} \le \begin{pmatrix}\omega_2\\ \omega_2\end{pmatrix}, \\ \quad -\hat{x}^{(2)} + B\begin{pmatrix}\lambda_{21}\\ \lambda_{22}\end{pmatrix} \le \begin{pmatrix}\omega_2\\ \omega_2\end{pmatrix}, \\ \lambda_{21}+\lambda_{22}=1,\ \lambda_{21}>0\ ,\lambda_{22}>0 \\ B = [\hat{P}^{(21)}\ \hat{x}^{(1)}\quad \hat{P}^{(22)}\ \hat{x}^{(2)}] \end{cases} \qquad (۲۲)$$

اگر فرض کنیم:

$$\begin{aligned} M_{11} &= \lambda_{11}\hat{P}^{(11)} = \begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{pmatrix}, \\ M_{12} &= \lambda_{12}\hat{P}^{(12)} = \begin{pmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\end{pmatrix}, \\ M_{21} &= \lambda_{21}\hat{P}^{(21)} = \begin{pmatrix}c_{11} & c_{12}\\ c_{21} & c_{22}\end{pmatrix}, \\ M_{22} &= \lambda_{22}\hat{P}^{(22)} = \begin{pmatrix}d_{11} & d_{12}\\ d_{21} & d_{22}\end{pmatrix} \end{aligned} \qquad (۲۳)$$

با توجه به اینکه ماتریس های $\hat{P}^{(11)}$، $\hat{P}^{(12)}$، $\hat{P}^{(21)}$ و $\hat{P}^{(22)}$ به صورت ستونی نرمالیزه هستند و همچنین از آنجا که $\lambda_{11}+\lambda_{12}=1$ و $\lambda_{21}+\lambda_{22}=1$ لذا داریم:

$$\begin{aligned} &a_{11}+b_{11}+a_{21}+b_{21}=1 \\ &a_{12}+b_{12}+a_{22}+b_{22}=1 \\ &c_{11}+d_{11}+c_{21}+d_{21}=1 \\ &c_{12}+d_{12}+c_{22}+d_{22}=1 \end{aligned} \qquad (۲۴)$$

با توجه به رابطه بالا، ماتریس گذار مدل مارکوف دو متغیره را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$Q = \begin{pmatrix}M_{11}^T & M_{12}^T\\ M_{21}^T & M_{22}^T\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a_{11} & a_{21} & b_{11} & b_{21}\\ a_{12} & a_{22} & b_{12} & b_{22}\\ c_{11} & c_{21} & d_{11} & d_{21}\\ c_{12} & c_{22} & d_{12} & d_{22}\end{pmatrix} \qquad (۲۵)$$

در واقع هر کدام از روابط (۲۴) یکی از سطرهای ماتریس گذار هستند. بنابراین مدل مارکوف دومتغیره متناظر با ماتریس گذار فوق به صورت شکل ۲ می باشد. در این شکل حالت‌های NA_1 و A_1 متناظر است با حالت‌های بدون هشدار و هشدار سیگنال x_{n_1} و حالت‌های NA_2 و A_2 متناظر با حالت‌های بدون هشدار و هشدار سیگنال x_{n_2} می باشد.

در حالت کلی جمع احتمال ماندگار حالت های هشدار در مدل FAR بیانگر شاخص نرخ هشدارهای نادرست مشترک می باشد. لذا در حالت دو متغیره، با توجه به شکل ۲ داریم:

$$JointFAR = \sum_{i=1}^{2} P(A_i) \qquad (۲۶)$$

از حل مدل مارکوف در حالت ماندگار می توان احتمال حالت های مختلف در شکل ۲ را محاسبه کرد. در حالت ماندگار داریم:

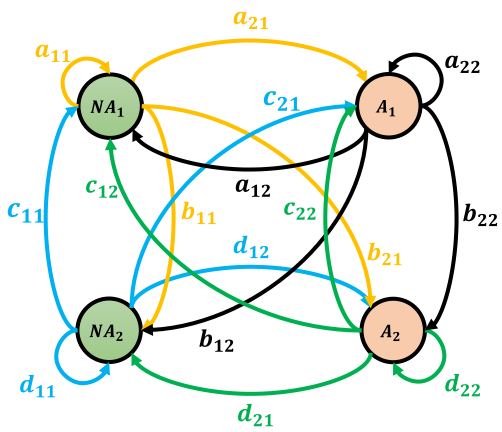
$$\Pi = \Pi Q \qquad (۲۷)$$

که در رابطه بالا $\Pi = [\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4]$، احتمال ماندگار حالت‌های مارکوف در مدل شکل ۲ می باشد. از طرفی جمع احتمال حالات مدل مارکوف برابر یک است یعنی:

$$\sum_{k=1}^{4} \pi_k = 1 \qquad (۲۸)$$

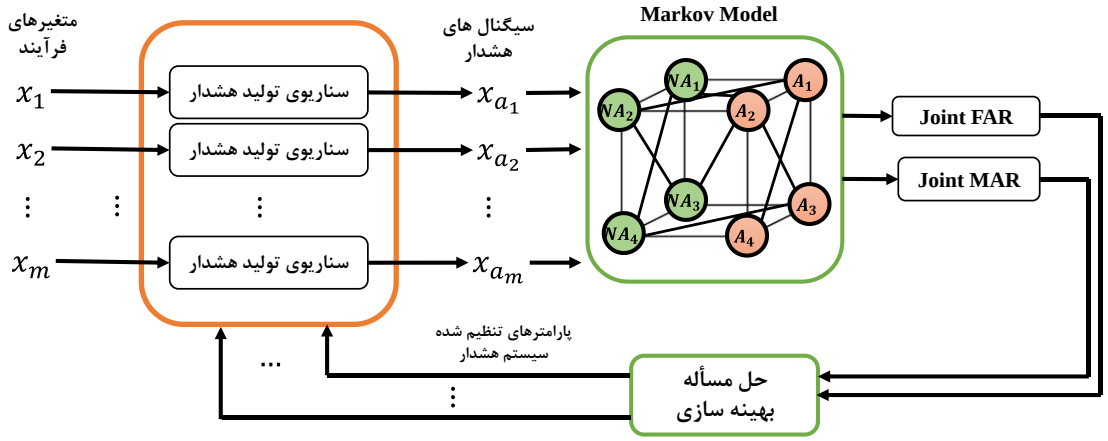
در نتیجه احتمال حالات π_k و شاخص *Joint FAR* از روابط (۲۶) تا (۲۸) قابل محاسبه است.

در ارتباط با محاسبه شاخص *Joint FAR* توجه به این نکته لازم است که هنوز تعریف دقیقی برای این شاخص مبتنی بر سیگنال‌های هشدار ارائه نشده است و تنها تعریف دقیق ریاضی همان روابط (۶) می‌باشد. در این مقاله، تعریفی که برای این شاخص ارائه شده بر اساس رابطه (۲۶) است. در فصل ۵، نشان داده خواهد شد که این تعریف بر اساس مدل مارکوف با تقریب مناسبی نتایج رابطه (۶) را بدست می‌دهد. در محاسبه شاخص *Joint FAR* با استفاده از مدل مارکوف، علاوه بر محاسبه مقدار این شاخص، می‌توان ارتباط بین حالت‌های هشدار و بدون هشدار در سیگنال-های هشدار را نیز محاسبه کرد که البته در روابط (۶) چنین اطلاعاتی را نمی‌توان بدست آورد. به‌عنوان مثال در شکل ۲، گذار b_{21} بیانگر میزان تأثیر حالت غیر هشدار در سیگنال اول، بر حالت هشدار در سیگنال دوم است. به عبارتی b_{21} بیانگر این است که اگر در نمونه فعلی، سیگنال اول در حالت غیر هشدار باشد، احتمال اینکه در نمونه بعدی در سیگنال دوم هشدار صادر شود، برابر b_{21} است و به همین ترتیب می‌توان ارتباط بین حالت‌های دیگر را نیز محاسبه کرد.



شکل ۲: مدل مارکوف دومتغیره برای داده های نرمال

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]



شکل ۳: فرآیند طراحی یک سیستم هشدار m متغیره

در ارتباط با شکل ۲ توجه به این نکته نیز قابل‌توجه است که در مدل مارکوف چندمتغیره، هر حالتِ مدل مارکوف بیانگر یک مقدار برای سیگنال است. ازآنجاکه متغیرهای فرآیند از نظر مقدار پیوسته هستند و در نتیجه بینهایت مقدار دارند، لذا اگر بخواهیم مدل مارکوف را برای متغیرهای فرآیند رسم کنیم، بینهایت حالت خواهد داشت که این حالت قابل استفاده نیست. بنابراین در این مقاله، مدل مارکوف برای سیگنال‌های هشدار رسم شده است که تنها دو مقدار صفر و یک دارند. لذا مدل مارکوف هر متغیر فرآیند تنها با دو حالت هشدار *(A)* و بدون هشدار *(NA)* قابل نمایش است. این کار باعث سادگی مدل و محاسبات می‌شود.

۲-٤-مدلسازی رفتار یک سیستم هشدار دومتغیره در حالت غیرنرمال

فرض کنید که دیتای غیرنرمال مربوط به دو سنسور S_1 و S_2 به صورت زیر باشد:

$$x_{ab_1}(t) = \{x_{1_{ab_1}} \quad \dots \quad x_{l_{ab_1}}\}$$
$$x_{ab_2}(t) = \{x_{1_{ab_2}} \quad \dots \quad x_{l_{ab_2}}\} \qquad (۲۹)$$

به روشی مشابه محاسبه شاخص *Joint FAR* برای مدل مارکوف داده های غیرنرمال، شاخص *Joint MAR* نیز قابل محاسبه است. در این حالت شاخص *Joint MAR* برابر احتمال حالات بدون هشدار در مدل مارکوف است که مدل مارکوف داده های غیرنرمال نیز شبیه به شکل ۲ می باشد با این تفاوت که احتمال گذار بین حالت ها در مدل مارکوف تغییر کرده و بر اساس حل مسأله بهینه سازی (۱۶) برای داده های غیرنرمال محاسبه می گردد. در این صورت شاخص *Joint MAR* به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$JointMAR = \sum_{i=1}^{2} P(NA_i) \qquad (۳۰)$$

۳-٤-تنظیم پارامترهای سیستم هشدار

پارامترهای یک سیستم هشدار با توجه به سناریوی استفاده شده برای تولید هشدار، متفاوت است. اما پارامتر آستانه در تمامی سناریوها مشترک است. در سناریوی ریست، پارامتر سیستم هشدار تعداد تأخیرها یا (n) می باشد. در سناریوی $n_1 - out\ of\ n$، پارامترها (n) و (n_1) می باشد و در سناریوی پنالتی پارامترها، (n) و تعداد پنالتی یعنی (i) می باشد. این پارامترها بایستی به گونه ای انتخاب شوند که سیستم هشدار عملکرد مورد نظر را از منظر شاخص‌های Joint FAR و Joint MAR برآورده سازد. در مورد یک سیستم هشدار چندمتغیره ممکن است سناریوی تولید هشدار برای هر سیگنال متفاوت از بقیه سیگنال ها باشد، یعنی ممکن است سناریوی استفاده شده برای یک سیگنال پنالتی باشد و برای دیگری $n_1 - out\ of\ n$. از منظر عملکردی، سیستم هشداری عملکرد مناسب دارد که تمامی شاخص های عملکردی آن تا حد امکان کوچکتر از ۱ و نزدیک به صفر باشند. بنابراین مسأله تنظیم پارامترهای یک سیستم هشدار اعم از تک متغیره و چند متغیره را می توان در قالب یک مسأله بهینه سازی مطرح کرد. به عنوان مثال می توان کمینه سازی شاخص عملکردی زیر را به عنوان تابع هدف در نظر گرفت:

$$J = \frac{\alpha}{l_{FAR}} JointFAR + \frac{\beta}{l_{MAR}} JointMAR \qquad (۳۱)$$

که در اینجا پارامترهای α و β مقادیر وزنی ثابت و مثبت و l_{FAR} و l_{MAR} مقادیر قابل انتظار برای شاخص‌های عملکردی می باشد که معمولاً به صورت تجربی انتخاب می گردند. حال می توان از طریق تغییر پارامترهای سیستم هشدار مانند آستانه، شاخص فوق را بهینه کرد.

در شکل ۳، محاسبه شاخص‌های Joint FAR و Joint MAR بر اساس مدل مارکوف چندمتغیره حاصل از سیگنال‌های هشدار صورت می گیرد و لذا در مرحله تولید هشدار می‌توان سناریوهای مختلفی را استفاده کرد. به نظر می‌رسد این موضوع می‌تواند در عملکرد سیستم هشدار آزادی عمل

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]

بیشتری به وجود آورد. به‌عنوان‌مثال ممکن است ترکیبی از سناریوهای پنالتی و $n_1 - out - of\ n$ نتیجه بهتری از منظر شاخص‌های عملکردی داشته باشد تا اینکه تنها از یک نوع سناریو برای تولید هشدار استفاده گردد. البته این بحث می‌تواند به‌صورت موضوعی در حوزه سیستم‌های هشدار چندمتغیره مطرح گردد.

۵- نتایج شبیه سازی

۵-۱- مثال ۱:

در این مثال سیگنال‌های فرآیند x_1 و x_2 با توزیع نرمال دومتغیره و میانگین μ و کواریانس σ به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$x_1(t) = mvnrnd(\mu_1, \sigma_1), \mu_1 = [2,4], \sigma_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$
$$x_2(t) = mvnrnd(\mu_2, \sigma_2), \mu_2 = [4,6], \sigma_2 = \begin{pmatrix} 2.5 & 2 \\ 2 & 1.5 \end{pmatrix} \quad (۳۲)$$

ضریب همبستگی این دو سیگنال $\rho_{x_1x_2} = 0.6096$ می باشد. در شکل ۴، این دو سیگنال به همراه بخش های نرمال و غیرنرمال آنها نشان داده شده است. در این شکل‌ها x_{tp} و y_{tp} آستانه‌های این دو سیگنال هستند. فرض شده است که در ثانیه $t = 1000h$ که $h = 1\ sec$ پریود نمونه برداری است، عیبی رخ داده است.

توابع توزیع احتمال مشترک داده های نرمال به صورت زیر است:

$$f_n(x,y) = \frac{1}{0.1286} e^{\frac{-1}{0.9916}\left[\frac{(x-2)^2}{3.2988} + \frac{(y-4)^2}{0.9361} - \frac{(x-2)(y-4)}{1.7573}\right]} \quad (۳۳)$$

همچنین تابع توزیع احتمال مشترک داده های غیرنرمال به صورت زیر قابل محاسبه است:

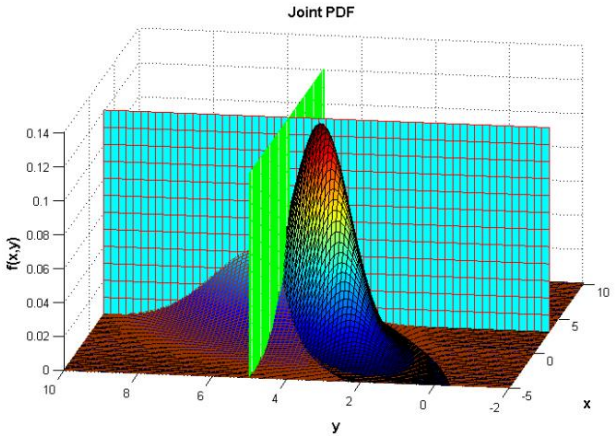
$$f_a(x,y) = \frac{1}{0.0523} e^{\frac{-1}{1.4687}\left[\frac{(x-4)^2}{5.4236} + \frac{(y-6)^2}{2.3242} - \frac{(x-4)(y-6)}{3.5504}\right]} \quad (۳۴)$$

در شکل۵ توابع توزیع احتمال مشترک داده های نرمال و غیرنرمال به همراه آستانه ها رسم شده است. با توجه به این شکل، شاخص نرخ هشدارهای نادرست مشترک را می توان به صورت زیر تعریف کرد [۱۸]:

$$JointFAR = \int_{x_{tp_2}}^{+\infty} \int_{x_{tp_1}}^{+\infty} f_n(x,y)dxdy \quad (۳۵)$$

همچنین شاخص نرخ هشدارهای از دست رفته مشترک به صورت زیر است [۱۸]:

$$JointMAR = \int_{-\infty}^{x_{tp_2}} \int_{-\infty}^{x_{tp_1}} f_a(x,y)dxdy \quad (۳۶)$$



شکل ۳: توابع چگالی احتمال مشترک داده های نرمال و غیرنرمال به همراه آستانه های آنها

همچنین در این مثال برای سیگنال‌های هشدار، فرض شده است که:

$$x_{a_1} = \begin{cases} 1 & , x_1(t) \geq x_{tp_1} \\ 0 & , x_1(t) < x_{tp_1} \end{cases}$$
$$x_{a_2} = \begin{cases} 1 & , x_2(t) \geq x_{tp_2} \\ 0 & , x_2(t) < x_{tp_2} \end{cases} \quad (۳۷)$$

که x_{tp_1} و x_{tp_2} آستانه های دو سیگنال هستند.

۵-۱-۱- محاسبه شاخص Joint FAR

با توجه به تعریف (۳۷) برای تولید سیگنال هشدار، با انتخاب مقادیر اولیه آستانه ها به صورت $x_{tp} = 4$ و $y_{tp} = 5$، ماتریس فرکانس F^{11} به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$F^{11} = \begin{pmatrix} 858 & 67 \\ 67 & 7 \end{pmatrix} \quad (۳۸)$$

در این ماتریس، درایه‌ها بدین صورت محاسبه می گردد که در سیگنال هشدار x_{a_1} که تنها از 0 و 1 تشکیل شده است، ۸۵۸ بار بعد از یک 0 بلافاصله 0 دیگری رخ داده است. ۶۷ بار بعد از 0 بلافاصله 1 رخ داده است. ۶۷ بار بعد از 1 بلافاصله 0 رخ داده است و ۷ بار بعد از 1 بلافاصله 1 رخ داده است. به همین شکل برای سیگنال هشدار x_{a_2}، ماتریس فرکانس F^{22} به صورت زیر محاسبه می گردد:

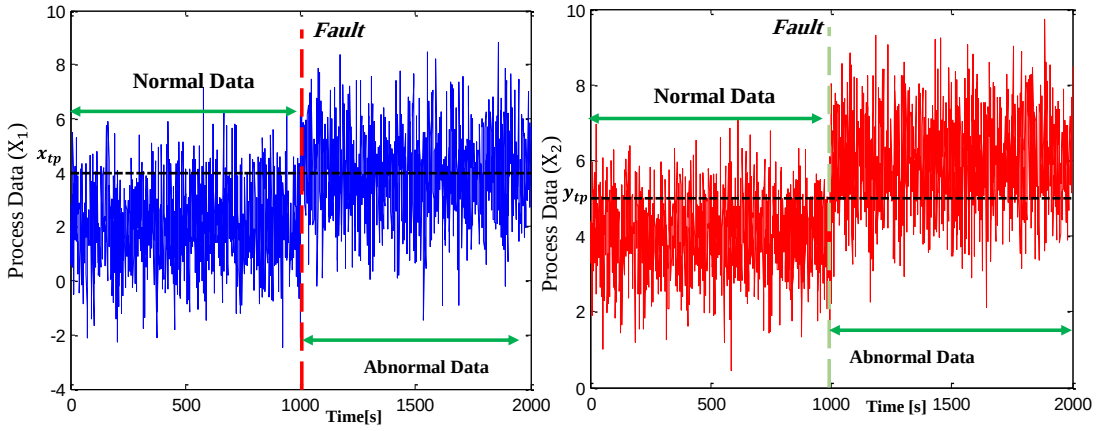
$$F^{22} = \begin{pmatrix} 704 & 134 \\ 133 & 28 \end{pmatrix} \quad (۳۹)$$

ماتریس‌های فرکانس F^{12} و F^{21} که در واقع ارتباط بین صفر و یک‌ها در هر دو سیگنال است، به صورت زیر می باشند:

$$F^{12} = \begin{pmatrix} 779 & 59 \\ 146 & 15 \end{pmatrix}, \quad F^{21} = \begin{pmatrix} 776 & 149 \\ 61 & 13 \end{pmatrix} \quad (۴۰)$$

در این ماتریس‌ها، به عنوان مثال درایه $F^{12}(1,1)$ بدین صورت محاسبه شده، که ۷۷۹ بار بعد از وقوع 0 در سیگنال x_{a_2} در سیگنال x_{a_1} نیز 0 رخ داده است. همچنین ۱۴۶ بار بعد از وقوع 0 در x_{a_2} در x_{a_1} 1 رخ داده است. برای بقیه درایه ها نیز به همین شکل با توجه به دنباله 0 و 1 در دو

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]



شکل ۴: سیگنال های فرآیند دومتغیره $\mathbf{X}_1$ و $\mathbf{X}_2$ و بخش های نرمال و غیرنرمال آنها

سیگنال می توان تعداد رخدادها را محاسبه کرد. پس از نرمالیزه کردن ماتریس‌های فرکانس به صورت ستونی، ماتریس های $\hat{P}^{(11)}$، $\hat{P}^{(12)}$، $\hat{P}^{(21)}$ و $\hat{P}^{(22)}$ به صورت زیر به دست می آیند:

$$\hat{P}^{(11)} = \begin{pmatrix} 0.9276 & 0.9054 \\ 0.0724 & 0.0946 \end{pmatrix},$$
$$\hat{P}^{(12)} = \begin{pmatrix} 0.8422 & 0.7973 \\ 0.1578 & 0.2027 \end{pmatrix},$$
$$\hat{P}^{(21)} = \begin{pmatrix} 0.9271 & 0.9198 \\ 0.0729 & 0.0802 \end{pmatrix},$$
$$\hat{P}^{(22)} = \begin{pmatrix} 0.8411 & 0.8272 \\ 0.1589 & 0.1728 \end{pmatrix}, \quad (۴۱)$$

از آنجا که مقادیر دنباله های x_{a_1} و x_{a_2} تنها 0 و 1 هستند، لذا $\hat{x}$ نیز به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\hat{x} = [\hat{x}_1 \quad \hat{x}_2]^T, \quad \hat{x}_1 = (926 \quad 74), \hat{x}_2 = (838 \quad 162) \quad (۴۲)$$

یعنی ۹۲۶ بار در سیگنال x_{a_1} و ۸۳۸ بار در سیگنال x_{a_2}، 0 رخ داده و بقیه هم 1 هستند.

از حل مسأله بهینه سازی () و () داریم:

$$w_1 = 0.001, \quad w_2 = 0.005$$
$$\lambda_{11} = 0.9999\,, \lambda_{12} = 0.0001$$
$$\lambda_{21} = 0.0176\,, \lambda_{22} = 0.9824 \quad (۴۳)$$

بنابراین ماتریس گذار مدل مارکوف داده‌های نرمال به صورت زیر بدست می‌آید:

$$Q = \begin{pmatrix} M_{11}^T & M_{12}^T \\ M_{21}^T & M_{22}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9275 & 0.0724 & 0.0001 & 0.0000 \\ 0.9053 & 0.0946 & 0.0001 & 0.0000 \\ 0.0163 & 0.0013 & 0.8263 & 0.1561 \\ 0.0162 & 0.0014 & 0.8126 & 0.1698 \end{pmatrix} \quad (۴۴)$$

لذا، از حل مدل مارکوف، شاخص Joint FAR به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$JointFAR = \sum_{i=1}^{2} P(A_i) = P(A_1) + P(A_2) = 0.0681 \quad (۴۵)$$

۲-۱-۵- محاسبه شاخص Joint MAR

اگر مراحل محاسبه شاخص Joint FAR را این بار برای داده‌های غیرنرمال انجام دهیم، ماتریس های $\hat{P}^{(11)}$، $\hat{P}^{(12)}$، $\hat{P}^{(21)}$ و $\hat{P}^{(22)}$ به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\hat{P}^{(11)} = \begin{pmatrix} 0.5061 & 0.4793 \\ 0.4939 & 0.5207 \end{pmatrix},$$
$$\hat{P}^{(12)} = \begin{pmatrix} 0.2378 & 0.2110 \\ 0.7622 & 0.7890 \end{pmatrix},$$
$$\hat{P}^{(21)} = \begin{pmatrix} 0.5134 & 0.4865 \\ 0.4866 & 0.5135 \end{pmatrix},$$
$$\hat{P}^{(22)} = \begin{pmatrix} 0.2500 & 0.2168 \\ 0.7500 & 0.7832 \end{pmatrix}, \quad (۴۶)$$

از حل مسأله بهینه سازی خطی، داریم:

$$w_1 = 0.08, \quad w_2 = 0.01$$
$$\lambda_{11} = 0.8117\,, \lambda_{12} = 0.1883$$
$$\lambda_{21} = 0.0005\,, \lambda_{22} = 0.9995 \quad (۴۷)$$

در نتیجه ماتریس گذار در مدل مارکوف داده های غیرنرمال به صورت زیر بدست می‌آید:

$$Q = \begin{pmatrix} M_{11}^T & M_{12}^T \\ M_{21}^T & M_{22}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.4108 & 0.4009 & 0.0448 & 0.1435 \\ 0.3890 & 0.4227 & 0.0397 & 0.1486 \\ 0.0003 & 0.0002 & 0.2499 & 0.7496 \\ 0.0002 & 0.0003 & 0.2167 & 0.7828 \end{pmatrix} \quad (۴۸)$$

از حل مدل مارکوف در حالت ماندگار، مقدار شاخص Joint MAR به صورت زیر بدست می‌آید:

$$JointMAR = \sum_{i=1}^{2} P(NA_i) = 0.1911 \quad (۴۹)$$

۳-۱-۵- صحت سنجی مدل

در این قسمت برای ارزیابی مقادیر محاسبه شده Joint FAR و Joint MAR از روی مدل مارکوف، از مونت کارلو استفاده شده است. برای این منظور ۲۰۰۰ نمونه تصادفی از سیگنال مثال ۱ تولید شده و در هر مرحله مقادیر Joint FAR و Joint MAR بر اساس مدل مارکوف دومتغیره محاسبه شده و در نهایت میانگین این مقادیر به عنوان مقادیر نهایی برای شاخص‌های عملکردی در نظر گرفته شده است. مقادیر بدست آمده با

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]

جدول ۱: مقادیر شاخص‌های عملکردی بر اساس روش مونت‌کارلو و مقادیر واقعی

thresholds	$x_{tp_1}=3.5$ $x_{tp_2}=4.5$	$x_{tp_1}=4$ $x_{tp_2}=5$	$x_{tp_1}=4.5$ $x_{tp_2}=5.5$
$JFAR_{Formula}$	**0.1483**	**0.0688**	**0.0414**
$JFAR_{Markov}$	**0.1464**	**0.0685**	**0.0410**
$JMAR_{Formula}$	**0.1038**	**0.1857**	**0.2670**
$JMAR_{Markov}$	**0.1058**	**0.1889**	**0.2592**

مقادیر محاسبه شده از طریق روابط (۳۵) و (۳۶) مقایسه شده است. در جدول ۱، این مقادیر برای آستانه های مختلف نشان داده شده است. با توجه به نتایج جدول ۱، مشاهده می گردد که مقادیر محاسبه شده بر اساس روش مونت کارلو به مقادیر واقعی نزدیک است.

۲-۵- مثال ۲:

در این مثال از سناریوی پنالتی برای تولید سیگنال‌های هشدار در فرآیند Tennessee Eastman (TE) استفاده می شود. فرآیند TE شامل ۵ قسمت عملیاتی اصلی (راکتور، کندانسور، جداساز بخار-مایع، کمپرسور و استریپر) است. این فرآیند شامل ۱۲ متغیر کنترلی و ۴۱ متغیر اندازه گیری است که در شکل ۶ نشان داده شده است. در این فرآیند متغیرهای ۱ و ۱۲ و همچنین ۴ و ۲۱ وابسته هستند [۱۹]. در این مثال، الگوریتم معرفی شده بر روی سیگنال‌های ۴ و ۲۱ یعنی سیگنال بخار (A & C feed) و دمای راکتور (Reactor Coolant Temperature) که در شکل ۷ نشان داده شده، پیاده سازی می گردد. در این شکل در لحظه $t=1000\ s$ یک خطای پله واحد به سیستم اعمال شده است. برای تنظیم پارامترهای سیستم هشدار یعنی تعداد تأخیر (n)، تعداد پنالتی (i) و آستانه (x_{tp}) از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک استفاده می شود [۲۵]. برای این منظور محدوده تغییرات پارامترهای مورد نظر برای دو سیگنال به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\begin{aligned} &2\le n_1\le 10\ \ ,1\le i_1\le n_1-1\ ,\\ &x_{tp}\in[9.25,9.35]\\ &2\le n_2\le 10\ \ ,1\le i_2\le n_2-1\ ,\\ &y_{tp}\in[102.47,102.53] \end{aligned} \qquad (۵۰)$$

پارامترهای الگوریتم بهینه سازی ژنتیک در جدول ۲ بیان شده است. . در این جدول، پارامتر Mutation Rate نشان می دهد که در فرآیند جهش، از تعداد متغیرهای الگوریتم بهینه سازی (که در این مسأله ۶ متغیر می باشد)، چه تعداد از آنها تغییر کند [۲۵]. در این مثال، تعداد جمعیت ۱۰۰ و درصد جهش 0.3 می‌باشد لذا به تعداد ۳۰ عضو از جمعیت برای فرآیند جهش انتخاب شده است. در این مثال هر عضو جامعه دارای ۶ بعد است که در واقع همان تعداد متغیرهای مسأله می‌باشد که با انتخاب نرخ تأثیر جهش برابر 0.02 یعنی هر بار به تعداد $(6*0.02)$ از متغیرهای مسأله تغییر کند. در این مثال از تابع ceil برای روند کردن این مقدار استفاده شده لذا هر بار به تعداد $\text{ceil}(0.02*6)=1$ متغیر از ۶ متغیر موجود تغییر می کند. در واقع انتخاب نرخ تأثیر جهش کوچکتر بیانگر این است که مسأله با احتیاط بیشتری حل می گردد. شاخص بهینه سازی نیز به صورت زیر در نظر گرفته شده:

$$J_1=\frac{\alpha}{l_{FAR}}\,JointFAR+\frac{\beta}{l_{MAR}}\,JointMAR \qquad (۵۱)$$

در مرجع [۱۹]، با استفاده از همبستگی بین سیگناهای فرآیند و سیگنال‌های هشدار، برای تنظیم پارامترهای سیستم هشدار، تابع هزینه زیر پیشنهاد شده است:

$$\begin{aligned} J_2=&\ \omega_1\,(FAR_1+FAR_2)+\\ &\omega_2\,(MAR_1+MAR_2)+\omega_3\,\left|\rho_{x_{a_1}x_{a_2}}-\rho_{x_1x_2}\right| \end{aligned} \qquad (۵۲)$$

که در رابطه فوق ω_1، ω_2 و ω_3 وزن‌هایی ثابت و مثبت، $\rho_{x_{a_1}x_{a_2}}$ ضریب همبستگی بین سیگنال‌های هشدار و $\rho_{x_1x_2}$ ضریب همبستگی بین سیگنال‌های فرآیند می‌باشد. در این مثال می‌خواهیم تنظیم پارامترهای سیستم هشدار دو متغیره را هم بر اساس شاخص همبستگی (شاخص J_2) و هم بر اساس شاخص‌های عملکردی مشترک (شاخص J_1) انجام داده و نتایج را با هم مقایسه کنیم. در جدول ۳، مقادیر پارامترهای بهینه سیستم هشدار و مقادیر شاخص‌های عملکردی در هر دو روش برای مقادیر مختلف تابع هزینه نشان داده شده است. با توجه به این نتایج، مشاهده می شود که انتخاب پارامترهای سیستم هشدار بر اساس شاخص هزینه J_1 نتایج بهتری نسبت به شاخص J_2 دارد. یعنی بر اساس شاخص J_1 ، مقادیری کوچکتری برای شاخص‌های عملکردی حاصل می گردد.

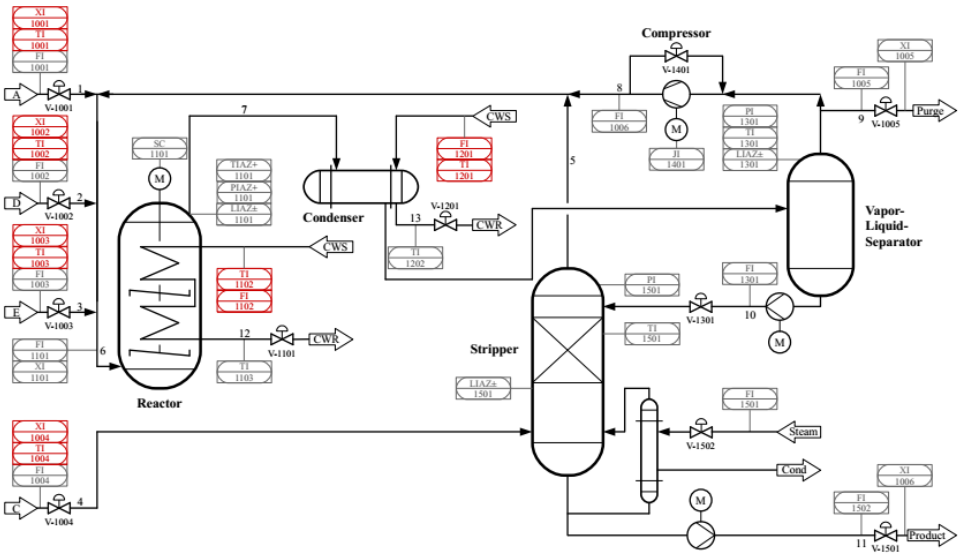
جدول ۲: پارامترهای استفاده شده در الگوریتم ژنتیک

GA Parameters	Value/Method
Population Size	50
Maximum Number of Iteration	100
Crossover Percentage	0.8
Mutation Percentage	0.3
Mutation Rate	0.02
Type of Parent Selection	Roulette Wheel

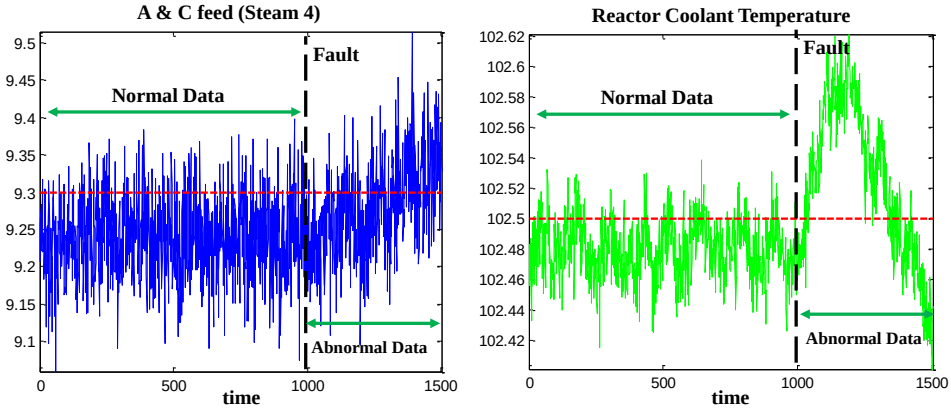
با توجه به نتایج جدول ۳، کمترین مقدار شاخص $J_1=0.1202$ می باشد و پارامترهای سیستم هشدار در این حالت به صورت زیر بدست آمده است:

$$\begin{aligned} &(n_1,n_2,i_1,i_2,x_{tp},y_{tp})\\ &=(8,10,4,3,9.2516,102.5026) \end{aligned} \qquad (۵۳)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]



شکل ۶: فرآیند Tennessee Eastman (TE)



شکل ۷: سیگنال های بخار و دمای راکتور در فرآیند TE

جدول ۳:پارامترهای سیستم هشدار و مقادیر شاخص‌های عملکردی بر اساس الگوریتم بهینه سازی ژنتیک

پارامترهای تابع هزینه J_1					پارامترهای سیستم هشدار	مقادیر شاخص‌ها (تعداد)			
α	l_{JFAR}	β	l_{JMAR}	J	$(n_1, n_2, i_1, i_2, x_{tp}, y_{tp})$	FAR_1	FAR_2	MAR_1	MAR_2
0.1	0.05	0.05	0.1	0.1202	(8,10,4,3,9.2516,102.5026)	2	1	79	156
1	0.05	0.05	0.1	0.1557	(8,10,5,2,9.2514,102.5998)	3	4	78	157
0.1	0.05	0.1	0.1	0.2365	(8,10,5,3,9.2537,102.5043)	1	2	78	157
پارامترهای تابع هزینه J_2									
ω_1	ω_2	ω_3	J						
0.5	0.1	0.5	0.1029		(7,4,1,2,9.2796,102.5153)	2	3	316	213
1	0.1	0.5	0.1056		(7,7,3,3,9.2929,102.5015)	4	5	141	157
0.5	1	0.5	0.7090		(7,6,4,3,9.2501,102.4719)	94	693	77	62
0.5	0.1	1	0.1048		(7,10,4,2,9.2922,102.5024)	4	3	357	160
1	1	1	1.0206		(9,7,1,1,9.2723,102.5024)	3	10	311	188

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]

با توجه به این پارامترها، پارامترهای مسأله بهینه سازی خطی نیز به صورت زیر است:

$$w_1 = 0.05, \quad w_2 = 0.05$$
$$\lambda_{11} = 0.4408\,, \lambda_{12} = 0.5592 \qquad (۵۴)$$
$$\lambda_{21} = 0.5000\,, \lambda_{22} = 0.5000$$

در نتیجه ماتریس گذار سیستم در حالت نرمال به صورت زیر می باشد:

$$Q = \begin{pmatrix} M_{11}^T & M_{12}^T \\ M_{21}^T & M_{22}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.4404 & 0.0004 & 0.5586 & 0.0006 \\ 0.2204 & 0.2204 & 0.2796 & 0.2796 \\ 0.4995 & 0.0005 & 0.4995 & 0.0005 \\ 0.2500 & 0.2500 & 0.2500 & 0.2500 \end{pmatrix} \qquad (۵۵)$$

و مقدار شاخص نرخ هشدار نادرست مشترک به صورت زیر بدست می‌آید:

$$Joint\ FAR = 0.0020 \qquad (۵۶)$$

٦- نتیجه گیری

در این مقاله روش جدیدی برای تنظیم پارامترهای سیستم هشدار در فرآیندهای چندمتغیره معرفی شده است. در این روش با استفاده از مدل مارکوف چندمتغیره، یک روش تقریبی برای محاسبه شاخص‌های نرخ هشدار نادرست مشترک (Joint FAR) و نرخ هشدار از دست رفته مشترک (Joint MAR) برای یک سیستم هشدار چندمتغیره معرفی می گردد. در این روش، تعریف شاخص‌های مشترک بر اساس سیگنال‌های هشدار صورت می گیرد و با استفاده از سیگنال‌های هشدار، رفتار سیستم هشدار با مدل مارکوف چندمتغیره مدلسازی شده و شاخص‌های مشترک برای آن تعریف می گردد. البته در این مقاله شاخص Joint AAD معرفی نشده و به صورت یک مسأله در حوزه سیستم های هشدار چندمتغیره مطرح شده است. در این مقاله از حل یک مسأله بهینه سازی خطی و تشکیل ماتریس گذار مدل مارکوف می توان شاخص‌های عملکردی سیستم هشدار چندمتغیره را محاسبه کرد. در این مقاله با استفاده از روش مونت کارلو، صحت مدل پیشنهادی ارزیابی شده و نتایج این مقاله با دو رویکرد موجود در حوزه طراحی سیستم های هشدار مقایسه شده است. در رویکرد اول از تخمین توابع کرنل چندمتغیره و تخمین توابع توزیع احتمالِ متغیرهای فرآیند [۱۸] استفاده شده و در رویکرد دوم از کمینه کردن همبستگی بین متغیرهای فرآیند و متغیرهای هشدار [۱۹] برای طراحی بهینه پارامترهای سیستم هشدار استفاده شده است. در این مقاله از سناریوی پنالتی برای تولید هشدار در فرآیند Tennessee Eastman استفاده شده و نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی و روش مرجع [۱۹] با استفاده از الگوریتم ژنتیک ارائه شده و نشان داده شده که تنظیم پارامترهای سیستم هشدار بر اساس شاخص‌های عملکردی مشترک در مقایسه با شاخص همبستگی به نتایج بهتری می‌تواند منجر شود.

مراجع

[1] Izadi, Iman, Sirish L. Shah, David S. Shook, and Tongwen Chen. “An introduction to alarm analysis and design”, IFAC Proceedings, Vol. 42, no. 8, pp: 645-650, 2009.

[2] ISA, (Instrumentation, Systems & Automation Society). “Management of alarm systems for the process industries”, North Carolina: ISA 18.02, 2009.

[3] EEMUA, (Engineering Equipment and Materials Users’ Association). “Alarm systems: a guide to design, management and procurement”, 3rd ed. London: EEMUA Publication 191, 2013.

[4] Afzal, Muhammad Shahzad, Tongwen Chen, Ali Bandehkhoda, and Iman Izadi. “Analysis and design of time-deadbands for univariate alarm systems”, Control Engineering Practice, Vol. 71, pp:96-107, 2018.

[5] Liu, Jun, et al. “The intelligent alarm management system”, IEEE software. Vol.20, no.2, pp.66-71, 2003.

[6] Srinivasan, R., et al. “Intelligent alarm management in a petroleum refinery: plant safety and environment”, Hydrocarbon processing. Vol.83, no.11, pp.47-53, 2004.

[7] Simeu-Abazi, Zineb, Arnaud Lefebvre, and Jean-Pierre Derain. “A methodology of alarm filtering using dynamic fault tree”, Reliability Engineering & System Safety. Vol.96, no.2, pp.257-266, 2011.

[8] Cheng, Yue, Iman Izadi, and Tongwen Chen. “Optimal alarm signal processing: Filter design and performance analysis”, Automation Science and Engineering, IEEE Transactions on. Vol.10, no.2 pp.446-451, 2013.

[9] Xu, Jianwei, et al. “Performance assessment and design for univariate alarm systems based on FAR, MAR, and AAD”, Automation Science and Engineering, IEEE Transactions on. Vol.9, no.2 pp.296-307, 2012.

[10] Adnan, Naseeb Ahmed, Yue Cheng, Iman Izadi, and Tongwen Chen. “Study of generalized delay-timers in alarm configuration”, Journal of Process Control, Vol. 23, no. 3, pp.382-395, 2013.

[11] Wang, Jiandong, and Tongwen Chen. “An online method to remove chattering and repeating alarms based on alarm durations and intervals”, Computers & Chemical Engineering, Vol.67, no.4, pp.43-52, 2014.

[12] Xu, Xiaobin, Shibao Li, Xiaojing Song, Chenglin Wen, and Dongling Xu. “The optimal design of industrial alarm systems based on evidence

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]

theory", Control Engineering Practice. Vol.46, no.1, pp.142-156, 2016.

[13] Zeng, Zhiyong, Wen Tan, and Rong Zhou. "Performance assessment for generalized delay-timers in alarm configuration", Journal of Process Control, Vol. 57, pp:80-101, 2017.

[14] Afzal, Muhammad Shahzad, and Tongwen Chen. "Analysis and design of multimode delay-timers", Chemical Engineering Research and Design, Vol. 120, pp:179-193, 2017.

[15] Wang, Jiandong, Fan Yang, Tongwen Chen, and Sirish L. Shah. "An overview of Industrial Alarm Systems: Main causes for alarm overloading, research status, and open problems", IEEE Transactions on Automation Science and Engineering. Vol.13, no. 2, pp.1045-1061, 2016.

[۱۶] جعفر طاهری کلانی، کوروش اصلان صفت، غلامرضا لطیف شبگاهی، "ارائه یک روش سیستماتیک برای طراحی و تحلیل یک سیستم هشدار تک متغیره مبتنی بر سناریوی پنالتی"، مجله کنترل، جلد ۱۰، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۵.

[17] Taheri-Kalani, J., G. Latif-Shabgahi, and M. Alyari Shooredeli. "On the use of penalty approach for design and analysis of univariate alarm systems", Journal of Process Control, Vol. 69, pp:103-113, 2018.

[18] Hao, Zang, and Li Hongguang. "Optimization of process alarm thresholds: A multidimensional kernel density estimation approach", Process Safety Progress. Vol. 33, No. 3, pp:292-298, 2014.

[19] Han, Liu, Huihui Gao, Yuan Xu, and Qunxiong Zhu. "Combining FAP, MAP and correlation analysis for multivariate alarm thresholds optimization in industrial process", Journal of Loss Prevention in the Process Industries. Vol. 40, no.3, pp.471-478, 2016.

[20] Zhang, Kai, Steven X. Ding, Yuri AW Shardt, Zhiwen Chen, and Kaixiang Peng. "Assessment of T 2-and Q-statistics for detecting additive and multiplicative faults in multivariate statistical process monitoring", Journal of the Franklin Institute, Vol.354, no.2, pp.668-688, 2016.

[21] Yu, Yan, Di Zhu, Jiandong Wang, and Yan Zhao. "Abnormal data detection for multivariate alarm systems based on correlation directions", Journal of Loss Prevention in the Process Industries, Vol. 45, pp: 43-55, 2017.

[22] Chen, Kuang, and Jiandong Wang. "Design of multivariate alarm systems based on online calculation of variational directions", Chemical Engineering Research and Design, Vol. 122, pp:11-21, 2017.

[23] Xiong, Wanqi, Jiandong Wang, and Kuang Chen. "Multivariate alarm systems for time-varying processes using Bayesian filters with applications to electrical pumps", IEEE Transactions on Industrial Informatics, Vol.14, no.2, pp.504-513, 2017.

[24] Ching, Wai-Ki, Eric S. Fung, and Michael K. Ng. "A multivariate Markov chain model for categorical data sequences and its applications in demand predictions", IMA Journal of Management Mathematics, Vol. 13, no. 3, pp:187-199, 2002.

[25] Wright, A.H. "Genetic algorithms for real parameter optimization", Foundations of genetic algorithms, Vol. 1, pp: 205-218, 1991.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.5.9]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.93]