مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۴، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۹، صفحه ۸۷-۷۵

تخمین مسیر حرکت توپ پرتابه و کنترل ربات جهت رسیدن به توپ با استفاده از تک دوربین

بهزاد نوبهار[۱]، مریم شعاران*[۲]، قادر کریمیان خسروشاهی[۳]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی مکاترونیک، گروه مکاترونیک، دانشگاه تبریز، behzadnobahar@gmail.com
[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی فناوری‌های نوین، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تبریز، mshoaran@tabrizu.ac.ir
[۳] دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر، گروه مهندسی برق- الکترونیک، دانشگاه تبریز، karimian@tabrizu.ac.ir

دریافت : ۱۳۹۷/۰۸/۱۴ ویرایش: ۱۳۹۷/۱۲/۱۷ پذیرش :۱۳۹۸/۰۱/۲۷

چکیده: در تحقیقات رباتیک گرفتن یک جسم پرتاب‌شده توسط سیستم رباتیکی یکی از مسائل چالش‌برانگیز است. نتایج حاصل از این تحقیقات را می‌توان در زمینه سیستم‌های نظارتی مبتنی بر تصاویر ویدئویی، تحلیل تصاویر ویدئویی ورزشی، برنامه‌های نظارت بر فعالیت-های انسانی و ارتباط انسان و ماشین مورد استفاده قرار داد. در این مقاله الگوریتم جدیدی بر مبنای بینایی ماشین برای تخمین مسیر حرکت پرتابه ارائه شده‌است که به‌صورت بلادرنگ زمان و مکان برخورد پرتابه با ناحیه کاری ربات را تخمین می‌زند. از نوآوری‌های این مقاله می‌توان به ارائه الگوریتم بهبود یافته‌ای برای تخمین مرکز توپ، استفاده از محاسبات زیر پیکسل برای بهبود تخمین مسیر و بررسی الگوریتم-های مختلف تخمین مسیر و پیاده‌سازی سخت‌افزاری به‌صورت بلادرنگ بر روی ربات طراحی‌شده، اشاره نمود. ترکیب اطلاعات سنسورهای تک دوربین و ژیروسکوپ از دیگر مواردی است که در این مقاله به آن پرداخته شده‌است. نتایج بدست آمده نشان‌دهنده توانایی الگوریتم پیشنهادی در تخمین صحیح مسیر توپ و عملکرد مناسب آن در برابر نویز است.

کلمات کلیدی: بینایی ماشین، تخمین مسیر، سرو بینایی، تشخیص توپ، تک دوربین.

Ball Trajectory Estimation and Robot Control to Reach the Ball Using Single Camera

Behzad Nobahar, Maryam Shoaran, Ghader Karimian Khosroshahi

Abstract: In robotics research, catching a projectile object with a robotic system is one of the challenging problems. The outcome of these researches can be used in a wide range of applications such as video surveillance systems, analysis of sports videos, monitoring programs for human activities, and human-machine interactions. In this paper, we propose a new vision-based algorithm to estimate the trajectory of a projectile, which estimates the time and the position of the projectile's collision with the robot's working space in real-time. We use sub-pixel calculations and present an improved algorithm for estimating the center of the ball. We evaluate the performance of different trajectory estimation algorithms and also provide a real-time hardware implementation of our method on a designed robot. Moreover, the combination of single-camera and gyroscope information is studied in this paper. The results show that the proposed algorithm is capable of correctly estimating the ball's trajectory and has a very good performance against the noise.

Keywords: Machine Vision, Trajectory Estimation, Visual Servoing, Ball Detection, Single Camera.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]

۱- مقدمه

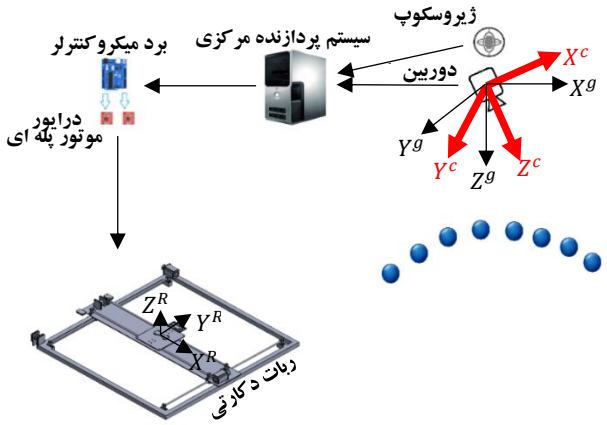
در تحقیقات رباتیک یکی از مسائل چالش برانگیز گرفتن یک پرتابه توسط سیستم رباتیکی است [۱]. تحقق این امر مستلزم وجود قابلیت‌هایی مختلفی نظیر ادراک هوشمند محیط توسط سنسورهای ربات، دنبال کردن جسم پرتاب‌شده، تخمین حرکت جسم و برنامه‌ریزی بلادرنگ مسیر حرکت ربات است. در این مقاله با استفاده از تک دوربین مسیر حرکت پرتابه تخمین زده می‌شود، به‌طوری‌که در زمان مناسب، ربات قادر به گرفتن توپ باشد.

سیستم‌های بینایی تک‌دوربین و استریو متداول‌ترین سیستم‌های به‌کار رفته در پژوهش‌های پیشین است. سیستم تک دوربین نسبت به استریو ارزان‌تر بوده و کالیبره کردن آن راحت‌تر می‌باشد. در مقابل سیستم استریو یک دید سه بعدی از محیط می‌دهد که ساختار تک دوربین فاقد آن است [۴-۲]. می‌توان گفت درصورتی‌که بتوان با ساختار تک دوربین مسیر حرکت سه بعدی پرتابه را تشخیص داد، این ضعف ساختار تک دوربین پوشش داده می‌شود. همچنین با توجه به این‌که در ساختار استریو حجم اطلاعات دریافتی بالاتر بوده، سرعت پردازش بشدت به الگوریتم و سخت‌افزار مورد استفاده وابسته است.

از الگوریتم‌هایی که در زمینه تخمین مسیر در پژوهش‌های قبلی به‌کار رفته می‌توان به روش‌های حداقل مربعات، کالمن خطی[1] و غیرخطی و روش لونبرگ مارکوات[2] اشاره کرد. روش‌های غیرخطی دارای حجم پردازش بالایی هستند که عملکرد بلادرنگ سیستم را دچار مشکل می‌کنند و برای انجام بلادرنگ این حجم از پردازش به پردازنده‌های قوی نیاز خواهد شد. از طرفی دقت روش‌های غیرخطی دقت قابل قبولی بوده و همین امر موجب می‌شود نتوان از این الگوریتم‌ها چشم‌پوشی کرد. با توجه به این نکات ترکیب روش‌های خطی و غیرخطی در اکثر مقالات مورد توجه قرار گرفته است، به‌طوری‌که گاهی برای تخمین اولیه از روش خطی و برای تخمین دقیق‌تر از روش غیرخطی استفاده شده است. در اغلب کاربردها علاوه بر دقت الگوریتم، سرعت رسیدن به تخمین بهتر نیز عامل تعیین‌کننده‌ای است، به این معنی که با تعداد نمونه کمتری مقدار تخمینی توسط الگوریتم به مقدار واقعی نزدیک باشد. در این زمینه پژوهش‌های زیادی در سال‌های اخیر انجام گرفته است. از ساختار تک دوربین می‌توان به کارهای ویچنزو لیپیلو و همکارانش [۵] اشاره نمود که با استفاده از سیستم تک دوربین و روش تخمین مبتنی بر بهینه‌سازی لونبرگ مارکوات مسیر توپ را تخمین زدند و از ساختار دوربین استریو می‌توان به تحقیق کائو و همکارانش [۶] اشاره کرد.

در این مقاله الگوریتمی پیشنهاد شده است که با استفاده از تک دوربین ثابت، مسیر حرکت یک توپ پرتابی را تخمین زده و به ربات فرمان داده می‌شود که در زمان مناسب قادر به گرفتن توپ باشد. از نوآوری‌های این مقاله می‌توان به ارائه الگوریتم بهبود یافته‌ای برای تخمین مرکز توپ، استفاده از محاسبات زیر پیکسل[3] برای تخمین مرکز توپ و بررسی الگوریتم‌های مختلف تخمین مسیر (حداقل مربعات، فیلتر کالمن و لونبرگ مارکوات) و پیاده‌سازی سخت‌افزاری الگوریتم حداقل مربعات به‌صورت بلادرنگ، بر روی رباتی از نوع دکارتی که طراحی و ساخته‌شده، اشاره نمود. ربات طراحی شده دارای یک سبد برای گرفتن توپ است و می‌تواند سبد را در راستای محورهای X و Y خود حرکت دهد. یک نمای کلی از سخت‌افزار به همراه سه دستگاه مختصات سرتاسری (X^g, Y^g, Z^g)، دوربین (X^c, Y^c, Z^c) و ربات (X^R, Y^R, Z^R) در شکل ۱ نمایش داده شده است.

در ادامه در بخش دوم مروری بر تحقیقات پیشین ارائه می‌گردد. در بخش سوم الگوریتم پیشنهادی بیان شده و بخش چهارم نتایج ارائه می‌گردد و در بخش آخر جمع بندی بیان می‌گردد.



شکل ۱: نمای کلی از سخت‌افزار به همراه دستگاه‌های مختصات دوربین، سرتاسری و ربات

۲- مروری بر تحقیقات پیشین

از نمونه کارهای انجام شده در زمینه تخمین مسیر حرکت پرتابه و گرفتن آن توسط ربات با استفاده از بینایی ماشین، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد. در سال ۲۰۰۷ ژانگ و همکاران [۷] ساختاری برای پرتاب و گرفتن توپ والیبال ارائه کردند. در این مقاله از قوانین فازی ساده برای تعیین موقعیت ضربه، استفاده شده است. ایوان ریبنیک و همکاران در سال ۲۰۰۹ [۸] با استفاده از ساختار تک دوربین ثابت و یک بازوی صنعتی، امکان تخمین مسیر توپ را بررسی کردند. خطای تخمین بین ۳ تا ۵۰ سانتی‌متر گزارش شده‌است. هرجان و همکارانش در سال ۲۰۱۰ [۹] با استفاده از ساختار تک دوربین ثابت سعی در تخمین مسیر یک توپ پرتابه کردند. در این مطالعه دوربین به صورت ثابت در سقف نصب شده است برآورد مسیر با استفاده از توالی تصاویر و روش حداقل مربعات انجام شده است. در سال ۲۰۱۱ تیان و همکاران [۱۰] یک سیستم بینایی استریو برای یک ربات پینگ‌پنگ

[1] Kalaman filter
[2] Levenberg–Marquardt
[3] subpixel

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]

باز ارائه کردند. آنها از الگوریتم پنج نقطه‌ای برای تخمین صحیح در فضای سه بعدی استفاده نمودند. در سال ۲۰۱۲ کیم و همکاران [۱۱] روشی برای تخمین مسیر اشیاء پرتابه ارائه دادند که دینامیک اشیاء مختلف را لحاظ کرده است. در این مقاله عملکرد روش‌های رگرسیون غیرخطی ارزیابی شده و مسیر با یک فیلتر کالمن توسعه یافته برآورد شده است. خی و همکارانش در سال ۲۰۱۴ [۱۲] یک سیستم مبتنی بر دو دوربین برای پیش‌بینی حرکت توپ در بازی پینگ پنگ ارائه دادند. در این تحقیق مدل حرکت توپ پینگ پنگ توسط یک تابع پارامتری چندجمله‌ای برحسب زمان بیان شده و پارامترها تخمین زده شده‌اند. در سال ۲۰۱۵ لی و همکاران [۱۳] یک الگوریتم برای برآورد موقعیت و مسیر یک توپ پرتابه در فضای سه بعدی با یک سنسور RGBD ارائه کردند. شناسایی توپ و مسیر آن با روش پیش‌بینی مبتنی بر رنگ مورد استفاده قرار گرفته است. ویچنزو لیپیلو و همکارانش در سال ۲۰۱۵ [۱۴] یک چارچوب کنترل یکپارچه برای گرفتن توپ پرتاب شده توسط ربات با یک سیستم حرکتی تک دوربین پیشنهاد دادند. توپ پرتاب شده از طریق یک الگوریتم تشخیص دایره بصری شناسایی شده و اولین برآورد نقطه فرود ابتدا از طریق یک الگوریتم خطی محاسبه شده سپس اندازه‌گیری‌های بصری بعدی در ادامه کار به‌طور مداوم برآورد فعلی را با بهره‌برداری از یک الگوریتم بهینه‌سازی غیرخطی و یک مدل بالستیک دقیق کرده است.

با توجه به پژوهش‌های انجام گرفته می‌توان گفت سه روش حداقل مربعات، کالمن و لونبرگ مارکوات پرکاربردترین روش‌ها در تخمین مسیر حرکت پرتابه هستند. همچنین از بین سیستم‌های بینایی مبتنی بر تک‌دوربین، دوربین استریو و دوربین RGBD، استفاده از تک‌دوربین برای تخمین مسیر به علت کمتر بودن اطلاعات کار دشوارتری است. در ادامه این پژوهش علاوه بر بررسی هر سه روش تخمین، سعی در تخمین مسیر پرتابه با استفاده از اطلاعات تک‌دوربین شده است که در قسمت تشریح الگوریتم پیشنهادی به تفصیل به این موضوع پرداخته می‌شود.

۳- تشریح الگوریتم پیشنهادی

در مرحله نخست فریم‌های متوالی تصویر از دوربین دریافت شده و با پردازش تصاویر دریافتی توپ و مرکز آن تشخیص داده شود. در مرحله بعدی یک منحنی درجه سه به مراکز توپ استخراجی برازش می‌شود و از روی نمودار برازش شده مراکز توپ در حد زیر پیکسل محاسبه می شود و برای مرحله تخمین مسیر ارسال می‌گردد. در این مرحله مسیر توپ در دستگاه مختصات دوربین تخمین زده شده سپس نقطه برخورد توپ با ناحیه کاری ربات محاسبه می‌شود و بالاخره در مرحله آخر متناسب با نقطه برخورد محاسبه شده دستور لازم برای ربات ارسال می‌گردد. در ادامه به تشریح مراحل مختلف الگوریتم پیشنهادی می‌پردازیم.

۳-۱ مرحله تشخیص مرکز توپ

هدف این مرحله استخراج مرکز توپ است. برای تشخیص جسم متحرک از روش حذف پس‌زمینه استفاده شد. در این روش ابتدا یک تصویر از پس‌زمینه گرفته‌شده سپس فریم‌ها با تصویر پس‌زمینه مقایسه و از یکدیگر تفریق می‌شوند و یک حد آستانه به تصویر حاصل اعمال می‌گردد. از آنجایی‌که تغییر نور محیط و سایه اجسام همواره وجود دارد حاصل تفریق دارای تعداد زیادی نواحی کوچک خواهد بود. با اعمال یک فیلتر میانه ۱۱*۱۱ به تصویر، تعداد زیادی از این نواحی حذف می‌شوند. سپس با بررسی سه پارامتر شعاع، مساحت و موقعیت مرکز هر کدام از نواحی باقیمانده ناحیه شامل توپ حفظ شده و بقیه نواحی حذف می گردند. پس از تشخیص ناحیه قرار گرفتن توپ، مرکز توپ تشخیص داده می‌شود. در صورتی‌که توپ ساکن باشد و یا سرعت کمی داشته باشد، تشخیص مرکز توپ با الگوریتم‌هایی نظیر تبدیل هاف قابل قبول است (هرچند هزینه محاسباتی آنها زیاد است) ولی از آنجایی‌که سرعت توپ زیاد است و در سرعت بالا تصویر توپ متحرک در صفحه تصویر مانند یک بیضی است و نه یک دایره (شکل ۲-الف)، دیگر این الگوریتم‌ها کارایی و دقت مناسب را ندارند. از این‌رو از روش پیشنهادی زیر برای این منظور استفاده نمودیم. در گام نخست تصویر پردازش شده و ناحیه قرار گرفتن توپ بروش فوق استخراج می شود (شکل ۲-ب). با بدست آوردن خط منصف کانتور (شکل ۲-پ) و یافتن زاویه آن با محور افقی، تصویر را به اندازه زاویه بدست آمده می‌چرخانیم (شکل ۲-ت). حال فاصله مرکز کانتور تا حاشیه کانتور در راستای محور عمودی اندازه گرفته می‌شود، از آنجایی‌که حرکت توپ در یک راستا است می‌توان محور عمود به این راستا را شعاع در نظر گرفت (شکل ۲-ث). با استفاده از این شعاع و خط منصف و جهت حرکت مرکز توپ را می‌یابیم (شکل ۲-ج).



الف. تصویر ثبت شده توپ با سرعت بالا



ب. کانتور توپ در سرعت بالا



پ. یافتن خط منصف کانتور



ت. چرخاندن تصویر



ث. یافتن فاصله در راستای عمودی



ج. یافتن مرکز توپ

شکل ۲: مراحل یافتن مرکز توپ در حال حرکت

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]

۳-۲ مرحله برازش منحنی

برای کم کردن اثرات ناشی از کوانتیزاسیون تصویر، موقعیت پیکسل‌ها را با دقت در حد زیر پیکسل تخمین می زنیم به این صورت که پس از مشاهده شدن توپ در میدان دید دوربین و استخراج مراکز توپ از فریم‌ها (شکل ۳ الف) و ثبت زمان آنها، به مختصات مرکز توپ در هر فریم یک معادله درجه سه نسبت به زمان برازش می‌شوند (شکل‌های ۳ پ و ۳ ت) و پس از بدست آوردن دو منحنی درجه سه، از آنها در زمان‌های t_{fi} (زمان فریم i ام) نمونه‌برداری می‌شود و نمونه‌ها بعنوان مراکز اصلاح‌شده توپ برای الگوریتم تخمین مسیر ارسال می گردد (شکل ۳ ب).

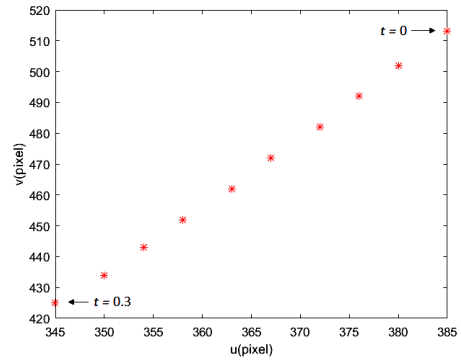
۳-۳ الگوریتم تخمین مسیر

برای تخمین مسیر چهار روش حداقل مربعات، فیلتر کالمن با استفاده از داده های کمکی ژیروسکوپ، فیلتر کالمن فقط با استفاده از داده‌های تصویر و روش لونبرگ مارکوات مورد بررسی قرار گرفت. برای تخمین مسیر پرتابه دو مدل حرکتی برای مسیر پرتابه استفاده شد. مدل اول با فرض وجود اطلاعات ژیروسکوپ و مدل دوم بدون این فرض و در حالت کلی نوشته شده‌است. دستگاه‌های مختصات در شکل ۱ نمایش داده شده‌اند. در مدل اول موقعیت جسم در دستگاه مختصات سرتاسری $(p_{xi}^g, p_{yi}^g, p_{zi}^g)$ در لحظه t_i به شکل رابطه ۱ نوشته می شود. محورهای X^g و Y^g موازی صفحه زمین و محور Z^g عمود بر صفحه زمین فرض شده است. در این رابطه شتاب گرانش با g تعریف شده است. پارامترهای c_1 تا c_6 مجهول‌های مسئله هستند که بسته به مسیرهای مختلف پرتابه، مقادیر متفاوتی دارند.

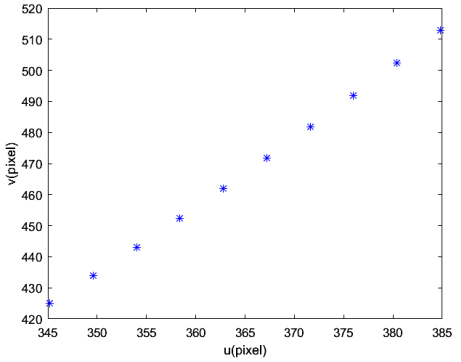
$$\begin{cases} p_{xi}^g = c_1 + c_2 t_i \\ p_{yi}^g = c_3 + c_4 t_i \\ p_{zi}^g = c_5 + c_6 t_i + \frac{1}{2} g t_i{}^2 \end{cases} \quad (۱)$$

در مدل دوم موقعیت جسم در دستگاه مختصات دوربین $(p_{xi}^c, p_{yi}^c, p_{zi}^c)$ در لحظه t_i به شکل رابطه کلی ۲ نوشته می شود که در تمامی راستاهای X^c ، Y^c و Z^c حرکت شتابدار است. پارامترهای c_1 تا c_9 مجهول‌های مسئله هستند.

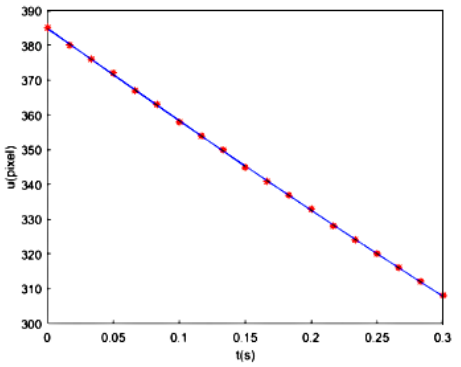
$$\begin{cases} p_{xi}^c = c_1 + c_2 t_i + c_3 t_i{}^2 \\ p_{yi}^c = c_4 + c_5 t_i + c_6 t_i{}^2 \\ p_{zi}^c = c_7 + c_8 t_i + c_9 t_i{}^2 \end{cases} \quad (۲)$$



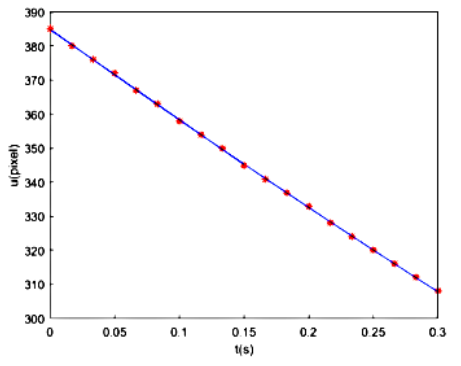
الف. مقادیر مراکز توپ



ب. مقادیر بعد از برازش



پ. نمودار برازش شده u



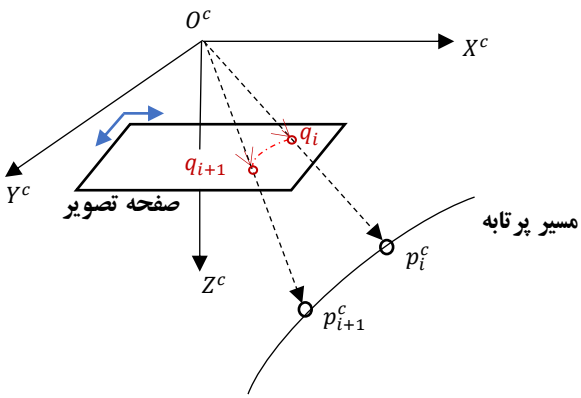
ت. نمودار برازش شده v

شکل ۳: نمودار مراکز توپ قبل و بعد از برازش

۳-۳-۱ تخمین مسیر پرتاب توپ به روش حداقل مربعات با استفاده از اطلاعات تصویر و ژیروسکوپ (LSIG)

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]

در این قسمت فرض بر این است که مرکز دستگاه مختصات دوربین و دستگاه مختصات سرتاسری بر هم منطبق هستند و با استفاده از اطلاعات ژیروسکوپ زوایای چرخش بین این دو دستگاه مشخص هستند. در شکل ۴ مسیر حرکت توپ، دستگاه مختصات دوربین و صفحه تصویر نمایش داده شده است. موقعیت توپ در دستگاه مختصات دوربین در لحظه t_i در نقطه p_i^c و تصویرش در نقطه q_i و در لحظه t_{i+1} در نقطه p_{i+1}^c از دستگاه مختصات دوربین و تصویرش در نقطه q_{i+1}^c روی صفحه تصویر قرار گرفته است.



شکل ۴: مسیر حرکت توپ و تصویر آن در دو فریم متوالی در دستگاه مختصات دوربین

بردار $\boldsymbol{O^c q_i} = [q_{xi}^c , q_{yi}^c , q_{zi}^c]^T$ که مرکز دستگاه مختصات دوربین را به مرکز تصویر جسم متصل می‌کند بر بردار $\boldsymbol{O^c p_i^c} = [p_{xi}^c , p_{yi}^c , p_{zi}^c]^T$ که مرکز دوربین را به جسم متصل می‌کند منطبق است، پس ضرب خارجی این دو بردار مطابق رابطه ۳ برابر صفر خواهد بود.

$$\boldsymbol{O^c q_i} \times \boldsymbol{O^c p_i^c} = 0 \rightarrow \begin{cases} q_{xi}^c p_{yi}^c - q_{yi}^c p_{xi}^c = 0 \\ q_{yi}^c p_{zi}^c - q_{zi}^c p_{yi}^c = 0 \\ q_{zi}^c p_{xi}^c - q_{xi}^c p_{zi}^c = 0 \end{cases} \quad (۳)$$

بردار $\boldsymbol{O^c q_i}$ را می‌توان به شکل رابطه ۴ بیان کرد که در آن (u_i , v_i) مختصات نقطه q_i در صفحه تصویر و (u_0 , v_0) مختصات مرکز تصویر برحسب پیکسل می‌باشند. برای این‌که به‌توان این دو مقدار را به‌صورت متریک بیان نمود آن‌ها را در d_x و d_y ضرب می‌کنیم که به ترتیب اندازه طول و عرض پیکسل‌ها در واحد طول هستند و f فاصله کانونی دوربین است.

$$O^c q_i = \begin{bmatrix} q_{xi}^c \\ q_{yi}^c \\ q_{zi}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (u_i - u_0)d_x \\ (v_i - v_0)d_y \\ f \end{bmatrix} \quad (۴)$$

برای بیان مختصات p_i^c باید معادله حرکت توپ را در دستگاه مختصات دوربین بیابیم. حرکت توپ در دستگاه مختصات سرتاسری توسط رابطه ۱ مدل شده است و از آنجایی‌که مرکز دستگاه مختصات دوربین بر مرکز دستگاه مختصات سرتاسری منطبق است کافی است p_i^g در یک ماتریس دوران ضرب شود (رابطه ۵). درایه‌های ماتریس دوران به دلیل استفاده از ژیروسکوپ جزء معلومات مسئله هستند. باید توجه داشت که به دلیل ثابت بودن دوربین کافیست یکبار اطلاعات ژیروسکوپ خوانده شود و همین اطلاعات به فریم‌های بعدی تعمیم داده شود. البته در صورتی‌که دوربین متحرک باشد باید علاوه بر خواندن اطلاعات در هر فریم، هم‌زمانی بین اطلاعات دریافتی توسط دوربین و ژیروسکوب نیز در نظر گرفته شود. در این رابطه $\mathbf{c}$ مخفف cos و $\mathbf{s}$ مخفف sin است.

$$\begin{bmatrix} p_{xi}^c \\ p_{yi}^c \\ p_{xi}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{xi}^g & p_{yi}^g & p_{zi}^g \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c\theta c\gamma} & \boldsymbol{-c\varphi s\gamma + s\varphi s\theta c\gamma} & \boldsymbol{s\varphi s\gamma + c\varphi s\theta c\gamma} \\ \boldsymbol{c\theta s\gamma} & \boldsymbol{c\varphi c\gamma + s\varphi s\theta s\gamma} & \boldsymbol{-s\varphi c\gamma + c\varphi s\theta s\gamma} \\ \boldsymbol{-s\theta} & \boldsymbol{s\varphi c\theta} & \boldsymbol{c\varphi c\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{xi}^g & p_{yi}^g & p_{zi}^g \end{bmatrix}^T \quad (۵)$$

در رابطه ۵، $(\gamma, \theta, \varphi)$ زوایای چرخش محورهای (X^c, Y^c, Z^c) می‌باشند. اکنون با جایگذاری رابطه ۱ در رابطه ۵ رابطه ۶ حاصل می‌شود.

$$\begin{bmatrix} p_{xi}^c \\ p_{yi}^c \\ p_{xi}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 + c_2 t_i \\ c_3 + c_4 t_i \\ c_5 + c_6 t_i + \frac{1}{2} g t_i^2 \end{bmatrix} \quad (۶)$$

با جایگذاری رابطه ۶ و ۴ در رابطه ۳ رابطه ۷ حاصل می‌گردد.

$$\begin{bmatrix} \mathrm{q_{yi}^c r_{31} - q_{zi}^c r_{21}} & \mathrm{q_{zi}^c r_{11} - q_{xi}^c r_{31}} & \mathrm{q_{xi}^c r_{21} - q_{yi}^c r_{11}} \\ (\mathrm{q_{yi}^c r_{31} - q_{zi}^c r_{21}})t_i & (\mathrm{q_{zi}^c r_{11} - q_{xi}^c r_{31}})t_i & (\mathrm{q_{xi}^c r_{21} - q_{yi}^c r_{11}})t_i \\ \mathrm{q_{yi}^c r_{32} - q_{zi}^c r_{22}} & \mathrm{q_{zi}^c r_{12} - q_{xi}^c r_{32}} & \mathrm{q_{xi}^c r_{22} - q_{yi}^c r_{12}} \\ (\mathrm{q_{yi}^c r_{32} - q_{zi}^c r_{22}})t_i & (\mathrm{q_{zi}^c r_{12} - q_{xi}^c r_{32}})t_i & (\mathrm{q_{xi}^c r_{22} - q_{yi}^c r_{12}})t_i \\ \mathrm{q_{yi}^c r_{33} - q_{zi}^c r_{23}} & \mathrm{q_{zi}^c r_{13} - q_{xi}^c r_{33}} & \mathrm{q_{xi}^c r_{23} - q_{yi}^c r_{13}} \\ (\mathrm{q_{yi}^c r_{33} - q_{zi}^c r_{23}})t_i & (\mathrm{q_{zi}^c r_{13} - q_{xi}^c r_{33}})t_i & (\mathrm{q_{xi}^c r_{23} - q_{yi}^c r_{13}})t_i \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \mathrm{c_1} \\ \mathrm{c_2} \\ \mathrm{c_3} \\ \mathrm{c_4} \\ \mathrm{c_5} \\ \mathrm{c_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\mathrm{g t_i^2 (q_{yi}^c r_{33} - q_{zi}^c r_{23})} \\ \frac{1}{2}\mathrm{g t_i^2 (q_{zi}^c r_{13} - q_{xi}^c r_{33})} \\ \frac{1}{2}\mathrm{g t_i^2 (q_{xi}^c r_{23} - q_{yi}^c r_{13})} \end{bmatrix} \quad (۷)$$

رابطه ۷ را به شکل $A_i X_i = B_i$ در نظر می‌گیریم که X_i ماتریس مجهولات و برابر $[c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6]^T$ است. برای تخمین مقادیر پارامترهای مجهول c_1 تا c_6 از روش تخمین حداقل مربعات خطا استفاده کردیم.

۲-۳-۳ تخمین مسیر پرتاب توپ به روش فیلتر کالمن

برای تخمین مسیر حرکت پرتابه از فیلتر کالمن نیز استفاده شده است. برای این منظور دو حالت در نظر گرفته شده که حالت اول با استفاده از اطلاعات تصویر و ژیروسکوپ و حالت دوم تنها با استفاده از اطلاعات

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]

تصویر است. در هر دو حالت با استفاده از فیلتر کالمن مسیر حرکت پرتابه تخمین زده می‌شود.

۱-۲-۳-۳ تخمین مسیر با استفاده از اطلاعات تصویر و ژیروسکوپ و روش فیلتر کالمن (KFIG)

فرضیات این قسمت همانند روش LSIG است با این تفاوت که برای تخمین مسیر حرکت پرتابه از فیلتر کالمن استفاده شده است. همچنین با فرض مدل روزنه‌ای برای دوربین رابطه ۸ بین موقعیت جسم در دستگاه مختصات دوربین $(p_{xi}^c, p_{yi}^c, p_{zi}^c)$ و تصویرش در صفحه تصویر (u_i, v_i) برقرار است که در آن (u_0, v_0) مختصات مرکز صفحه تصویر و f_u و f_v فاصله کانونی برحسب پیکسل در راستای محورهای افقی و عمودی صفحه تصویر هستند.

$$u_i = u_0 + f_u \frac{p_{xi}^c}{p_{zi}^c}$$
$$v_i = v_0 + f_v \frac{p_{yi}^c}{p_{zi}^c} \qquad (۸)$$

در اینجا نیز با استفاده از ژیروسکوپ و تبدیل مختصات نقاط بین دستگاه مختصات دوربین و سرتاسری با استفاده از رابطه ۵ و با جاگذاری رابطه ۶ در رابطه ۸ و با فرض $U_i \triangleq u_i - u_0$ و $V_i \triangleq v_i - v_0$ رابطه ۹ حاصل می شود.

$$\begin{bmatrix} f_u r_{11} - r_{31}U_i & f_v r_{21} - r_{31}V_i \\ (f_u r_{11} - r_{31}U_i)t_i & (f_v r_{21} - r_{31}V_i)t_i \\ f_u r_{12} - r_{32}U_i & f_v r_{22} - r_{32}V_i \\ (f_u r_{12} - r_{32}U_i)t_i & (f_v r_{22} - r_{32}V_i)t_i \\ f_u r_{13} - r_{33}U_i & f_v r_{23} - r_{33}V_i \\ (f_u r_{13} - r_{33}U_i)t_i & (f_v r_{23} - r_{33}V_i)t_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} g {t_i}^2 (r_{33}U_i - f_u r_{13}) \\ \frac{1}{2} g {t_i}^2 (r_{33}V_i - f_v r_{23}) \end{bmatrix} \qquad (۹)$$

برای تخمین مجهولهای رابطه ۹ از فیلتر کالمن استفاده می‌شود. با فرض اینکه بردار حالت فیلتر در لحظه t_i بصورت $X_i = [c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6]^T$ در نظر گرفته شود، تخمین بردار حالت $\hat{X}_i^-$ و تخمین ماتریس کوواریانس خطا P_i^- با استفاده از معادله حالت فیلتر به‌صورت رابطه ۱۰ خواهد بود.

$$\hat{X}_i^- = \emptyset_{i-1}\hat{X}_{i-1}$$
$$P_i^- = \emptyset_{i-1}P_{i-1}\emptyset_{i-1}^T + Q_{i-1} \qquad (۱۰)$$

در این رابطه $\emptyset_{i-1}$ ماتریس گذر حالت، $\hat{X}_{i-1}$ تخمین بردار حالت، P_{i-1} و Q_{i-1} بترتیب ماتریسهای کوواریانس خطا و فرآیند در لحظه t_{i-1} هستند (برای این مساله ماتریس همانی در نظر گرفته شده‌است). می‌توان رابطه ۹ را به شکل $H_i X_i = Z_i$ نوشت و از آن به‌عنوان معادله اندازه‌گیری فیلتر کالمن استفاده نمود. در این صورت تخمین بردار X_i با استفاده از معادله اندازه‌گیری فیلتر به‌صورت رابطه ۱۱ خواهد بود.

$$\hat{X}_i = \hat{X}_i^- + K_i(Z_i - H_i\hat{X}_i^-) \qquad (۱۱)$$

که در اینجا H_i و Z_i با استفاده از معادله ۹ و به‌صورت زیر قابل محاسبه هستند.

$$H_i = \begin{bmatrix} f_u r_{11} - r_{31}U_i & f_v r_{21} - r_{31}V_i \\ (f_u r_{11} - r_{31}U_i)t_i & (f_v r_{21} - r_{31}V_i)t_i \\ f_u r_{12} - r_{32}U_i & f_v r_{22} - r_{32}V_i \\ (f_u r_{12} - r_{32}U_i)t_i & (f_v r_{22} - r_{32}V_i)t_i \\ f_u r_{13} - r_{33}U_i & f_v r_{23} - r_{33}V_i \\ (f_u r_{13} - r_{33}U_i)t_i & (f_v r_{23} - r_{33}V_i)t_i \end{bmatrix}^T \qquad (۱۲)$$

$$Z_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} g {t_i}^2 (r_{33}U_i - f_u r_{13}) \\ \frac{1}{2} g {t_i}^2 (r_{33}V_i - f_v r_{23}) \end{bmatrix} \qquad (۱۳)$$

همچنین K_i بهره فیلتر بوده و از رابطه ۱۴ محاسبه می‌شود.

$$K_i = P_i^- H_i^T \left(H_i P_i^- H_i^T + N_i\right)^{-1} \qquad (۱۴)$$

که در این رابطه N_i ماتریس کوواریانس نویز است. برای بروز کردن ماتریس کوواریانس خطا نیز از رابطه ۱۵ استفاده می‌شود.

$$P_i = (I - K_i H_i)P_i^- \qquad (۱۵)$$

۲-۲-۳-۳ تخمین مسیر با استفاده از اطلاعات تصویر و روش کالمن و بدون استفاده از ژیروسکوپ (KFI)

در این قسمت به‌دلیل عدم وجود اطلاعات ژیروسکوپ، مساله در حالت کلی و در دستگاه مختصات دوربین حل شده است و موقعیت توپ در دستگاه مختصات دوربین (رابطه ۲) با استفاده از اطلاعات تصویر و به روش فیلتر کالمن تخمین زده می‌شود. در رابطه ۲، c_1 تا c_9 همه مجهول هستند ولی با فرض $dc_9 = 1$، [۷] پارامتر d به‌صورت رابطه ۱۶ محاسبه می‌شود.

$$d = 2\sqrt{\frac{c_3^2 + c_6^2 + 1}{g^2}} \qquad (۱۶)$$

با استفاده از تجزیه برداری شتاب (رابطه ۱۷) می‌توان یکی از مجهولات را حذف کرد.

$$\frac{1}{d^2}c_3^2 + \frac{1}{d^2}c_6^2 + \frac{1}{d^2}c_9^2 = \frac{g^2}{4} \qquad (۱۷)$$

با جاگذاری رابطه ۲ در رابطه ۸ و با استفاده از رابطه ۱۷، رابطه ۱۸ حاصل می گردد.

$$\begin{cases} d(c_7U_i + c_8U_it_i + f_uc_1 + f_uc_2t_i + f_uc_3t_i^2) \\ \quad = t_i^2U_i \\ d(c_7V_i + c_8V_it_i + f_vc_4 + f_vc_5t_i + f_vc_6t_i^2) \\ \quad = t_i^2V_i \end{cases} \qquad (۱۸)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]

پارامترهای مجهول c_1 تا c_8 با استفاده از رابطه ۱۸ و مشابه روش KFIG تخمین زده می‌شوند.

این روش قابلیت مدل کردن پارامترهایی نظیر وزش باد را دارا است ولی به دلیل بیشتر شدن مجهولاتی که باید تخمین زده شود و همچنین برای این‌که بتوان با روش‌های دیگر این پژوهش، مقایسه‌ای علمی انجام داد از اثر باد صرف نظر شده است.

۳-۳-۳ تخمین مسیر به روش غیرخطی لونبرگ مارکوات (LMI)

فرضیات این قسمت همانند روش LSIG و KFIG است. ازآنجا که الگوریتم لونبرگ مارکوات یک الگوریتم غیر خطی است و به شدت به مقادیر اولیه حساس است از نتایج تخمین الگوریتم LSIG یا الگوریتم KFIG به‌عنوان مقادیر اولیه الگوریتم لونبرگ مارکوات استفاده شده است. برای یافتن جواب بهینه از کمینه کردن تابع هزینه رابطه ۱۹ استفاده شد.

$$\min_{p_0.v_0} \sum_{i=1}^{n} \left\| \frac{1}{\tilde{p}_{zi}^{c}} \begin{bmatrix} \tilde{p}_{xi}^{c} \\ \tilde{p}_{yi}^{c} \end{bmatrix} - q_i \right\| \qquad (۱۹)$$

که در رابطه ۱۹، n تعداد نمونه‌ها تا لحظه t_i و $\tilde{p}_i^c = \left(\tilde{p}_{xi}^{c}, \tilde{p}_{yi}^{c}, \tilde{p}_{zi}^{c}\right)$ موقعیت تخمین زده شده توپ در دستگاه مختصات دوربین و q_i موقعیت مرکز توپ در صفحه تصویر در زمان t_i می‌باشند. موقعیت تخمینی توپ، از طریق انتگرال‌گیری از مدل بالستیک [۱۷] رابطه ۲۰ قابل حصول است.

$$\dot{v}(t) = g - \frac{c_w \pi d_b^2 \rho_a}{2m_b} \|v(t)\| v(t) \qquad (۲۰)$$

که در آن c_w ضریبی وابسته به شیء پرتابی است، d_b قطر توپ، ρ_a چگالی هوا و m_b جرم توپ است. v سرعت توپ در دستگاه مختصات دوربین است. با محاسبه مقادیر اولیه p_0 و v_0 بروش LSIG یا KFIG و حل عددی معادله ۲۰ به‌روش لونبرگ مارکوات، موقعیت توپ تخمین زده می شود. مقدار اولیه p_0 حاصل تخمین (c_1, c_3, c_5) و مقدار اولیه v_0 حاصل تخمین (c_2, c_4, c_6) می باشد.

۳-٤ محاسبه نقطه برخورد

در این مرحله نقطه برخورد و زمان برخورد توپ با صفحه ربات تخمین زده می‌شود. خروجی این مرحله به ربات ارسال می‌شود تا سبد ربات قبل از زمان برخورد در نقطه برخورد قرار گیرد. از آنجایی‌که مختصات نقطه برخورد در دستگاه مختصات دوربین تخمین زده شده است باید این مختصات در دستگاه مختصات ربات بیان شود و چون ربات در محدوده دید دوربین قرار ندارد برای ایجاد ارتباط بین دستگاه مختصات ربات (X^R, Y^R, Z^R) و دستگاه مختصات دوربین (X^c, Y^c, Z^c) از یک صفحه شطرنجی و دو الگوی کالیبراسیون اختصاصی یکی روی ربات (واقع در سبد ربات) و یکی هم به شکل مستقل استفاده شد (شکل ۵). محاسبه بردار انتقال و ماتریس چرخش بین دستگاه‌های مختصات ربات و دوربین در سه مرحله به شرح زیر انجام می‌شود.



الف. صفحه شطرنجی



ب. الگوی کالیبراسیون ربات



پ. الگوی واقع در سبد ربات

شکل ۵: الگوهای بکار رفته برای کالیبراسیون دوربین و ربات

مرحله اول: محاسبه بردار انتقال و ماتریس چرخش بین دستگاه‌های مختصات ربات و الگوی کالیبراسیون ربات

در ابتدای شروع مرحله کالیبراسیون با ارسال فرمان به ربات، سبد ربات را در مرکز دستگاه مختصات ربات قرار می‌دهیم. شایان ذکر است دستگاه مختصات ربات در مرکز صفحه مستطیلی ربات قرار داده شده – است. سپس الگوی کالیبراسیون ربات را زیر الگوی سبد ربات قرار می‌دهیم. برای رسیدن به‌دقت بالا، روی الگوی کالیبراسیون ربات هشت دیود نوری قرار گرفته است (شکل ۵-ب) و دقیقا منطبق بر این دیودها هشت سوراخ بر روی سبد ربات ایجاد شده تا با انطباق دیودها و سوراخ‌ها دو الگو دقیقا بر هم منطبق شوند (شکل ۵-پ). وقتی هشت دیود نوری الگوی کالیبراسیون ربات با هشت سوراخ الگوی سبد منطبق شوند مرکز دستگاه مختصات الگوی کالیبراسون ربات $(X^S\ Y^S\ Z^S)$ نسبت به مرکز دستگاه مختصات ربات $(X^R Y^R Z^R)$ در فاصله ۱۷ سانتی‌متری و ارتفاع ۳ سانتی‌متری قرار می‌گیرد (در نقطه (۳- , ۱۷, ۰)) و محورهای این دو

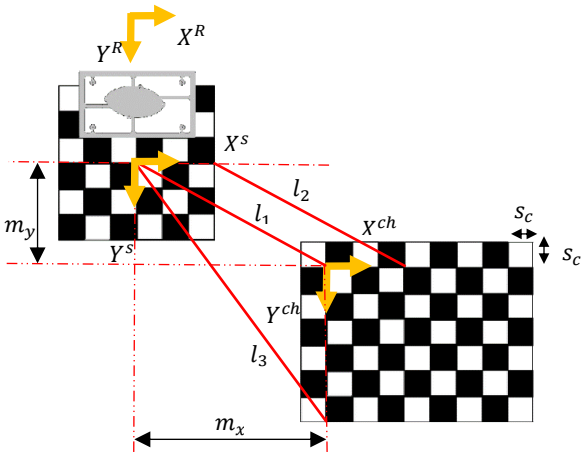
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]

دستگاه باهم موازی شده و در نتیجه ماتریس چرخش بین این دو دستگاه، یک ماتریس همانی خواهد بود.

مرحله دوم: محاسبه بردار انتقال و ماتریس چرخش بین دستگاه‌های مختصات الگوی کالیبراسیون ربات و صفحه شطرنجی

در این مرحله یک صفحه شطرنجی (شکل ۵-الف) را در ناحیه دید دوربین قرار می‌دهیم و برای اینکه بردار انتقال و ماتریس چرخش بین دستگاه مختصات الگوی کالیبراسیون ربات $(X^s\ Y^s\ Z^s)$ و دستگاه مختصات صفحه شطرنجی $(X^{ch}\ Y^{ch}\ Z^{ch})$ را بیابیم مانند شکل ۶ صفحه شطرنجی را آنقدر می‌چرخانیم تا دو پاره خط l_1 و l_2 هم‌اندازه شوند در اینصورت ماتریس چرخش دو دستگاه مختصات الگو و صفحه شطرنجی همانی خواهد شد. برای یافتن ماتریس انتقال کافی‌است فاصله عرضی m_x و فاصله طولی m_y دو مرکز را بیابیم. با اندازه‌گیری l_1 و l_3 و با توجه به شکل ۶ می‌توان m_x و m_y را از رابطه ۲۱ بدست آورد که در آن s_c اندازه هر ضلع خانه‌های صفحه شطرنجی برحسب واحد طول است.

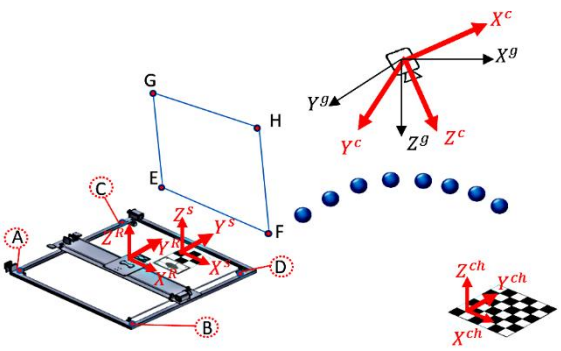
$$l_1{}^2 = m_x{}^2 + m_y{}^2 \qquad (۲۱)$$
$$l_3{}^2 = m_x{}^2 + (m_y + 6s_c)^2$$



شکل ۶: نحوه تطبیق صفحه شطرنجی با الگوی کالیبراسیون ربات

مرحله سوم: محاسبه بردار انتقال و ماتریس چرخش بین دستگاه‌های مختصات صفحه شطرنجی و دوربین

در این مرحله از الگوریتم EPnP[۱۵] برای محاسبه بردار انتقال T_{cr} و ماتریس دوران R_{cr} بین دستگاه مختصات دوربین و دستگاه مختصات روی صفحه شطرنجی استفاده می‌کنیم. گوشه‌های خانه‌های صفحه شطرنجی به‌عنوان نقاط مرجع به الگوریتم EPnP اعمال شده و ماتریس‌های تبدیلات بدست می‌آید. در شکل ۷ نمای کلی از نحوه کالیبره کردن دستگاه مختصات ربات با دوربین نمایش داده شده‌است.



شکل۷: نمای کلی از نحوه کالیبره کردن دستگاه مختصات ربات با دوربین

اکنون با مشخص بودن پارامترهای m_x، m_y، R_{cr} و T_{cr} می‌توانیم روابط تبدیل بین دو دستگاه مختصات دوربین و ربات را بیابیم.

برای محاسبه نقطه برخورد توپ با صفحه تصویر ابتدا چهار نقطه A، B، C و E (شکل ۷) در دستگاه مختصات ربات را به دستگاه مختصات دوربین نگاشت می‌کنیم که نقاط E، F، G و H حاصل می‌شوند. حال با استفاده از رابطه ۲۲ معادله صفحه EFGH را می‌یابیم.

$$n_x(x - H_x) + n_y(y - H_y) + n_z(z - H_z) = 0 \qquad (۲۲)$$
$$\vec{n} = (n_x, n_y, n_z) = \overrightarrow{EF} \times \overrightarrow{EG}$$
$$H = (H_x, H_y, H_z)$$

در رابطه ۲۲ بردار نرمال صفحه $\vec{n}$ و H یکی از نقاط نگاشت شده به دستگاه مختصات دوربین می‌باشد. اکنون با جایگذاری رابطه ۲ در رابطه ۲۲، با استفاده از رابطه‌ی ۲۳ زمان تخمینی برخورد t_{catch} را می‌یابیم

.

$$t^2\left(\frac{1}{2}gn_x\right) + t\left(n_xc_2 + n_yc_4 + n_zc_6\right) + \left(n_xc_1 - H_x + n_yc_3 - H_y + n_zc_5 - H_z\right) = 0 \qquad (۲۳)$$

با قرار دادن t_{catch} در رابطه ۱ نقطه برخورد را در دستگاه دوربین یافته با استفاده از پارامترهای m_x، m_y، R_{cr} و T_{cr} به دستگاه مختصات ربات منتقل می نماییم.

۵-۳ اجرای دستور توسط ربات

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]

وقتی نقطه برخورد برای ربات ارسال می‌شود در صورتی‌که توپ در ناحیه کاری ربات فرود بیاید ربات با ارسال دستور به موتورها سبد را به موقعیت مورد نظر هدایت می‌کند. در صورتی‌که نقطه فرود توپ $\left(x_j^R, y_j^R, z_j^R\right)$ باشد تعداد پله‌ای که هر کدام از موتورها باید طی کنند از رابطه ۲۴ بدست می‌آید. در این رابطه R_1 و R_2 شعاع‌های پولی[1] w_1 و w_2 طول هرکدام از گام‌ها و $Step_1$ و $Step_2$ بترتیب تعداد کل گام‌های ارسالی به موتورهای پله‌ای یک و دو هستند.

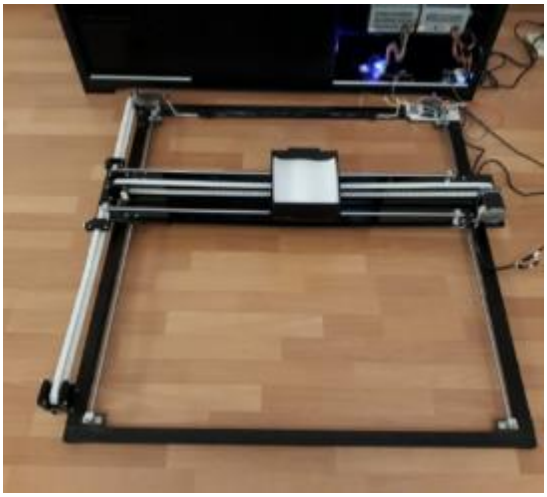
$$Step_1 = \frac{360 * x_j^R}{2\pi R_1 w_1}$$
$$Step_2 = \frac{360 * y_j^R}{2\pi R_2 w_2} \quad (۲۴)$$

٤- نتایج

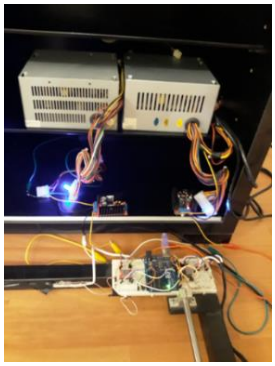
در ابتدا بستر آزمایشگاهی و مشخصات ربات ساخته شده شرح داده می‌شود. سپس نتایج تشریح می‌گردد.

٤-١ بستر آزمایشگاهی

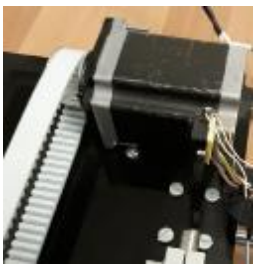
رباتی که برای پیاده‌سازی عملی الگوریتم، طراحی و ساخته شد یک ربات دکارتی با ناحیه کاری ۸۰×۸۰ سانتیمتر است که توانایی جابجا کردن سبد تعبیه شده بر روی آن در راستای محورهای X و Y را دارا می‌باشد. نقطه صفر ربات در مرکز ناحیه مستطیلی در نظر شد تا امکان حرکت به تمام نقاط ناحیه کاری در کمترین زمان ممکن فراهم گردد. فرکانس کاری موتورهای پله ای ربات ۸۰۰ هرتز است که با توجه طول یک گام موتور پله‌ای ۱/۸ درجه و شعاع پولی ۱/۵ سانتیمتر ربات می‌تواند در یک ثانیه چهار دور حول محور خود دوران کند و در نتیجه سبد را به اندازه ۳۷/۶۸ سانتی‌متر در راستای محور X و به همین میزان در راستای محور Y جابجا کند. به دلیل عدم استفاده از سیستم بازخورد برای اطمینان از اینکه ربات دقیقا به نقطه مورد نظر حرکت می‌کند باید موتورها دقیقا تمام گام‌ها را اجرا کنند و به همین دلیل باید گشتاور مورد نیاز فراهم شود که این‌کار با دادن تغذیه ۲۴ ولت به موتورها فراهم شد. برای کنترل موتورهای ربات از یک برد میکروکنترلی آردینو مدل UNO و دو درایور موتور پله ای به شماره A4988 استفاده شد که برد آردوینو از طریق پورت سریال به پردازنده مرکزی متصل است و از این طریق فرامین لازم را دریافت می‌کند. سیستم بینایی مورد استفاده یک تلفن همراه هوشمند انتخاب شد تا علاوه بر دوربین بتوان از ژیروسکوپ آن نیز استفاده کرد. دوربین قابلیت فیلم برداری با رزولوشن ۷۲۰×۱۲۸۰ و نرخ فریم ۶۰ را دارد و اندازه هر ضلع پیکسل آن برابر ۱/۱۲ میکرومتر می باشد. سیستم پردازش مرکزی شامل پردازنده‌ی Intel Core i5 2.6GHZ با RAM 6GB و سیستم عامل ویندوز ۱۰ است که علاوه بر عملیات پردازش وظیفه دریافت مراکز توپ از طریق ارتباط بیسیم (WiFi) و ارسال دستور از طریق ارتباط سریال را دارا می‌باشد. نمایی کلی از ربات و اجزاء آن در شکل ۸ نشان داده شده‌است.



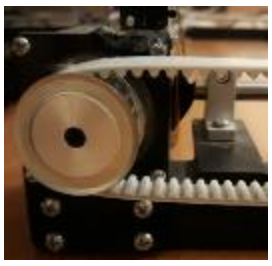
الف. نمای کلی ربات ساخته شده



ب. بردهای کنترل و تغذیه



پ. موتور پله‌ای KH56QM



ت. پولی

شکل ۸: نمای کلی از ربات ساخته شده و کنترلر آن

برای دریافت تصاویر و اطلاعات ژیروسکوپ توسط تلفن همراه، برنامه‌ای با استفاده از نرم‌افزار اندروید استودیو نوشته شد و برای این‌که برنامه نوشته شده به زبان C++ و نیز کتابخانه OpenCV برای پردازش تصاویر دریافتی را برروی سیستم عامل اندروید اجرا نمود از افزونه NDK استفاده شد. برنامه تشخیص مرکز توپ در سیستم عامل اندروید اجرا شد. سپس مرکز توپ همراه با اطلاعات ژیروسکوپ از طریق ارتباط بیسیم تلفن

[1] pulley

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]

همراه برای سیستم پردازش مرکزی با پروتکل سوکت[1] ارسال گردید. بر روی سیستم پردازش مرکزی برنامه‌ای به زبان C++ نوشته شد که پس از دریافت اطلاعات مرکز توپ و ژیروسکوپ، عملیات تخمین و محاسبه نقطه برخورد را انجام داده و مختصات نقطه برخورد را با استفاده از پورت سریال برای برد آردوینو ارسال می‌کند. برد آردوینو مختصات دریافتی را به فرامین مناسب برای موتورهای پله‌ای تبدیل کرده برای آن‌ها ارسال می‌کند. با حرکت موتورهای پله‌ای سبد در نقطه برآورد شده قرار می‌گیرد.

در قسمت نمونه‌برداری که توسط دوربین انجام می‌گیرد سرعت نمونه‌برداری را می‌توان با انتخاب دوربین با نرخ فریم بالا، افزایش داد. نرخ فریم دوربین از مهمترین عوامل موثر بر روند تخمین است. ولی نکته مهم تغییر نرخ فریم اغلب دوربین‌ها با تغییر نور محیط است (هر چه نور کمتر نرخ فریم نیز کمتر می‌شود). برای حل این مشکل پارامتر Exposure time دوربین باید طوری تنظیم شود که شدت نور تاثیری در نرخ فریم نداشته باشد و فاصله زمانی بین دو فریم نیز ثابت و قابل محاسبه گردد.

۴-۲ نتایج بدست آمده

در این بخش ابتدا نتایج هرکدام از روش‌های به‌کار رفته و مقادیر پارامترهای آن‌ها بیان می‌شوند. سپس نتایج روش‌ها باهم مقایسه می‌شود. در نهایت نتایج آزمایش‌های عملی مطرح می‌گردد.

قبل از استفاده از روش LSIG باید زوایای اویلر، ماتریس ضرایب داخلی دوربین و پارامترهای R_{cr} ، T_{cr} محاسبه شوند. زوایای اویلر با استفاده از ژیروسکوپ بکار رفته در تلفن همراه هوشمند بدست آمدند. ضرایب داخلی دوربین از الگوریتم کالیبراسیون ژانگ [۱۶] بدست آمد، همچنین پارامترهای زوایای اویلر صفحه‌ی شطرنجی و T_{cr} از الگوریتم EPnP حاصل شده‌اند که با استفاده زوایای اویلرصفحه شطرنجی R_{cr} محاسبه می‌شود. مقادیر عملی تمامی پارامترهای فوق در جدول ۱ نشان داده شده‌اند. پس از بدست آوردن تمام پارامترها و ضرایب مورد نیاز الگوریتم LSIG اجرا گردید که زمان اجرای آن ۱۱/۹ میلی‌ثانیه و خطای تخمین بعد از دریافت ۱۰۰ فریم تصویر برابر ۰/۰۸۹ بدست آمد.

در روش KFIG پارامترهای مورد نیاز زوایای اویلر، ماتریس ضرایب داخلی دوربین، R_{cr} ، T_{cr} به همان روش گفته شده در LSIG محاسبه می‌شوند. مقادیر اولیه ماتریس‌های کوواریانس خطا P_i، کوواریانس فرآیند Q_i و ماتریس کوواریانس نویز N_i بصورت یک ماتریس قطری با اعضای قطر اصلی ۰/۰۰۱ مقداردهی شده‌اند. مقادیر اولیه تخمینی برای درایه های بردار حالت نیز ۰/۰۰۱ در نظر گرفته شد. زمان اجرا حدود ۱۰ میلی‌ثانیه و خطای تخمین بعد از دریافت ۱۰۰ فریم تصویر برابر ۰/۰۹۵ بدست آمد.

در روش KFI پارامترهای ماتریس ضرایب داخلی دوربین، R_{cr} ، T_{cr} به همان روش گفته شده در LSIG محاسبه می‌شوند. مقادیر اولیه ماتریس‌های کوواریانس خطا P_i، کوواریانس فرآیند Q_i و کوواریانس نویز N_i و بردار حالت اولیه هم دقیقا مشابه روش KFIG در نظر گرفته شد. زمان اجرا ۱۲/۳ میلی‌ثانیه و خطای تخمین بعد از دریافت ۱۰۰ فریم تصویر برابر ۰/۴۳۸ بدست آمد.

در روش LMI مقادیر اولیه با استفاده از دو روش LSIG یا KFIG محاسبه گردید. الگوریتم LMI با فرض ضریب میرایی برابر ۰/۰۰۱ اجرا شد. زمان اجرای الگوریتم به علت حل عددی معادلات در حدود ۰/۳۲۴۵ ثانیه به طول انجامید. خطا در صورتی‌که مقادیر اولیه با LSIG تخمین زده شده باشند برابر ۰/۰۰۶۳ و در صورتی‌که با KFIG تخمین زده شده باشند برابر ۰/۰۰۶ محاسبه شد. قطر توپ $d_b = ۲\text{cm}$، چگالی هوا $\rho_a = ۱/۲۹۳\ \text{kg}/m^3$ جرم توپ $m_b = ۸/۴۶\ \text{gr}$ در نظر گرفته شد.

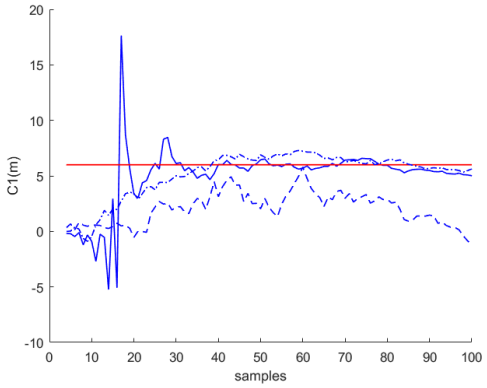
جدول ۱: پارامترهای مورد استفاده در آزمایشهای عملی

نام پارامتر	نماد	مقدار
ضرایب داخلی دوربین	f_u	۱۸۲۹/۷۶
	f_v	۱۸۳۲/۴۹
	u_0	۶۳۹/۱۷
	v_0	۳۵۹/۱۴۱
زوایای اویلر ژیروسکوپ	γ_a	۲°
	θ_a	۱/۴°
	φ_a	۰°
زاویای اویلر صفحه شطرنجی	γ_c	۴۲/۸°
	θ_c	۳۷/۹°
	φ_c	-۲/۸°
ماتریس انتقال	T_{crx}	۹/۹ cm
	T_{cry}	۱۳۸/۶ cm
	T_{crz}	۲۵۴/۴ cm

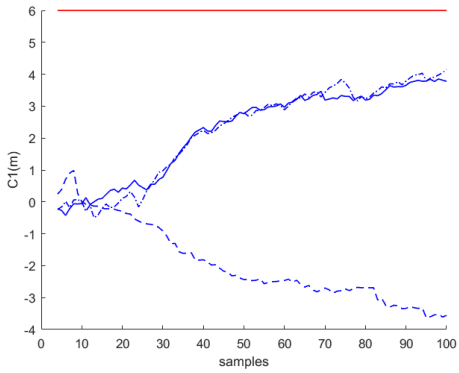
اکنون به مقایسه سه روش LSIG، KFIG و KFI می‌پردازیم. در شکل ۹ خروجی‌های سه روش نشان داده شده‌است. همچنین با افزودن نویزی در محدوده [-۳,۳] پیکسل بر مراکز توپ تاثیر نویز بر این سه روش و تاثیر بلوک برازش بر کاستن اثر نویز نشان داده شده‌است. در جدول ۲ میزان خطای پارامترهای تخمین زده شده توسط سه روش پس از انجام تخمین بر روی ۱۰۰ نمونه آورده شده است. در جدول ۳ نیز زمان اجرای هر سه روش پس از انجام تخمین بر روی ۱۰۰ نمونه آورده شده‌است. همچنین زمان هر سه الگوریتم با افزودن بلوک برازش نشان داده شده‌است. در شکل ۱۰ مسیر حرکت مقدار واقعی (به‌صورت خط توپر قرمز) و مسیر حرکت تخمینی (به‌صورت خط چین آبی) با روش LSIG بعد از ۳۰ و ۱۰۰ فریم نشان داده شده‌است.

[1] socket

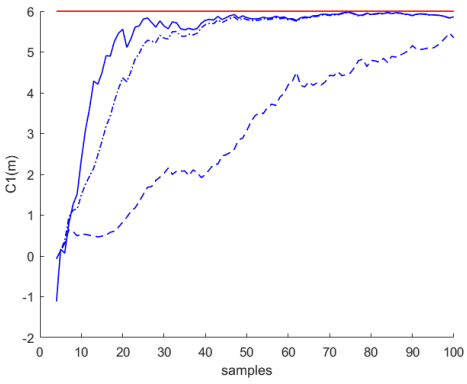
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]



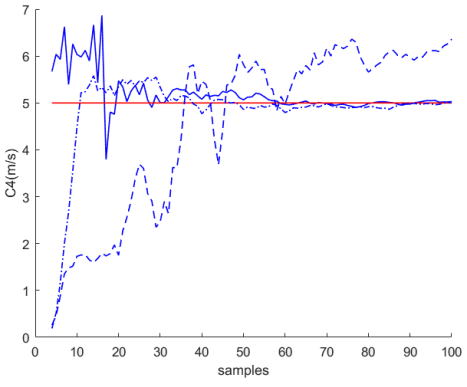
الف. تخمین c_1 با تاثیر نویز و بلوک برازش



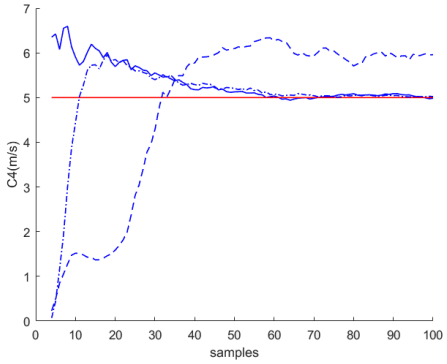
ب. تخمین c_1 با تاثیر نویز



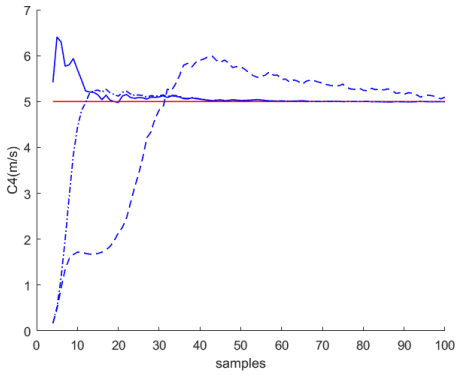
پ. تخمین c_1 بدون وجود نویز



ت. تخمین c_4 با تاثیر نویز و بلوک برازش



ث. تخمین c_4 با تاثیر نویز



ج. تخمین c_4 بدون وجود نویز

شکل ۹: منحنی‌های تخمین پارامترهای c_1 و c_4 با استفاده از روش LSIG به‌صورت خط توپر آبی، KFIG به فرم خط چین نقطه و KFI به فرم خط چین و مقدار واقعی به فرم خط تو پر قرمز

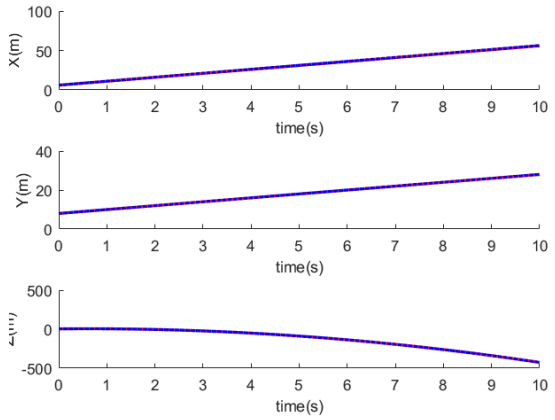
جدول ۲: خطای پارامترهای تخمین زده شده با سه روش LSIG، KFIG و KFI پس از ۱۰۰ فریم

تخمین اولیه	LSIG	KFIG	KFI
$c_1 - \tilde{c_1}$	۰/۱۱۲۸	۰/۱۴۲۹	۰/۶۴۹۲
$c_2 - \tilde{c_2}$	۰/۱۷۴۰	۰/۱۸۰۲	۰/۸۴۱۹
$c_3 - \tilde{c_3}$	۰/۰۸۶۲	۰/۰۸۹۳	۰/۴۲۰۹
$c_4 - \tilde{c_4}$	۰/۰۱۶۴	۰/۰۰۴۹	۰/۰۹۵۰
$c_5 - \tilde{c_5}$	۰/۰۴۵۵	۰/۰۴۷۰	۰/۴۴۳۳
$c_6 - \tilde{c_6}$	۰/۱۰۲۵	۰/۱۰۶۲	۰/۳۳۴۳
$c_7 - \tilde{c_7}$	–	–	۰/۰۹۶
$c_8 - \tilde{c_8}$	–	–	۱/۰۶۲۲

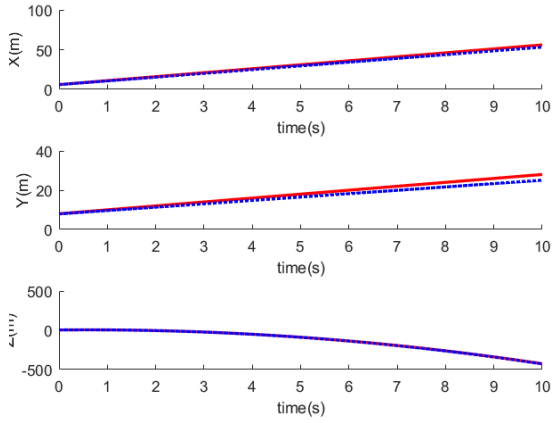
جدول ۳: زمان اجرای سه روش LSIG، KFIG و KFI برای انجام تخمین پس از ۱۰۰ فریم

نام روش	بدون استفاده از برازش	با استفاده از برازش
LSIG	۱۱/۸۶۸ms	۱۲/۸۳۴ms
KFIG	۹/۹۲۵ms	۱۱/۴۲۵ms
KFI	۱۲/۳۲۱ms	۱۳/۲۵۴ms

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]



الف. منحنی‌های X و Y و Z برحسب زمان پس از ۱۰۰ فریم



ب. منحنی‌های X و Y و Z برحسب زمان پس از ۳۰ فریم

شکل ۱۰: منحنی‌های مسیر واقعی و تخمینی با روش LSIG بعد از ۳۰ و ۱۰۰ فریم

همان‌طور که گفته شد روش لونبرگ مارکوات برای داشتن عملکرد مناسب نیاز به یک تخمین اولیه دارد با دادن مقادیر خروجی دو روش LSIG و KFIG بعد از ۵۰ نمونه، به‌عنوان مقادیر اولیه، با پنجاه نمونه بعدی مجهولات با الگوریتم لونبرگ مارکوات تخمین زده شد. در صورتی‌که مقادیر اولیه از LSIG حاصل شده باشند خطا ۰/۰۰۶۳ و در صورتی‌که مقادیر اولیه از KFIG حاصل شده باشند خطا ۰/۰۰۶ اندازه‌گیری شد.

جدول ۴: زمان اجرای روش لونبرگ مارکوات به ازای هر دو روش LSIG و KFIG بعنوان تخمین‌گر اولیه پس از ۱۰۰ فریم

تخمین اولیه	LSIG	KFIG
$c_1 - \tilde{c_1}$	۰/۰۰۷۳	۰/۰۰۶۸
$c_2 - \tilde{c_2}$	۰/۰۱۲۸	۰/۰۱۲۱
$c_3 - \tilde{c_3}$	۰/۰۰۷۴	۰/۰۰۶۹
$c_4 - \tilde{c_4}$	۰/۰۰۱۰	۰/۰۰۱۰
$c_5 - \tilde{c_5}$	۰/۰۰۸۶	۰/۰۰۸۲
$c_6 - \tilde{c_6}$	۰/۰۰۰۸	۰/۰۰۰۷۸

در این قسمت نتایج اعمال تخمین بر روی چند ویدئو ازحرکت پرتابه ارائه می‌شود. شکل ۱۱ نتایج الگوریتم LSIG و تاثیر بلوک برازش پس از ۷ و ۱۵ فریم را نشان می‌دهد. دایره‌ها نشان‌گر موقعیت تخمین زده شده توپ می‌باشند. دایره شماره یک حاصل تخمین مرکز توپ بروش LSIG بعد از دریافت ۷ فریم است. دایره شماره دو تخمین مرکز توپ بروش LSIG بعد از دریافت ۱۵ فریم است. دایره شماره سه تخمین مرکز توپ بروش LSIG بعلاوه استفاده از بلوک برازش منحنی بعد از دریافت ۷ فریم است. دایره شماره چهار تخمین مرکز توپ بروش LSIG بعلاوه استفاده از بلوک برازش منحنی بعد از دریافت ۱۵ فریم است.



شکل ۱۱: تاثیر بلوک برازش منحنی برای تخمین مسیر بروش LSIG

در این بخش پیاده‌سازی عملی الگوریتم تشریح می‌شود. در پیاده‌سازی عملی پارامتر زمان از مهم‌ترین عوامل تاثیرگذار است. به دلیل سرعت نه‌چندان زیاد موتورهای پله‌ای، رسیدن سبد به نقطه برخورد توپ با ناحیه کاری یک محدودیت زمانی ایجاد می‌کند. از آنجایی‌که مدت زمان پرتاب توپ از لحظه پرتاب تا لحظه فرود در آزمایش های انجام شده حدود ۱/۲ ثانیه است. با در نظر گرفتن ۰/۲ ثانیه برای رسیدن توپ به ناحیه دید دوربین و فرض ۰/۷ ثانیه برای عکس‌العمل ربات، تنها ۰/۳ ثانیه برای کل فرایند پردازش زمان باقی می‌ماند. اختصاص ۰/۷ ثانیه برای رسیدن سبد ربات به نقطه فرود توپ، این امکان را برای ربات فراهم می‌کند که با وجود نداشتن فیدبک، در اثر پیش آمدن مواردی نظیر لقی محورها و عواملی که باعث کندی طی شدن مسیر می‌شوند ربات بتواند در زمان لازم به نقطه فرود برسد. اگر دوربین با نرخ ۶۰ فریم در ثانیه تصویربرداری نماید در بازه زمانی ۰/۳ ثانیه ۱۸ فریم قابل دستیابی است و بنابراین باید نقطه فرود توپ حداکثر در ۱۸ فریم تخمین زده شود. به همین دلیل الگوریتم LSIG بدلیل قابلیت تخمین مسیر در ۱۸ فریم (شکل ۹-پ) برای پیاده سازی سخت افزاری انتخاب شد. از طرفی با توجه به نرخ ۶۰ فریم در ثانیه فاصله بین دو فریم متوالی تصویر ۱۶/۷ میلی‌ثانیه است. یعنی پس از دریافت یک فریم تصویر برای کلیه محاسبات مربوط به الگوریتم (گامهای ۳-۱ الی ۳-۶ الگوریتم) حداکثر ۱۶/۷ میلی‌ثانیه زمان وجود دارد تا الگوریتم عملکرد بلادرنگی داشته باشد. برای افزایش راندمان پردازش، گام ۳-۱ (یافتن مرکز توپ) بر روی پردازنده تلفن همراه (در مدت ۱۳/۱ میلی‌ثانیه) و بقیه گامها (۳-۲ الی ۳-۶) بر روی پردازنده مرکزی (در مدت ۱۳/۴۵ میلی‌ثانیه) و بصورت موازی انجام گرفت. پس مدت زمان لازم برای کلیه گامهای الگوریتم از لحظه دریافت یک فریم تا لحظه ارسال فرمان به ربات ۱۳/۴۵ میلی‌ثانیه خواهد بود که با توجه به بازه زمانی ۱۶/۷ میلی‌ثانیه سیستم عملکرد بلادرنگی خواهد داشت.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]

۵- جمع بندی

با توجه به شبیه‌سازی‌ها و تست‌های عملی انجام شده می‌توان به این جمع‌بندی رسید که روش حداقل مربعات در تعداد نمونه‌های کم، روش مناسبی می باشد ولی در تعداد نمونه‌های بیشتر، روش حداقل مربعات و فیلتر کالمن خطی از نظر سرعت و دقت تقریبا مشابه هم عمل می‌کنند. با افزودن روش غیر خطی لونبرگ مارکوات به روش‌های خطی دقت به طرز چشم‌گیری افزایش می‌یابد. ولی از آنجایی که حجم پردازش بیشتر از روش‌های خطی است برای عملکرد بلادرنگ به پردازنده‌های قوی‌تری نیاز خواهد بود.با شبیه‌سازی ها و نیز آزمایش‌های انجام شده بر روی چند ویدئو از حرکت پرتابه مشخص گردید که الگوریتم تخمین مسیر بروش لونبرگ مارکوات که از فیلتر کالمن بعنوان تخمین گر اولیه استفاده می نماید نسبت به سایر روش‌ها از عملکرد بهتری برخوردار است. از طرفی بدلیل محدودیت های سخت افزاری مربوط به قدرت پردازش پردازنده، نرخ فریم نسبتا پایین دوربین و عملکرد کند موتورهای پله ای، در آزمایش های عملی از روش حداقل مربعات برای رسیدن به یک سیستم بلادرنگ استفاده شد. با توجه به استفاده از بلوک تخمین مسیر و استفاده از محاسبات در حد زیرپیکسل الگوریتم های پیشنهادی عملکرد مناسبی تحت شرایط نویزی از خود نشان دادند. ملاحظات عملی مربوط به پیاده سازی سیستم از قبیل کالیبراسیون دوربین و ربات، ثابت نگه داشتن نرخ فریم دوربین و برنامه نویسی در محیط سیستم عامل اندروید از دیگر مواردی است که در این مقاله به آن پرداخته شد.

مراجع

[1] S. Kim, A. Shukla, and A. Billard, “Catching objects in flight,” IEEE Trans. Robot., vol. 30, no. 5, pp. 1049–1065, Oct. 2014.
[2] Z. Zhang, D. Xu, and M. Tan, “Visual measurement and prediction of ball trajectory for table tennis robot,” IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 59, no. 12, pp. 3195–3205, Dec. 2010.
[3] C. Lin, Y. Chiu, The DSP based catcher robot system with stereo vision, in: IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Xi’an, PRC, 2008, pp. 897–903.
[4] Q. He et al., “Simple 3-D point reconstruction methods with accuracy prediction for multiocular system,” IEEE/ASME Trans. Mechatronics, vol. 18, no. 1, pp. 366–375, Feb. 2013.
[5] V. Lippiello, F. Ruggiero, and B. Siciliano, “3D monocular robotic ball catching,” Robot. Auto. Syst., vol. 61, no. 12, pp. 1615–1625, 2013.
[6] S. T. Kao, Y. Wang, M. T. Ho, “Ball catching with omni-directional wheeled mobile robot and active stereo vision,” in 2017 IEEE 26th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), 2017.
[7] P.-Y. Zhang and T.-S. Lü, “Real-Time Motion Planning for a Volleyball Robot Task Based on a Multi-Agent Technique,” Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol. 49, no. 4, pp. 355–366, Mar. 2007.
[8] E. Ribnick, S. Atev and N. P. Papanikolopoulos, “Estimating 3D Positions and Velocities of Projectiles from Monocular Views,” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 31, no. 5, pp. 938 – 944, 2009.
[9] R. Herrejon, S. Kagami and K. Hashimoto, “Composite visual servoing for catching a 3-D flying object using RLS trajectory estimation from a monocular image sequence,” in Proc. IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation, CIRA, 2010, pp. 526 – 531.
[10] J.-D. Tian, J. Sun, and Y.-D. Tang, “Short-Baseline Binocular Vision System for a Humanoid Ping-Pong Robot,” Journal of Intelligent & Robotic Systems, vol. 64, no. 3–4, pp. 543–560, May 2011.
[11] S. Kim and A. Billard, “Estimating the non-linear dynamics of free-flying objects,” Robotics and Autonomous Systems, vol. 60, no. 9, pp. 1108–1122, Sep. 2012.
[12] Q. Xie, Y. Liu, R. Xiong and J. Chu, “Real-time Accurate Ball Trajectory Estimation with Asynchronous Stereo Camera System for Humanoid Ping-Pong Robot,” in Proc. IEEE International Conference on Robotics & Automation (ICRA), 2014, pp. 6212-6217.
[13] M. Li, A. Ravankar, A. A. Ravankar, Y. Kobayashi, and T. Emaru, “Estimation of position and trajectory of a flying ball in 3-D space,” in 2015 IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII), 2015.
[14] P. Cigliano, V. Lippiello, F. Ruggiero and B. Siciliano, “Robotic Ball Catching with an Eye-in-Hand Single-Camera System,” IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 23, pp. 1657 - 1671, 2015.
[15] V. Lepetit, F. Moreno-Noguer, and P. Fua, “EPnP: An Accurate O(n) Solution to the PnP Problem,” International Journal of Computer Vision, vol. 81, no. 2, pp. 155–166, Jul. 2008.
[16] Z. Zhang, “A flexible new technique for camera calibration,” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 22, no. 11, pp. 1330–1334, 2000.
[17] U. Frese, B. Bauml, S. Haidacher, G. Schreiber, I. Schaefer, M. Hahnle, and G. Hirzinger, “Off-the-shelf vision for a robotic ball catcher,” in IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, (Maui), 2001.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-10-31]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.3.6.8]
[DOI: 10.29252/joc.14.3.75]