مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد۱۴، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۹، صفحه ۵۴-۴۳

سیستم عمل از دور دوطرفه درحضور نیروهای تماسی غیرمنفعل و عیب عملگرها

رباب ابراهیمی باویلی [۱]، احمد اکبری [۲] رضا محبوبی اسفنجانی [۳]

[۱] دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، ro_ebrahimi@sut.ac.ir

[۲] استادیار، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی سهند تبریز ، a.akbari@sut.ac.ir

[۳] استاد، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی سهند تبریز mahboobi @sut.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۱۴ ویرایش : ۱۳۹۸/۰۵/۱۶ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۰/۲۳

چکیده: این مقاله به مسأله پایدارسازی مجانبی و ردیابی موقعیت و نیرو در سیستم عمل از دور دوطرفه غیرخطی در حضور نیروهای تماسی غیرمنفعل، تأخیرزمانی متغیردر کانال ارتباطی و رخداد عیب در عملگرها می‌پردازد. به این منظور، یک قانون کنترل تحمل پذیر عیب با رویکرد غیرفعال ارائه می‌شودکه با استفاده از موقعیت و سرعت زاویه ای بازوهای ربات‌های محلی و دور اهداف کنترلی را برآورده می‌کند. با استفاده از قضییه لیاپانف-کرازوفسکی شرایط کافی پایداری مجانبی و ردیابی موقعیت در سیستم حلقه بسته به صورت یک سری ناتساوی‌های ماتریسی خطی برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده استخراج می‌شود. از مزایای مهم روش ارائه شده این است که توانایی جبران همزمان عیب بایاس و افت کارایی عملگرها را برای سیستم عمل از دور غیرخطی فراهم می‌کند. همچنین پایداری مجانبی خطای ردیابی موقعیت در حضور نیروهای تماسی غیرمنفعل بواسطه کنترل انتگرال تضمین می‌شود. نتایج شبیه سازی روش مورد نظر روی سیستم عمل از دور با ربات های ۲ و ۳ درجه آزادی و مقایسه آن با روش رقیب، کارایی و مزایای روش را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: سیستم عمل از دور دوطرفه، نیروهای تماسی غیرمنفعل، عیب عملگر، پایداری مجانبی و ردیابی موقعیت و نیرو.

Bilateral Teleoperation System in the Presence of Non-passive Interaction Forces and Actuators Fault

Robab Ebrahimi Bavili, Ahmad Akbari, Reza Mahboobi Esfanjani

Abstract: This paper addresses the asymptotic stability, position and force tracking problem in the nonlinear bilateral teleoperation system in the presence of non-passive interaction forces, varying time-delay in communication channel and actuators fault occurrence. For this aim, a passive Fault Tolerant Control (FTC) law is presented which uses the joint positions and velocities of local and remote manipulators to reach control ends. Using the Lyapunov-Krasovskii theorem, sufficient conditions for asymptotic stability and position tracking are derived in terms of Linear Matrix Inequalities (LMIs), to tune controller parameters. The main contribution of the proposed method is that can compensate the bias fault and loss of effectiveness of actuators in nonlinear teleoperation system. Also the asymptotic stability of positions errors in the system with non-passive interaction forces is assured using the integral control. Simulation results of teleoperation system with 2 and 3 degree of freedom manipulators with proposed method and comparison to some rival method show the effectiveness and advantages of the proposed method.

Keywords: Bilateral Teleoperation system, Non-passive Interaction Forces, Actuator Fault, Asymptotic Stability and Position and Force Tracking

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.8.2]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.43]

۱- مقدمه

سیستم عمل از دور[۱] یک سیستم ربات دوگانه است که در آن دو ربات در فاصله دوری از هم قرار دارند و ربات دور، حرکت ربات محلی را که توسط اپراتور انسانی حرکت داده می‌شود، دنبال می‌کند. برای ارتقای عملکرد سیستم، فیدبکی از نیرو از طرف ربات دور به سمت ربات محلی ارسال می‌شود تا اپراتور انسانی احساس لمس محیط دور را داشته باشد؛ در این حالت می‌گویند که سیستم عمل از دور دوطرفه[۲] است و دارای شفافیت[۳] است [۱]. این کار از طریق یک کانال ارتباطی که اطلاعات بین دو ربات را مبادله می‌کند صورت می‌گیرد. وجود تأخیر درکانال ارتباطی که ممکن است نامتقارن و متغیر با زمان باشد، باعث افت چشمگیری در عملکرد سیستم عمل از دور یا حتی ناپایداری آن می‌شود. به همین علت طراحی کنترل‌کننده مناسب که تضمین کننده پایداری و عملکرد سیستم در حضور تأخیر در کانال ارتباطی باشد، از مهمترین و ابتدایی ترین چالش های پیش روی سیستم عمل از دور است که به طور وسیع در مقالات مورد بررسی قرار گرفته است. برای یک مطالعه جامع در این زمینه خواننده می‌تواند مراجع [۲-۳] را مطالعه نماید.

یکی از عوامل مهم و چالش برانگیز در طراحی کنترل‌کننده و آنالیز پایداری سیستم عمل از دور که در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است، مواجه شدن سیستم عمل از دور با اپراتور انسانی و محیط غیر منفعل[۴] می‌باشد. اکثر روش‌های کنترلی ارائه شده برای سیستم‌های عمل از دور از جمله روش‌های مبتنی بر پراکندگی و متغیر موج [۴-۵]، روش - های مبتنی بر تزریق میرایی [۶-۸] و روش‌های تطبیقی [۹-۱۱] در طراحی کنترل کننده و آنالیز پایداری فرض می‌کنند که اپراتور انسانی و محیط از نظر انرژی در طول زمان اجزای منفعلی هستند. در حالیکه این فرض محدود کننده ممکن است در کاربردهای عملی سیستم عمل از دور مانند حمل اجسام، توانبخشی، جراحی قلب تپنده و غیره نقض شود [۱۲-۱۳].

در حالت کلی رفتار غیر منفعلانه یک اپراتور انسانی یا محیط می‌تواند به صورت اعمال یک نیروی ثابت در طول زمان مدل شود که انرژی نامحدودی را به سیستم تزریق می‌کند و می‌تواند باعث ناپایداری آن شود. مقالات محدودی این موضوع را در طراحی کنترل‌کننده و آنالیز پایداری سیستم مدنظر قرار داده اند و از این میان مقالات اندکی مسأله پایداری مجانبی سیستم را در حضور نیروهای تماسی غیرمنفعل تضمین کرده‌اند. این مقالات را می‌توان در دو دسته طبقه بندی نمود. در دسته اول مانند [۱۴-۱۵] در طراحی کنترل‌کننده هیچ شرطی روی منفعل بودن نیروهای تماسی گذاشته نشده است، اما برای پیاده سازی کنترل‌کننده به سنسورهای نیرو که گران و نویزی هستند، نیاز هست. در دسته دوم مانند [۱۶-۲۱] کنترل‌کننده نیازمند سنسور نیرو نیست و طوری طراحی می‌شود که بتواند پایداری سیستم را در حضور نیروهای تماسی غیر منفعل حفظ نماید.

در این دسته، [۱۶] و [۱۷] اولین مقالاتی هستند که کلاس کلی تری از نیروهای تماسی را مطرح کرده اند و با استفاده از قضیه پایداری ورودی به حالت[۵] (ISS) ، توانسته‌اند کراندار بودن حالتهای سیستم و خطای ردیابی را در حضور تأخیر ارتباطی ثابت اثبات کنند. در [۱۸] و [۱۹] سیستم عمل از دور در تماس با نیروی ثابت اپراتورانسانی و محیط منفعل مطرح شده است؛ در هر دو مقاله، پایداری مجانبی موقعیت و سرعت سیستم با کنترل کننده متداول تناسبی-مشتقی به همراه تزریق میرایی[۶] (PD+d) به ترتیب در حضور تأخیر زمانی ثابت و متغیر در کانال ارتباطی توسط قضیه لیاپانف-کرازوفسکی[۷] (LK) اثبات شده است. همچنین در [۲۰] و [۲۱] کنترل‌کننده های مبتنی بر PD+d به همراه جملاتی از دینامیک سیستم به کارگرفته شده‌اند و شرایط پایداری ISS سیستم در حضور تأخیر متغیرارتباطی و نیروهای تماسی غیرمنفعل استخراج شده اند.

در اکثر مقالات فوق‌الذکر که پایداری ISS را مطرح می‌کنند، برای تضمین پایداری بایستی در هر زمان رابطه سخت برقراری بین نیروهای تماسی و حالت‌های سیستم (موقعیت و سرعت مفصل ربات ها) برقرار باشد. همچنین هیچ یک از مقالات مرور شده پایداری مجانبی خطای ردیابی و نیرورا تضمین نکرده اند و این امر به صورت یک خطای ردیابی غیرصفر ثابت در نتایج شبیه‌سازی همگی مشهود است. همچنین بحث رخداد عیب در سیستم مطرح نشده است.

رخداد عیب در عملگرهای موجود در ربات های محلی و دور در سیستم عمل از دور اجتناب‌ناپذیر است و اگر توسط کنترل‌کننده مناسب جبران نشود، می‌تواند باعث افت عملکرد و ناپایداری سیستم شود؛ به همین علت طراحی کنترل‌کننده تحمل پذیرعیب[۸] (FTC) برای سیستم عمل از دور حائز اهمیت می‌باشد به خصوص در کاربردهایی مثل جراحی از دور یا عملیات در مقیاس های میکرو و نانو. هدف یک سیستم FTC، نگه داشتن سیستم کنترل در شرایط عملکردی مطلوب و حفظ پایداری آن در هنگام رخداد عیب و خرابی در اجزای مختلف سیستم کنترل می-باشد [۲۲]. سیستم های FTC غیرفعال با افزونگی های سخت افزاری یا روش های طراحی مقاوم، عیوب پیش بینی شده را جبران می‌کنند. درحالیکه در نقطه مقابل، سیستم های FTC فعال با استفاده از یک رویه تشخیص و محل یابی عیب با پیکره بندی مجدد کنترل‌کننده، اثر عیوب را جبران می کنند [۲۳-۲۴].

علیرغم اهمیت موضوع، مقالات کمی موضوع طراحی FTC برای سیستم عمل از دور را پوشش داده اند؛ در [۲۵] و [۲۶] یک رویه FTC

[۱] Teleoperation system
[۲] Bilateral
[۳] Transparency
[۴] Non-passive
[۵] Input to State Stability
[۶] Propotional Deraivative and damping injection
[۷] Lyapunov-Krasovskii
[۸] Fault Tolerant Control

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.8.2]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.43]

غیر فعال مبتنی بر تئوری متغیرهای موج[۱] و در [۲۷] یک رویه FTC فعال مبتنی بر تخمین توان ناشی از عیب، برای جبران عیب بایاس عملگرها در سیستم عمل از دور خطی مطرح شده است. در مقالات مرور شده فقط رخداد عیب بایاس در عملگرها در نظر گرفته شده است و همچنین سیستم عمل از دور خطی فرض شده است؛ بنابراین در عمل ممکن است روش های ارائه شده با افت عملکرد و قابلیت روبروشوند. به همین علت در این مقاله برای برطرف شدن این ضعف ها، سعی شده است که علاوه بر عیب بایاس، عیب افت کارایی[۲] عملگر نیز در نظرگرفته و جبران شود و دینامیک سیستم نیز به صورت غیرخطی در نظر گرفته شده است.

در حالت کلی، در این مقاله هدف طراحی یک قانون کنترل FTC غیرفعال است که بتواند پایداری و ردیابی موقعیت و نیرو را در سیستم عمل از دور غیرخطی در حضور رخداد همزمان عیب بایاس و افت کارایی در عملگرها، نیروهای تماسی غیر منفعل در پایانه ها و تأخیر متغیر در کانال ارتباطی تضمین نماید. به این منظور یک قانون کنترل غیرخطی با ساختار ثابت ارائه شده است که برای پیاده سازی آن فقط متغیرهای حالت سیستم یعنی موقعیت و سرعت زاویه‌ای مفاصل ربات های دور و نزدیک نیاز است. سپس دینامیک سیستم حلقه بسته در حضور کنترل-کننده مطرح شده، نیروهای تماسی غیرمنفعل و رخداد عیب در عملگر به صورت یک سیستم تأخیری غیرخطی بیان شده است. در نهایت با استفاده از قضیه LK شرایط پایداری و ردیابی موقعیت و نیرو به صورت LMI برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده مطرح شده استخراج شده‌اند.

از ویژگی های شاخص روش ارائه شده در این مقاله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود.۱) جبران همزمان عیب بایاس و افت کارایی عملگرها در سیستم عمل از دور غیرخطی در نظر گرفته شده است. ۲) پایداری مجانبی خطای ردیابی سیستم در حضور نیروهای تماسی غیرمنفعل به واسطه وجود جمله انتگرال سیگنال خطا در قانون کنترل تضمین شده است که تابه حال در مقاله ای مطرح نشده است. ۳) کنترل-کننده ساختار ثابت دارد و برای جبران عیب، نیازی به تشخیص و تخمین اندازه آن ندارد. همچنین برای پیاده سازی آن سنسور نیرو لازم نیست ۴) شرایط استخراج شده برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده به صورت LMI هستند و به صورت آفلاین قابل چک کردن هستند. نتایج شبیه سازی و مقایسه‌ای برای نشان دادن مزیت های روش ارائه شده آورده شده است.

ساختار مقاله در بخش های زیر سازمان‌دهی شده است؛ در بخش دوم معادلات دینامیکی مربوط به سیستم عمل از دور و اجزای آن و تعاریف و فرضیات حاکم بیان می‌شود. در بخش سوم نتایج اصلی در رابطه با طراحی کنترل‌کننده و استخراج شرایط وابسته به اطلاعات تأخیر برای تنظیم پارامترهای آن مطرح می‌شود. نتایج حاصل از شبیه سازی سیستم عمل از دور دوطرفه با کنترل‌کننده ارائه شده در این مقاله و روش مطرح شده در [۲۰] در بخش چهارم نشان داده شده است. در نهایت جمع‌بندی و پیشنهادهایی برای ادامه پژوهش در بخش پنج آورده شده اند.

نمادگذاری: مجموعه اعداد حقیقی با نماد $R = (-\infty, +\infty)$، مجموعه اعداد حقیقی مثبت با نماد $R > 0$ نشان داده می‌شوند. $\mathbb{R}^n$ و $\mathbb{R}^{n\times m}$ به ترتیب بیان کننده فضای برداری n بعدی و فضای ماتریسی $n \times m$ هستند. نماد $\underline{0} \in \mathbb{R}^{n\times m}$ و $\underline{I} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ به ترتیب بیانگر ماتریس صفر و ماتریس همانی است.

۲- بیان مسأله

هر سیستم عمل از دور از پنج جزء اصلی تشکیل می‌شود که عبارتند از: اپراتور انسانی، ربات محلی[۳] یا فرمانده، کانال ارتباطی، ربات دور[۴] یا فرمانبر و محیطی که ربات دور در آن فعالیت می‌کند. شکل ۱ شمایی از این سیستم ها را نشان می‌دهد.



شکل ۱: اجزای سیستم عمل از دور دوطرفه

در این بخش معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم عمل از دور دوطرفه اعم از دینامیک حاکم بر ربات‌ها، نیروهای تماسی غیرمنفعل و مدلسازی عیب عملگرها بیان می‌شود. همچنین تعاریف و فرضیات حاکم بر سیستم بیان می‌شوند.

۲-۱- سیستم عمل از دور دوطرفه

معادلات دینامیکی یک سیستم عمل از دور غیرخطی متشکل از ربات های n- درجه آزادی به صورت اویلر-لاگرانژ زیر توصیف می‌شود:

$$M_l(q_l)\ddot{q}_l + C_l(q_l,\dot{q}_l)\dot{q}_l + g_l(q_l) = \tau_l + \tau_h \quad (۱)$$

$$M_r(q_r)\ddot{q}_r + C_r(q_r,\dot{q}_r)\dot{q}_r + g_r(q_r) = \tau_r - \tau_e \quad (۲)$$

که در آن $\ddot{q}_i, \dot{q}_i, q_i \in \mathbb{R}^n$ به ترتیب بردار جابجایی، سرعت و شتاب زاویه‌ای بازوهای ربات‌ها، $M_i(q_i) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ماتریس اینرسی، $C_i(q_i,\dot{q}_i) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ماتریس کوریولیس و اثر نیروهای جانب مرکز و $g_i(q_i) \in \mathbb{R}^n$ بردارگشتاورهای گرانشی است. $\tau_i \in \mathbb{R}^n$ گشتاورهای اعمالی قابل تنظیم اند که به منزله ورودی کنترل برای ربات‌ها هستند؛ در اینجا و ادامه مقاله اندیس $i = l$ بیانگر پارامترهای مربوط به ربات محلی و $i = r$ مربوط به ربات دور است. $\tau_h \in \mathbb{R}^n$ و $\tau_e \in \mathbb{R}^n$ بیانگر گشتاورهای خارجی اعمال شده توسط اپراتور انسانی و محیط به بازوهای ربات های محلی و دور است که تحت عنوان نیروهای تماسی بیان می‌شود و از رابطه $\tau_h = J_l^T(q_l)f_h$ و $\tau_e = J_r^T(q_r)f_e$ بدست می-

[۱] Wave variables
[۲] Loss of effectiveness
[۳] Local
[۴] Remote

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.8.2]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.43]

آید که $J_i(q_i)$ ماتریس ژاکوبین و f_h و f_e نیروهای خارجی اعمال شده به مجری نهایی در فضای کاری است. معادلات دینامیکی ربات‌ها که در روابط (۱) و(۲) بیان شد دارای ویژگی های شناخته شده ای به صورت زیر است [۲]:

ویژگی ۱: ماتریس اینرسی هر ربات، متقارن، کراندار و مثبت معین است یعنی مقادیر ثابت مثبت λ_m و λ_M وجود دارند طوریکه $0 < \lambda_m \underline{I} \le M_i(q_i) \le \lambda_M \underline{I} < \infty$. از ویژگی ۱ می‌توان نتیجه گرفت $0 < \rho_m \underline{I} \le M_i^{-1}(q_i) \le \rho_M \underline{I} < \infty$ که در آن $\rho_m, \rho_M > 0$.

ویژگی ۲: بین ماتریس‌های اینرسی و کوریولیس/جانب مرکز رابطه زیر برقرار است:

$$\dot{M}_i(q_i) = C_i(q_i, \dot{q}_i) + C_i^T(q_i, \dot{q}_i) \quad (۳)$$

۲-۲- نیروهای تماسی غیرمنفعل

برای سیستم عمل از دور توصیف شده با معادلات (۱) و (۲) منفعل بودن اپراتور انسانی و محیط به صورت زیر تعریف می‌شود.

تعریف ۱: اپراتور انسانی و محیط نگاشت منفعلی از نیرو به سرعت دارند هر گاه ثابت های $\kappa_l, \kappa_r \ge 0$ وجود داشته باشند طوریکه برای تمامی $t \ge 0$ داشته باشیم [۲]:

$$E_h(t) := -\int_0^t \dot{q}_l^T \tau_h \, d\sigma + \kappa_l \ge 0 \quad (۴)$$

$$E_e(t) := \int_0^t \dot{q}_r^T \tau_e \, d\sigma + \kappa_r \ge 0 \quad (۵)$$

در صورت برقرار نبودن ناتساوی های فوق، اپراتور انسانی و محیط رفتار غیرمنفعلی دارند. منفعل بودن اپراتور انسانی و محیط یک ویژگی مفید برای سیستم عمل از دور است و حتی می‌تواند به پایداری سیستم کمک کند، چرا که نیروهای تماسی منفعل در جهتی هستند که انرژی ربات‌ها را جذب کرده و سرعت بازوهای ربات را کم می‌کنند تا جائیکه آن را متوقف نمایند. مضاف بر این، باعث سهولت هایی در آنالیز پایداری سیستم می‌شود. بالعکس غیرمنفعل بودن اپراتور انسانی و محیط در صورت نبود کنترل‌کننده مناسب در سیستم می‌تواند باعث ناپایدار شدن سیستم شود و همچنین آنالیز پایداری را پیچیده تر نماید. نیروهای تماسی غیرمنفعل در جهتی هستند که به صورت پیوسته به ربات ها انرژی تزریق می‌کنند و سرعت بازو ها را افزایش می‌دهند.

نیروهای تماسی غیر منفعل غالبا در فضای کاری به صورت سیستم های مرتبه اول فنر- ضربه گیر به همراه یک نیروی خارجی غیرصفر در طول زمان مدل می‌شوند [۲۸، ۲۹]:

$$f_h = f_{h_n} - B_h \dot{X}_l - K_h X_l \quad (۶)$$

$$f_e = f_{e_n} + B_e \dot{X}_r + K_e X_r \quad (۷)$$

که در آن K_e, K_h و B_e, B_h ماتریس‌های ثابت مثبت متقارن متناظر با خاصیت فنری و ضربه‌گیری بین دست اپراتور و ربات محلی و بین محیط و ربات دور است. همچنین X_i موقعیت مجری نهایی ربات محلی و دور در فضای کاری است که رابطه آن با موقعیت زاویه ای مفاصل به صورت $X_i = H_i(q_i)$ است که H_i یک تابع غیرخطی است و f_{h_n} و f_{e_n} نیروهای خارجی اعمال شونده از طرف اپراتور و محیط به مجری نهایی در فضای کاری است. با توجه به روابط موجود بین فضای کاری و فضای مفصلی، نیروهای تماسی غیرمنفعل (۶-۷) درفضای مفصلی به صورت زیر قابل بیان است [۲۹]:

$$\tau_h = \tau_{h_n} - D_l \dot{q}_l - S_l(q_l) \quad (۸)$$

$$\tau_e = \tau_{e_n} + D_r \dot{q}_r + S_r(q_r) \quad (۹)$$

که در آن

$$\tau_{h_n} = J_l^T(q_l) f_{h_n}, \quad \tau_{e_n} = J_r^T(q_r) f_{e_n},$$
$$D_l = J_l^T(q_l) B_h J_l(q_l), D_r = J_r^T(q_r) B_e J_r(q_r),$$
$$S_l(q_l) = J_l^T(q_l) k_h H_l(q_l), S_r(q_r) = J_r^T(q_r) K_e H_r(q_r)$$

روشن است زمانیکه f_{h_n} و f_{e_n} مخالف صفر هستند زوج‌های $(\dot{q}_l, \tau_h)$ و $(\dot{q}_r, \tau_e)$ در رابطه (۴) و (۵) صدق نمی‌کنند بنابراین نیروهای تماسی (۸) و (۹) غیرمنفعل هستند.

۲-۳- مدلسازی عیب عملگرها

عیب در عملگرها می‌تواند به دو صورت افت کارایی و بایاس رخ - دهد؛ منظور از افت کارایی عملگر حالتی است که عملگر نمی‌تواند حداکثر توان سیگنال کنترل را به فرایند اعمال کند. بایاس عملگر نیز مقداری است که عملگر روی سیگنال کنترلی تولید شده در حالت بی عیب اضافه یا کم می‌کند و به فرآیند اعمال می‌کند. در حالت کلی، سیگنال کنترل پس از رخداد عیب در هر عملگر را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$u_{f_k} = \gamma_k \; u_k + b_k \; ; \; k = 1, 2, \ldots, m; \; 0 \le \gamma_k \le 1 \quad (۱۰)$$

که m تعداد عملگرهاست و γ_k ضریب کارایی عملگر k ام است. در رابطه فوق جمله اول که بیانگر عیب افت کارایی عملگر است، عیب ضربی و جمله دوم که بیانگر عیب بایاس است، عیب جمعی نامیده می- شود [۳۱]. بسته به مقادیر γ_k و b_k، سناریوهای مختلف رخداد عیب در محرک k ام در جدول (۱) آمده است.

جدول۱: سناریوهای مختلف عیب در عملگر k ام [۳۱].

بایاس / ضریب کارایی	$b_k = 0$	$b_k \neq 0$
$\gamma_k = 1$	سالم	بایاس
$0 < \gamma_k < 1$	افت کارایی	افت کارایی و بایاس
$\gamma_k = 0$	خرابی	گیر کردن

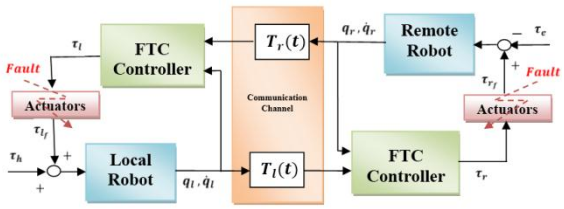
در سیستم عمل از دور، عملگرها گشتاورهای کنترلی لازم برای چرخش مفصل های ربات‌های محلی و دور را با توجه به سیگنال کنترل اعمال شده به آنها تولید می‌نمایند. در ربات‌ها این عملگرها غالبا به صورت موتورهای الکتریکی جریان مستقیم (DC) هستند که با دریافت ولتاژ اعمالی، گشتاور متناسب با آن را تولید می‌کنند. عیب عملگرها در ربات های محلی و ودور n لینکی می تواند به فرم بسته زیر بیان شود:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.8.2]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.43]

$$\tau_{l_f} = \gamma_l\, \tau_l + b_l \quad (۱۱)$$
$$\tau_{r_f} = \gamma_r\, \tau_r + b_r \quad (۱۲)$$

که τ_{i_f} بردار گشتاور تولید شده توسط عملگر معیوب و τ_i بردار گشتاور تولید شده توسط عملگر در حالت سالم می‌باشد. ماتریس $\gamma_i = diag(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$ یک ماتریس قطری با ابعاد $n \times n$ می‌باشد و بردار b_i حاوی عیب بایاس عملگرها است.

با توجه به توضیحاتی که در مورد مدل دینامیکی سیستم عمل از دور، نیروهای تماسی و عیب عملگرها در سیستم ارائه شد، در ادامه هدف طراحی یک قانون کنترل مناسب برای محاسبه ورودی های کنترل τ_l و τ_r است به گونه ای که سیستم حلقه بسته پایدار باشد و ردیابی موقعیت و نیرو در حضور تأخیر متغیر در کانال ارتباطی، نیروهای تماسی غیرمنفعل در پایانه ها و رخداد عیب در عملگرها فراهم گردد. شکل ۲ شمایی از سیستم عمل از دور مورد نظر را نشان می‌دهد.



شکل ۲: سیستم عمل از دور دوطرفه مورد نظر

قبل از ارائه نتایج اصلی، برخی فرضیات صورت گرفته در طراحی کنترل کننده و آنالیز پایداری سیستم و برخی تعاریف لازم را بیان می‌کنیم.

فرض ۱: مقادیر موقعیت و سرعت زاویه ای مفاصل ربات‌های محلی و دور یعنی (q_i و $\dot{q}_i$) از طریق اندازه گیری معلوم و در اختیار کنترل کننده‌ها قرار می‌گیرد.

فرض ۲: ربات های محلی و دور اطلاعات لازم برای کنترل‌کننده‌ها را از طریق یک کانال ارتباطی بدون افت داده که تأخیر متغیر نامتقارن $T_i(t)$ در آن وجود دارد، مبادله می‌کنند. این تأخیرها کراندار با کران معلوم h_i هستند یعنی $0 \le T_i(t) \le h_i < \infty$ و کران نرخ تغییر آنها نیز معلوم است به صورت $|\dot{T}_i| < \mu_i$.

فرض ۳: سرعت ربات ها کراندار و دارای کران مشخص است.

تعریف ۲: سیستم عمل از دور توصیف شده با روابط (۱) و (۲) در حضور نیروهای تماسی غیرمنفعل (۸) و (۹) پایدار مجانبی است هر گاه به ازای $t \to \infty$ داشته باشیم $q_i \to \bar{q}_i$ و $\dot{q}_i \to 0$ که $\bar{q}_i$ بیانگر بردار حاوی نقطه تعادل موقعیت ها است.

تعریف ۳: سیستم عمل از دور توصیف شده با روابط (۱) و (۲) دارای شفافیت است هر گاه در حالت ماندگار سیستم یعنی ($\ddot{q}_i = \dot{q}_i = 0$)، داشته باشیم: $\tau_h = \tau_e$؛ در این حالت اپراتور احساس می‌کند که محیط دور را لمس می‌کند و این موضوع تحت عنوان ردیابی نیرو مطرح می‌شود.

۳- نتایج اصلی

در این بخش ابتدا قانون کنترل مورد نظر بیان می‌شود. سپس دینامیک سیستم حلقه بسته در حضور کنترل‌کننده مطرح شده، نیروهای تماسی غیرمنفعل و رخداد عیب در عملگر به صورت یک سیستم تأخیری غیرخطی بیان می‌شود. در نهایت با استفاده از قضیه LK شرایط پایداری و ردیابی موقعیت به صورت LMI برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده مطرح شده، استخراج می‌شود.

قانون کنترل غیرخطی موردنظر به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\tau_l = g_l(q_l) - C_l{}^T(q_l, \dot{q}_l)\dot{q}_l - K_{d_l} M_l(q_l)\dot{q}_l - K_{P_l} e_l - K_{I_l} \int_0^t e_l(s)\, ds \quad (۱۳)$$

$$\tau_r = g_r(q_r) - C_r{}^T(q_r, \dot{q}_r)\dot{q}_r - K_{d_r} M_r(q_r)\dot{q}_r - K_{P_r} e_r - K_{I_r} \int_0^t e_r(s)\, ds \quad (۱۴)$$

که در آن

$$e_l := q_l - q_r\big(t - T_r(t)\big)$$
$$e_r := q_r - q_l\big(t - T_l(t)\big)$$

بردارهای حاوی خطای ردیابی موقعیت ربات‌های محلی و دور است. ماتریس های $K_{d_i} \ge 0$، K_{P_i} و K_{I_i} به ترتیب ماتریس قطری بهره تزریق میرایی، تناسبی و انتگرالی هستند که به عنوان پارامترهای آزادکنترل-کننده هستند و بایستی طوری تنظیم شوند که بتوانند پایداری مجانبی سیستم و ردیابی موقعیت و نیرو را در حضور نیروهای تماسی غیرمنفعل و عیب در عملگرها تضمین کنند.

حال سیستم عمل از دور توصیف شده با معادلات (۱) و (۲) را در نظر بگیرید که دچار عیب افت کارایی و بایاس در عملگرها شده است. در این حالت با توجه به روابط (۱۱) و (۱۲) داریم:

$$M_l(q_l)\ddot{q}_l + C_l(q_l, \dot{q}_l)\dot{q}_l + g_l(q_l) = \gamma_l\, \tau_l + b_l + \tau_h \quad (۱۵)$$
$$M_r(q_r)\ddot{q}_r + C_r(q_r, \dot{q}_r)\dot{q}_r + g_r(q_r) = \gamma_r\, \tau_r + b_r - \tau_e \quad (۱۶)$$

با در نظر گرفتن قانون کنترل بیان شده در روابط (۱۳) و (۱۴) و نیروهای تماسی غیر منفعل (۸) و (۹) سیستم حلقه بسته کلی به صورت زیر است.

$$M_l(q_l)\ddot{q}_l + C_l(q_l, \dot{q}_l)\dot{q}_l + g_l(q_l) = \gamma_l \Big(g_l(q_l) - C_l{}^T(q_l, \dot{q}_l)\dot{q}_l - K_{d_l} M_l(q_l)\dot{q}_l - K_{P_l} e_l - K_{I_l} \int_0^t e_l(s)\, ds\Big) + b_l + \tau_{h_0} - S_l(q_l) - D_l\dot{q}_l \quad (۱۷)$$

$$M_r(q_r)\ddot{q}_r + C_r(q_r, \dot{q}_r)\dot{q}_r + g_r(q_r) = \gamma_r \Big(g_r(q_r) - C_r{}^T(q_r, \dot{q}_r)\dot{q}_r - K_{d_r} M_r(q_r)\dot{q}_r - K_{P_r} e_r - K_{I_r} \int_0^t e_r(s)\, ds\Big) + b_r - \tau_{e_0} - S_r(q_r) - D_r\dot{q}_r \quad (۱۸)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.8.2]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.43]

برای آنالیز پایداری سیستم حلقه بسته و همچنین لحاظ کردن هدف ردیابی موقعیت در کنار آن، حالت‌های افزوده سیستم را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$x_l := \left[q_l{}^T, \int_0^t e_l(s)^T\ ds,\ p_l{}^T\ \right]^T \in \mathbb{R}^{3n}$$
$$x_r := \left[q_r{}^T, \int_0^t e_r(s)^T\ ds\ , p_r{}^T\ \right]^T \in \mathbb{R}^{3n}$$

که در آن p_i بردار تکانه مفاصل ربات‌هاست که از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$p_i = M_i(q_i)\dot{q}_i \qquad (۱۹)$$

با توجه به روابط (۱۷) و (۱۸) و ویژگی ۲، داریم:

$$\begin{aligned}\dot{p}_l = \dot{M}_l(q_l)\dot{q}_l + M_l(q_l)\ddot{q}_l = (1-\gamma_l){C_l}^T(q_l,\dot{q}_l)\dot{q}_l \\ -(1-\gamma_l)g_l(q_l) - \gamma_l K_{P_l}\left(q_l - q_r(t-T_r)\right) \\ -\gamma_l K_{d_l} M_l(q_l)\dot{q}_l - \gamma_l K_{I_l}\int_0^t e_l(s)\ ds + b_l + \tau_{h_0} \\ -S_l(q_l) - D_l\dot{q}_l \qquad (۲۰)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{p}_r = \dot{M}_r(q_r)\dot{q}_r + M_r(q_r)\ddot{q}_r = (1-\gamma_r){C_r}^T(q_r,\dot{q}_r)\dot{q}_r \\ -(1-\gamma_r)g_r(q_r) - \gamma_r K_{P_r}(q_r - q_l(t-T_l)) \\ -\gamma_r K_{d_r} M_r(q_r)\dot{q}_r - \gamma_r K_{I_r}\int_0^t e_r(s)\ ds + b_r \\ -\tau_{e_0} - S_r(q_r) - D_r\dot{q}_r \qquad (۲۱)\end{aligned}$$

معادلات فضای حالت سیستم به فرم بسته زیر قابل بیان است:

$$\dot{x_l} = A_x\ x_l + A_{xy}\ \ x_r(t-T_r) + g_x\ d_l \qquad (۲۲)$$
$$\dot{x_r} = A_y\ x_r + A_{yx}\ x_l(t-T_l) + g_y\ d_r \qquad (۲۳)$$

که در آن

$$A_x := \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{0} & {M_l}^{-1}(q_l) \\ \underline{I} & \underline{0} & \underline{0} \\ -\gamma_l K_{P_l} & -\gamma_l K_{I_l} & \beta_x \end{bmatrix}, A_{xy} := \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} \\ -\underline{I} & \underline{0} & \underline{0} \\ \gamma_l K_{P_l} & \underline{0} & \underline{0} \end{bmatrix}$$
$$A_y := \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{0} & {M_r}^{-1}(q_r) \\ \underline{I} & \underline{0} & \underline{0} \\ -\gamma_r K_{P_r} & -\gamma_r K_{I_r} & \beta_y \end{bmatrix}, A_{yx} := \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} \\ -\underline{I} & \underline{0} & \underline{0} \\ \gamma_r K_{P_r} & \underline{0} & \underline{0} \end{bmatrix}$$
$$g_x = g_y := \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{I} \end{bmatrix},$$
$$\beta_x := -\gamma_l K_{d_l} + \left((1-\gamma_l){C_l}^T(q_l,\dot{q}_l) - D_l\right){M_l}^{-1}(q_l),$$
$$\beta_y := -\gamma_r K_{d_r} + \left((1-\gamma_r){C_r}^T(q_r,\dot{q}_r) - D_r\right){M_r}^{-1}(q_r),$$
$$d_l := \tau_{h_0} - S_l(q_l) + b_l - (1-\gamma_l)g_l(q_l),$$
$$d_r := -\tau_{e_0} - S_r(q_r) + b_r - (1-\gamma_r)g_r(q_r).$$

با توجه به روابط (۲۰) و (۲۱)، در شرایط ماندگار بردارهای سرعت و تکانه صفر می‌شوند و برای ردیابی در حالت ماندگار لازم است که نقاط تعادل بردارهای موقعیت که با بردار $\bar{q} := \bar{q}_r = \bar{q}_l$ نشان داده می‌شود، در روابط زیر صدق کنند:

$$S_l(\bar{q}) + \gamma_l K_{I_l}\int_0^{t^*} e_l(s)^T\ ds = (\gamma_l - 1)g_l(\bar{q}) + b_l + \tau_{h_0} \qquad (۲۴)$$

$$S_r(\bar{q}) + \gamma_r K_{I_r}\int_0^{t^*} e_r(s)^T\ ds = (\gamma_r - 1)g_r(\bar{q}) + b_r - \tau_{e_0} \qquad (۲۵)$$

که در آن t^* زمانی است که سیستم به حالت ماندگار می‌رسد. با تعریف حالت‌های جدید به صورت $x = x_l - \bar{x}_l$ و $y = x_r - \bar{x}_r$ که $\bar{x}_i = \left[\bar{q}_i{}^T, \mathrm{A},\ \underline{0}\right]^T$ بردار نقطه تعادل است و $A := \int_0^{t^*} e_l(s)^T\ ds = -\int_0^{t^*} e_r(s)^T\ ds$ یک مقدار ثابت است و با توجه به روابط (۲۴) و (۲۵)، معادلات (۲۲) و (۲۳) به شکل زیر قابل بازنویسی هستند.

$$\dot{x} = A_x\ x + A_{xy}\ \ y(t-T_r) \qquad (۲۶)$$
$$\dot{y} = A_y\ y + A_{yx}\ x(t-T_l) \qquad (۲۷)$$

در ادامه سعی می‌شود برای تنظیم درست پارامترهای کنترل‌کننده (۱۳) و (۱۴)، شرایط پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته (۲۶) و(۲۷) با استفاده از قضیه LK استخراج شود. قضیه زیر این شرایط وابسته به اطلاعات تأخیر را بیان می‌کند.

قضیه ۱- سیستم توصیف شونده با معادلات (۲۶) و (۲۷) پایدار مجانبی محلی است هر گاه ماتریس $Q = Q^T > 0$ با ابعاد مناسب موجود باشد طوریکه داشته باشیم:

$$\pi_x := 2A_x Q + A_{xy}\ Q\ {A_{xy}}^T + (\xi_l + h_l)Q < 0 \qquad (۲۸)$$
$$\pi_y := 2A_y Q + A_{yx}\ Q\ {A_{yx}}^T + (\xi_r + h_r)Q < 0 \qquad (۲۹)$$

که در آن $\xi_l := \frac{1}{1-\mu_l}$, $\xi_r := \frac{1}{1-\mu_r}$.

اثبات- تابعی کاندیدLK را به صورت زیر در نظرمی‌گیریم:

$$V := V_1 + V_2 + V_3 \qquad (۳۰)$$

که در آن

$$\begin{aligned}V_1 &= x^T P\ x + y^T P\ y \\ V_2 &= \xi_l\int_{t-T_l(t)}^t x^T(s)\ P\ x(s)\ ds \\ &\quad +\xi_r\int_{t-T_r(t)}^t y^T(s)\ P\ y(s)\ ds \\ V_3 &= \int_{-h_l}^0\int_{t+\theta}^t x^T(s)\ P\ x(s)\ ds\ d\theta \\ &\quad +\int_{-h_r}^0\int_{t+\theta}^t y^T(s)\ P\ y(s)\ ds\ d\theta\end{aligned}$$

که $P = P^T > 0$. با توجه به معادلات (۲۶) و (۲۷)، مشتق زمانی V_1، V_2 و V_3 به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = 2x^T\ PA_x\ x + 2x^T\ PA_{xy}\ y(t-T_r) \\ +2\ y^T\ PA_y\ y + 2y^T\ PA_{yx}\ x(t-T_l) \qquad (۳۱)\end{aligned}$$

با استفاده از ناتساوی زیر

$$2a^T b \le a^T M^{-1} a + b^T M b \qquad (۳۲)$$

می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 \le 2x^T\ PA_x\ x + x^T\ PA_{xy}\ P^{-1}\ {A_{xy}}^T P\ x \\ +y(t-T_r)^T P\ y(t-T_r) + \ 2y^T\ PA_y\ \ y + \\ y^T\ PA_{yx}\ P^{-1}\ {A_{yx}}^T P\ y + x(t-T_l)^T P\ x(t-T_l) \qquad (۳۳)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 = \xi_l\ x^T\ P\ x - \xi_l(1-\dot{T}_l)x(t-T_l)^T\ \mathrm{P}\ x(t-T_l) \\ +\xi_r y^T\ \mathrm{P}\ y - \xi_r(1-\dot{T}_r)\ y(t-T_r)^T\ P\ y(t-T_r) \\ \le\ \xi_l\ x^T\ P\ x - \xi_l(1-\mu_l)\ x(t-T_l)^T\ \mathrm{P}\ x(t-T_l) \\ +\xi_r y^T\ \mathrm{P}\ y\ - \xi_r(1-\mu_r)\ y(t-T_r)^T\ P\ y(t-T_r) \qquad (۳۴)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 = h_l\ x^T\ P\ x - \int_{t-h_l}^t x^T(s)\ P\ x(s)\ ds \\ +h_r\ y^T\ \mathrm{P}\ y - \int_{t-h_r}^t y^T(s)\ P\ y(s)\ ds \qquad (۳۵)\end{aligned}$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.8.2]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.43]

در نهایت کران بالای $\dot{V}$ به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}\dot{V} \le\ & x^T\left(2PA_x + PA_{xy}\,P^{-1}\,{A_{xy}}^T P + (\xi_l + h_l)P\right)x \\ &+y^T\left(2PA_y + PA_{yx}\,P^{-1}\,{A_{yx}}^T P + (\xi_r + h_r)P\right)y \\ &+x(t-T_l)^T P\,(I-\xi_l(1-\mu_l)I)x(t-T_l) \\ &+y(t-T_r)^T\,P\,(I-\xi_r(1-\mu_r)I)y(t-T_r)\end{aligned} \qquad (۳۶)$$

با ضرب ماتریس $Q := P^{-1}$ از چپ و راست به طرفین کران بالای $\dot{V}$ داریم

$$\begin{aligned}\dot{V} \le\ & x^T\left(2\,A_xQ + A_{xy}\,Q\,{A_{xy}}^T + (\xi_l + h_l)Q\right)x \\ &+y^T\left(2A_yQ + A_{yx}\,Q\,{A_{yx}}^T + (\xi_r + h_r)Q\right)y \\ =:\ & x^T\,\pi_x\,x + y^T\,\pi_y\,y\end{aligned} \qquad (۳۷)$$

حال برای پایداری مجانبی سیستم ، بایستی کران بالای $\dot{V}$ منفی باشد یعنی بایستی $\pi_x < 0$ و $\pi_y < 0$ شوند. به این ترتیب اگر ضرایب کنترل کننده طوری تنظیم شوند که شرایط فوق برآورده شوند پایداری مجانبی سیستم (۲۶) و(۲۷) تضمین خواهد شد و می‌توان نتیجه گرفت که $x = x_l - \bar{x}_l \to 0$ و $y = x_r - \bar{x}_r \to 0$ زمانیکه $t \to \infty$. با در نظر گرفتن ویژگی ۱، پایدار مجانبی بودن بردار مومنتم، پایداری مجانبی بردار سرعت را نتیجه می‌دهد واز آنجا که همگرا شدن انتگرال یک سیگنال به یک مقدار ثابت لزوما زمانی اتفاق می افتد که آن سیگنال به صفر میل نماید؛ پس، از همگرا شدن $\int_0^t e_i(s)^T\ ds$ به مقدار ثابت A می‌توان نتیجه گرفت که سیگنال های خطای ردیابی موقعیت $e_i(s)$ به صورت مجانبی به صفر میل می‌کند.■

نکته ۱: در حالت بدون عیب ($\gamma_i = I\,, b_i = 0$)، سیستم حلقه بسته به صورت (۲۶) و (۲۷) است که در آن $\gamma_i = I$ و $\beta_x = -K_{d_l} - D_l\,M_l^{-1}(q_l)$ و $\beta_y = -K_{d_r} - D_r\,M_r^{-1}(q_r)$.

در این وضعیت شرایط پایداری مجانبی سیستم برای تنظیم پارامترهای کنترل کننده از روابط (۲۸-۲۹) قابل استخراج است که در آن پارامترهای سیستم بی عیب قرار داده می‌شود. البته در حالت بدون عیب

شرایط پایداری مجانبی سیستم سرراست تر و محافظه کاری کمتر است.

نکته ۲: با توجه به وجود پارامترهای متغیر کراندار در شرط $\pi_x < 0$ و $\pi_y < 0$ از جمله γ_i، $M_i^{-1}(q_i)$ و β_x, β_y لازم است برای چک کردن درستی LMI های (۲۸) و (۲۹)، دسته ای از این LMI ها در کران های پارامترهای متغیر حل شود. این روابط از جمله LMI های نوع امکان‌پذیری[۱] و LPV هستند و از نوع متداول کمینه سازی نیستند که بهره های کنترل‌کننده به عنوان پارامترهای بهینه سازی باشند که با حل نمودن مستقیم آنها بهره های کنترل‌کننده مستقیما بدست آید. در واقع ما بهره های کنترل‌کننده را تنظیم می‌کنیم و مساله وجود ماتریس $Q = Q^T > 0$ را در کران متغیرهای موجود در روابط(۲۸-۲۹) بررسی می کنیم. در صورت وجود ماتریس $Q = Q^T > 0$ که در روابط(۲۸-۲۹) صدق نماید، می توان پایداری مجانبی سیستم را با ضرایب تنظیم شده برای کنترل کننده اثبات کرد.

به این ترتیب بهره های کنترل کننده طوری طراحی می‌شوند که به صورت غیر فعال اثر عیب عملگر ها را جبران کنند و پایداری و ردیابی موقعیت در حضور نیروهای تماسی غیرمنفعل و رخداد عیب بایاس نامعلوم و افت کارایی با کران معلوم در عملگرها، تضمین می‌شود.

در ادامه شرایط لازم روی بهره های کنترل کننده برای دستیابی به شفافیت (ردیابی نیرو) در سیستم عمل از دور در قضیه ۲ بیان می‌شود.

قضیه ۲- سیستم عمل از دور توصیف شده با معادلات (۱) و (۲) در حضور کنترل کننده (۱۳) و (۱۴) را با نیروهای تماسی غیرمنفعل و در صورت عدم رخداد عیب در نظر بگیرید که بهره های کنترل‌کننده در شرایط قضیه ۱ صدق می‌کنند. در حالت ماندگار یعنی زمانیکه که بردارهای سرعت و شتاب و خطای ردیابی موقعیت صفر هستند $(\dot{q}_i, \ddot{q}_i, \bar{e}_i = \underline{0})$ و بردار موقعیت در نقطه تعادل $q_i = \bar{q}_i$ است، سیستم دارای شفافیت است یعنی خطای ردیابی نیرو به سمت صفر میل می‌کند، هر گاه بهره انتگرالگیر کنترل‌کننده ها در رابطه زیر صدق کنند:

$$K_{I_l} = K_{I_r} \qquad (۳۸)$$

اثبات- اگر در معادلات سیستم عمل از دور (۱) و (۲)، قوانین کنترل (۱۳) و (۱۴) را با فرض برقراری رابطه (۳۸) جایگزین کنیم، در شرایط ماندگار داریم:

$$\tau_h = -\left(-K_{I_l}\int_0^{t^*} e_l(s)^T\ ds\right) = \tau_e \qquad (۳۹)$$

لازم به ذکر است زمانیکه در سیستم عیب عملگر رخ می‌دهد، شفافیت سیستم تاحدودی افت پیدا خواهد کرد که اجتناب ناپذیر است. البته در این وضعیت نیز ردیابی نیرو در سیستم انجام می‌شود اما خطای ردیابی نیرو دیگر صفر نیست و دارای یک مقدار ثابت و کراندار است. برای اثبات این موضوع کافیست معادلات سیستم حلقه بسته را در حالت رخداد عیب عملگر در نظر بگیریم. برای این وضعیت در صورت برقراری شرایط (۳۸)، در حالت ماندگار داریم:

$$\tau_h = \gamma_l\ {\gamma_r}^{-1}\,\tau_e + b \qquad (۴۰)$$

که در آن

$$\begin{aligned}b = \gamma_l\ {\gamma_r}^{-1}&\left(-b_r - (1-\gamma_r)g_r(\bar{q}_r)\right) \\ &+(1-\gamma_l)g_l(\bar{q}_l) - b_l\end{aligned}$$

نکته ۳: چنانچه مدل دقیقی از سیستم در دسترس نباشد و کنترل کننده برای مدل نامی سیستم طراحی شده باشد، آنگاه سیستم حلقه بسته به صورت (۲۲-۲۳) است که در آن

$$\beta_x := -\gamma_l\,K_{d_l}\bar{M}_l(q_l)M_l^{-1}(q_l) - \left((1-\gamma_l)\bar{C_l}^T(q_l,\dot{q}_l) + \Delta{C_l}^T - D_l\right)M_l^{-1}(q_l).$$

$$\beta_y := \gamma_r\,K_{d_r}\bar{M}_l(q_l)M_r^{-1}(q_r) - \left((1-\gamma_r)\bar{C_r}^T(q_r,\dot{q}_r) + \Delta{C_r}^T - D_r\right)M_r^{-1}(q_r)$$

$$d_l := \tau_{h_0} - S_l(q_l) + b_l - (1-\gamma_l)\bar{g}_l(q_l) - \Delta g_l,$$

[۱] Feasibility

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.8.2]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.43]

$$d_r := -\tau_{e_n} - S_r(q_r) + b_r - (1-\gamma_r)\bar{g}_r(q_r) - \Delta g_r$$

که $\bar{M}_i$ ، $\bar{C}_i$ و $\bar{g}_i$ ماتریس های مدل نامی سیستم هستند و به صورت زیر تعریف شده اند:

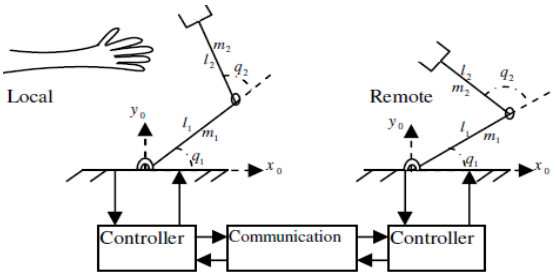
$$\bar{M}_i = M_i - \Delta M_i; \quad \bar{C}_i = C_i - \Delta C_i; \quad \bar{g}_i = g_i - \Delta g_i$$

و ΔC_i ، ΔM_i و Δg_i ماتریس های نامعین کراندار هستند. در این حالت، برای تضمین پایداری مجانبی مقاوم سیستم در حضور عیب عملگر و نامعینی کراندار در مدل سیستم، بایستی ضرایب کنترل کننده در شرایط پایداری (۲۸-۲۹) با پارامترهای β_x و β_y فوق صدق کنند.

لازم به ذکر است در این حالت، با توجه به اینکه همه متغیرهای موجود کراندار هستند (ماتریس های M_i^{-1} ،$\bar{M}_i$ طبق ویژگی ۱ کراندار هستند و متغیر γ_i از رابطه (۱۰) کراندار است و ماتریس های ΔC_i^T ،$\bar{C}_i^T$ با فرض کراندار بودن سرعت ربات ها کراندار است.) می‌توان به صورت آفلاین کران بالا و پایینی برای β_x و β_y بدست آورده و شرایط را برای کران این ماتریس ها تست نمود.

٤- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش برای بررسی عملکرد کنترل کننده ارائه شده در این مقاله در مواجه شدن با نیروهای تماسی غیرمنفعل و رخداد عیب در عملگرهای سیستم، نتایج حاصل از شبیه سازی روش روی سیستم عمل از دور دوطرفه آورده شده است. همچنین روش ارائه شده در مقاله [۲۰] نیز روی سیستم اجرا و نتایج با هم مقایسه شده است. به این منظور سیستم عمل از دور نشان داده شده در شکل ۳ در نظر گرفته شده است.



شکل ۳: شمایی از سیستم عمل از دور دوطرفه ۲ درجه آزادی [۶].

معادلات سیستم به صورت روابط (۱) و (۲) است که ماتریس‌های اینرسی، کوریولیس/جانب مرکز و بردار گشتاورهای گرانشی آن به صورت زیر است:

$$M_i(q_i) = \begin{bmatrix} M_{i_{11}} & M_{i_{12}} \\ M_{i_{21}} & M_{i_{22}} \end{bmatrix}, C_i(q_i,\dot{q}_i) = \begin{bmatrix} C_{i_{11}} & C_{i_{12}} \\ C_{i_{21}} & C_{i_{22}} \end{bmatrix},$$
$$g_i(q_i) = \begin{bmatrix} g_{i_1} \\ g_{i_2} \end{bmatrix}$$

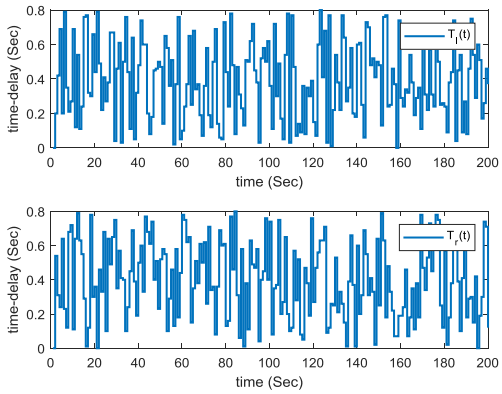
که برای $i \in \{l,r\}$ داریم

$$M_{i_{11}} = l_{2_i}^2 m_{2_i} + l_{1_i}^2 (m_{1_i} + m_{2_i}) + 2\, l_{1_i} l_{2_i} m_{2_i} \cos(q_{2_i}),$$
$$M_{i_{12}} = M_{i_{21}} = l_{2_i}^2 m_{2_i} + l_{1_i} l_{2_i} m_{2_i} \cos(q_{2_i}),$$
$$M_{i_{22}} = l_{2_i}^2 m_{2_i}, C_{i_{11}} = -2\, l_{1_i} l_{2_i} m_{2_i} \sin(q_{2_i}) \dot{q}_{2_i},$$
$$C_{i_{12}} = -l_{1_i} l_{2_i} m_{2_i} \sin(q_{2_i}) \dot{q}_{2_i},$$
$$C_{i_{21}} = l_{1_i} l_{2_i} m_{2_i} \sin(q_{2_i}) \dot{q}_{1_i},$$
$$C_{i_{22}} = 0,$$
$$g_{i_1} = g\, l_{2_i} m_{2_i} \cos(q_{1_i} + q_{2_i}) + l_{1_i}(m_{1_i} + m_{2_i}) \cos(q_{1_i}),$$
$$g_{i_2} = g l_{2_i} m_{2_i} \cos(q_{1_i} + q_{2_i}).$$

که $q_{k_i}, k \in \{1,2\}$ بیانگر موقعیت زاویه ای هر لینک است. طول لینک های ربات ها به صورت $l_{1_i} = 0.4m$ و $l_{2_i} = 0.2m$ و جرم لینک‌ها $m_{1_i} = 1\text{kg}$ ، $m_{2_i} = 0.5\text{kg}$ است و $g = 9.81\ m/s^2$ است [۲۰]. می‌توان دیدکه به ازای پارامترهای فوق ویژگی ۱ به صورت $0.009\,\underline{I} < M_i(q_i) < 0.35\,\underline{I}; \underline{I} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ برقرار است. ماتریس ژاکوبین نیز به صورت زیر است:

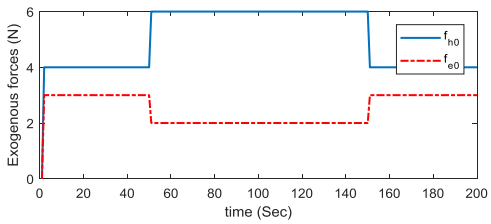
$$J_i(q_i) = \begin{bmatrix} -l_{1_i}\sin(q_{1_i}) - l_{2_i}\sin(q_{1_i}+q_{2_i}) & -l_{2_i}\sin(q_{1_i}+q_{2_i}) \\ l_{1_i}\cos(q_{1_i}) + l_{2_i}\cos(q_{1_i}+q_{2_i}) & l_{2_i}\cos(q_{1_i}+q_{2_i}) \end{bmatrix}$$

تأخیرهای زمانی در کانال ارتباطی در مسیر رفت و برگشت به صورت نامتقارن و متغیر با زمان و تصادفی مطابق شکل ۴ در نظر گرفته شده است، که اطلاعات مربوط به کران آنها و کران نرخ تغییر آنها به صورت $h_l = h_r = 0.8$ و $\mu_l = 0.74,\ \mu_r = 0.66$ قابل استخراج است.



شکل ۴: تأخیر زمانی رفت و برگشت در کانال ارتباطی سیستم عمل از دور.

همچنین نیروهای تماسی بین اپراتور انسانی و ربات محلی و بین محیط و ربات دور به صورت غیرمنفعل مطابق روابط (۸) و (۹) است که در آن $k_h = k_e = \underline{I}, \underline{I} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ و $B_h = B_e = 0.5\underline{I}$ در نظرگرفته شده اند و f_{h_n} و f_{e_n} به صورت نشان داده شده در شکل ۵ می‌باشد.



شکل ۵: نیروهای تماسی غیرمنفعل

با استفاده از جعبه ابزار LMI نرم افزار Matlab، پارامترهای قوانین کنترل (۱۳) و (۱۴) از قضیه ۱ برای حالت $0.5\,\underline{I} < \gamma_i < \underline{I}$ به صورت زیر تنظیم شده اند:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.8.2]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.43]

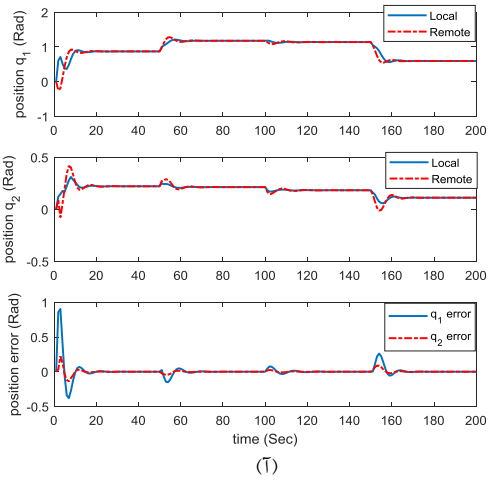
$$K_{P_l} = K_{P_r} = \underline{I} \quad ; K_{I_l} = K_{I_r} = 0.01\underline{I} \; ;$$
$$K_{d_l} = K_{d_r} = 7\underline{I} \; ; \underline{I} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$$

که با فرض اینکه $|\dot{q}_i| < 1.5\, rad/sec$ هستند بدست آمده اند. از طرف دیگرقانون کنترل ارائه شده در [۲۰] به صورت زیر است:

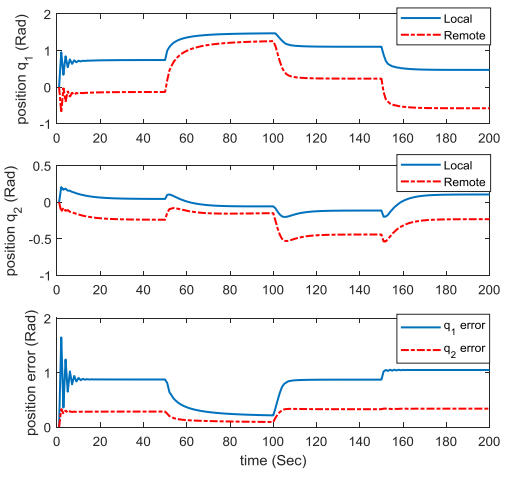
$$\tau_l = g_l(q_l) + C_l(q_l, \dot{q}_l)\dot{q}_l - k_p e_l - k_d \dot{q}_l \qquad (۴۱)$$
$$\tau_r = g_r(q_r) + C_r(q_r, \dot{q}_r)\dot{q}_r + k_p e_r - k_d \dot{q}_r \qquad (۴۲)$$

که در آن $k_p = 2\underline{I},\ k_d = 0.5\underline{I}\,, \underline{I} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$.

برای بررسی جبران سازی عیب توسط کنترل کننده‌ها، حالتی را در نظر می‌گیریم که در آن در ثانیه $t = 100s$ ، عملگرهای ربات دور به صورت ناگهانی دچار عیب افت کارایی ۳۰ درصدی و عیب بایاس به اندازه $b_r = [0.5 \quad 0.5]^T$ نیوتن می‌شوند. برای این وضعیت، ردیابی موقعیت، خطای ردیابی، سرعت زاویه ای بازوهای ربات های محلی و دور و گشتاورهای کنترلی در شکل‌های ۶-۹ نشان داده شده است. شرایط اولیه شبیه سازی به صورت $q_l = \dot{q}_l = \dot{q}_r = [0 \ 0]^T$ و $q_r = [0.1 \ 0.1]^T$ در نظر گرفته شده‌اند.

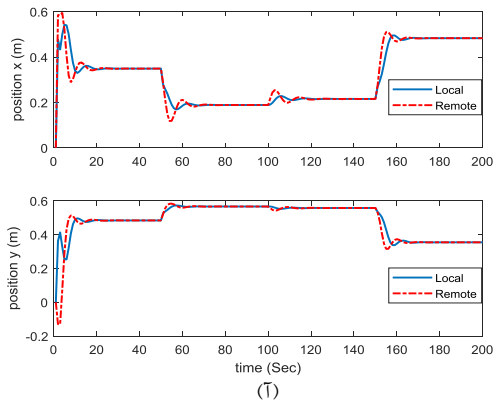


(آ)

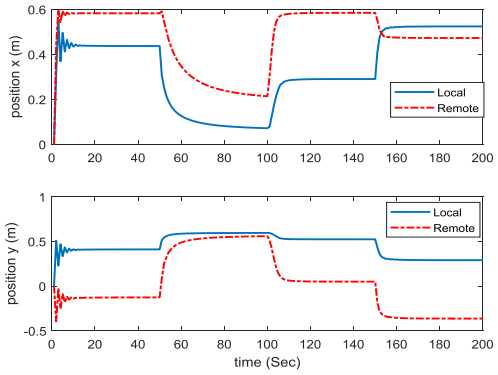


(ب)

شکل ۶: موقعیت و خطای ردیابی موقعیت در سیستم عمل از دور کنترل شونده با (آ) با روش موردنظر(ب) با روش مقاله[۲۰] در فضای مفصلی.

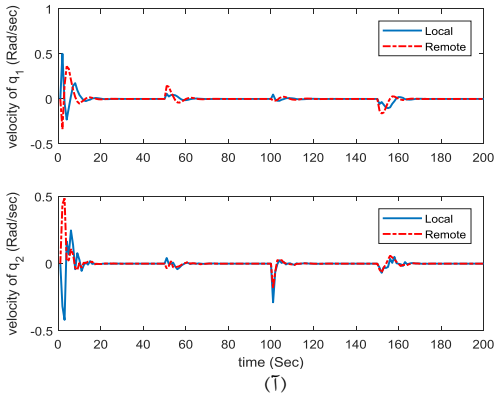


(آ)

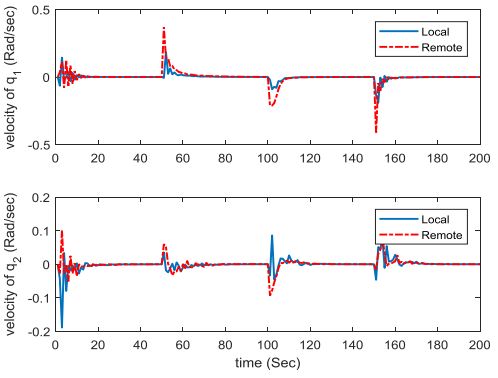


(ب)

شکل ۷: موقعیت در سیستم عمل از دور کنترل شونده با (آ) با روش موردنظر(ب) با روش مقاله[۲۰] در فضای کاری.



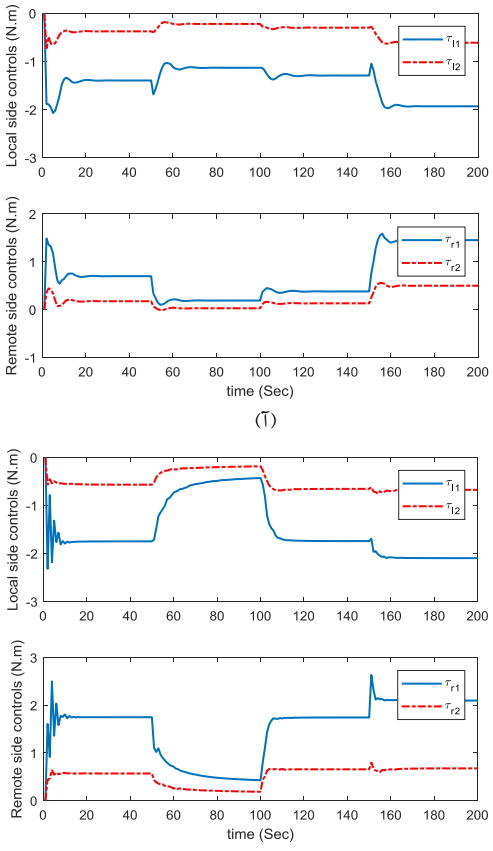
(آ)



(ب)

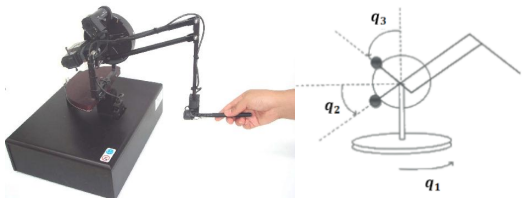
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.8.2]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.43]

شکل ۸: سرعت زاویه ای در سیستم عمل از دور کنترل شونده با (آ) با روش موردنظر(ب) با روش مقاله[۲۰].



شکل ۹: گشتاورهای کنترلی در سیستم عمل از دور کنترل شونده با (آ) با روش موردنظر(ب) با روش مقاله[۲۰].

در ادامه به منظور ارزیابی بهتر روش ارائه شده در این مقاله، نتایج شبیه سازی روی سیستم عمل از دور با ربات های ۳ درجه آزادی فانتوم (که در شکل ۱۰ نشان داده شده است.) آورده شده است. پارامترهای مدل دینامیکی و سینماتیکی ربات ها در [۳۰] موجود است.

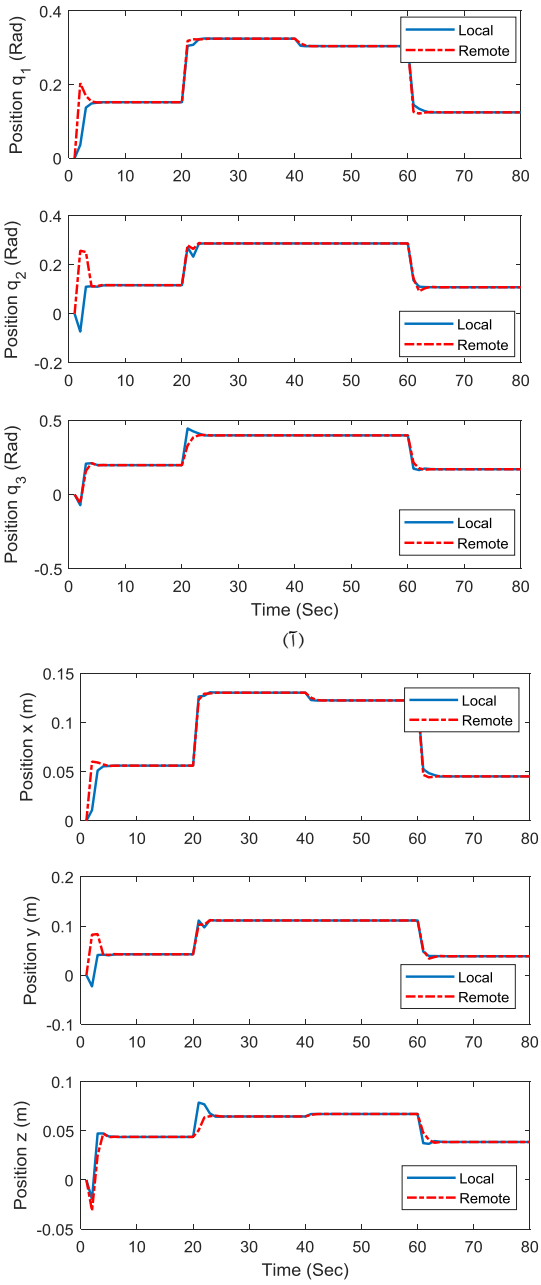


شکل ۱۰: شمایی از ربات ۳ درجه آزادی فانتوم [۳۰].

شکل ۱۱ نحوه ردیابی موقعیت سیستم را در فضای ۳ درجه آزادی مفصلی و کاری نشان می دهد. سناریوی رخداد عیب به این صورت است که عملگر اول ربات دور در ثانیه $t = 40s$ ، دچار عیب افت عملکرد ۴۰ درصدی و عیب بایاس ۰.۱ شده است. پارامترهای کنترل‌کننده به صورت زیر تنظیم شده است.

$$K_{P_l} = K_{P_r} = \underline{I} \quad ; K_{I_l} = K_{I_r} = 0.02\underline{I} \; ;$$

$$K_{d_l} = K_{d_r} = 8\underline{I} \quad ; \underline{I} \in \mathbb{R}^{2\times 2}.$$



شکل ۱۱: موقعیت در سیستم عمل از دور کنترل شونده با روش موردنظر در فضای کاری و مفصلی.

با توجه به اشکال، در مواجه با نیروهای تماسی غیرمنفعل، کنترل کننده ارائه شده در این مقاله توانسته است عملکرد بهتری نسبت به کنترل کننده ارائه شده در [۲۰] ایجاد نماید؛ چرا که خطای ردیابی موقعیت در روش ما به سمت صفر میل کرده است و این به خاطر استفاده کردن از ترم انتگرال سیگنال خطا در کنترل کننده است.همچنین پس از رخداد عیب نیز کنترل کننده توانسته است به خوبی اثر آن را جبران نماید.

در واقع دو تفاوت اصلی بین قانون های کنترلی ارایه شده در (۱۳) و (۱۴) و قانون کنترلی مرجع [۲۰] وجود دارد: اضافه شدن عبارت انتگرال

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.8.2]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.43]

خطا و ضرب کردن ماتریس جرمی ربات در دمپینگ. وجود ماتریس جرمی در کنار بهره دمپینگ باعث تغییراتی در پاسخ گذرای سیستم می‌شود منتها این تغییرات چندان محسوس نیست و فقط در انتخاب اندازه بهره دمپینگ برای هر ربات باید در نظر گرفته شود که این کار در حالت رخداد عیب درشرایط پایداری (۲۸-۲۹) اعمال می شود. افزودن جمله انتگرال خطا هم در کنترلر در حالت کلی باعث صفر شدن خطای ردیابی سیستم در حضور نیروهای خارجی غیرمنفعل می‌شود. البته با توجه به نتایج شبیه سازی مقایسه ای، وجود انتگرالگیر در جبران اثر عیب عملگر هم بی تاثیر نیست و باعث مقاوم شدن پاسخ سیستم نسبت به رخداد عیب به خصوص عیب بایاس که می‌تواند نقطه تعادل موقعیت ها را عوض نماید، شده است. در حالیکه روش رقیب پس از رخداد عیب دچار تغییر نقطه تعادل شده است.

۵- نتیجه‌گیری

این مقاله طراحی سیستم عمل از دور دوطرفه در حضور تاخیر متغیر در کانال ارتباطی، نیروهای تماسی غیرمنفعل در پایانه ها و رخداد عیب در عملگرهای ربات ها را مورد بررسی قرار داد. یک قانون کنترل جدید غیرخطی مبتنی برمدل سیستم ارائه شد تا هدف پایدارسازی مجانبی و ردیابی موقعیت و نیرو را در سیستم فراهم نماید؛ سپس با استفاده از قضیه LK شرایط کافی پایداری و ردیابی سیستم حلقه بسته در حضور تاخیر متغیرکراندار دارای اطلاعات معلوم و رخداد عیب بایاس نامعلوم و افت کارایی در عملگرها با کران معلوم در نظر گرفته شده، استخراج گردید که برای تنظیم پارامترهای آزاد کنترل کننده ها مورد استفاده قرار گرفت. به این ترتیب با یک رویکرد غیرفعال، و فقط با تنظیم ضرایب کنترل کننده، سیستم نسبت به رخداد عیب عملگر تحمل پذیر شد. از مهمترین مزایای روش ارائه شده این است که یک کنترل تحمل پذیر همزمان عیب بایاس و افت کارایی را برای سیستم عمل از دور غیرخطی ارائه داد. همچنین پایداری مجانبی خطای ردیابی سیستم در حضور نیروهای تماسی غیرمنفعل به واسطه جمله انتگرالگیر در کنترل کننده تضمین شد. نتایج شبیه سازی مقایسه ای گواه این ادعاست. با توجه به اینکه کنترل کننده ارائه شده مبتنی بر مدل است در نظر گرفتن نامعینی ها در مدل سیستم در ادامه پژوهش پیشنهاد می‌شود.

مراجع

[1] P. F. Hokayem and M. Spong, "Bilateral teleoperation: An historical survey," Automatica, vol. 42, no. 12, pp. 2035-2057, 2006.

[2] E. Nuno, L. Basanez and R. Ortega, "Passivity-based control for bilateral teleoperation: A tutorial," Automatica, vol. 47, no. 3, pp. 485–495, 2011.

[3] P. Arcara and C. Melchiorri, "Control schemes for teleoperation with time delay: A comparative study," Robotics and Autonomous Systems, vol. 38, no. 1, pp. 49-64, 2002.

[4] R. Anderson and M. Spong, "Bilateral control of teleoperators with time delay," IEEE Tranation on Automatic Control, vol. 34, no. 5, pp. 494–501, 1989.

[5] G. Niemeyer, and J. Slotine, "Stable adaptive teleoperation," IEEE Journal of Ocean Engineering, vol. 16, no. 1, pp. 152-162, 1991.

[6] E. Nuno, L. Basanez, R. Ortega, and MW. Spong, "Position tracking for nonlinear teleoperators with variable time-delay," International Journal of Robotics & Research, vol. 28, no. 7, pp. 895–910, 2009.

[7] E. Nuno, L. Basanez and M. Prada, "Asymptotic stability of teleoperators with variable time-delays," IEEE Conference on Conference on Robotics and Automation, pp. 4332–4337, 2009.

[8] K. Baghestan, SM. Rezaei, HA Talebi and M. Zareinejad, "A controller–observer scheme for nonlinear bilateral teleoperation systems," Part I: Journal of Systems and Control Engineering, vol. 228, no. 1, pp. 49-59, 2013.

[9] N. Chopra, M. Spong, and R. Lozano, "Synchronization of bilateral teleoperators with time delay," Automatica, vol. 44, no. 8, pp. 2142-2148, 2008.

[10] E. Nuno, R. Ortega, L. Basanez, and N. Barabanov, "An adaptive controller for nonlinear bilateral teleoperators," Automatica, vol. 46, no. 1, pp. 155-159, 2010a.

[11] F. Hashemzadeh, I. Hassanzadeh, M. Tavakoli, and G. Alizadeh, "Adaptive control for state synchronization of nonlinear haptic telerobotic systems with asymmetric varying time delays," Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol. 68, no 4, pp. 245–259, 2012.

[12] M. Dyck, A. Jazayeri and M. Tavakoli, "Is the human operator in a teleoperation system passive?," IEEE world Haptics Conference, pp. 683-688, 2013.

[13] K. Mohammadi, H. A. Talebi and M. Zareinejad, "Lyapunov stability analysis of a bilateral teleoperation system interacting with active environment," RSI International Conference on Robotics and Mechatronics, pp. 96-101, 2015.

[14] F. Hashemzadeh, and M. Tavakoli, "Position and force tracking in nonlinear teleoperation system under varying delays," Robotica, vol. 33, no. 4, pp. 1003-1016, 2015.

[15] S. Ganjefar, S. Rezaei, F. Hashemzadeh, "Position and force tracking in nonlinear teleoperation systems with sandwich linearity in actuators and time-varying delay," Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 86(part A), pp. 308-324, 2017.

[16] I. G. Polushin and H. J. Marquez, "Stabilization of bilaterally controlled teleoperators with

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.8.2]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.43]

communication delay," International Journal of Control, vol 76, no. 8, pp. 858-870, 2003.

[17] I. G. Polushin, P. X. Liu, C.-H. Lung, "A control scheme for stable force-reflecting teleoperation over IP networks," IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. 36, no. 4, pp. 930–939, 2006.

[18] R. Lozano, N. Chopra and M. W. Spong, "Convergence analysis of bilateral teleoperation with constant human input," American Control Conference, pp. 1443-1448, 2007.

[19] C. Hua, and P. X. Liu, "Convergence analysis of teleoperation systems with unsymmetric time-varying delays," IEEE Transaction and Circuits Systems, Vol. 56, no. 3, pp. 240-244, 2009.

[20] SH. Islam, P. X. Liu, A. El Saddik, "Nonlinear control for teleoperation systems with time varying delay," Nonlinear Dynamics, vol.76, pp. 931-954, 2014.

[21] SH. Islam, P. X. Liu, A. El Saddik and J. Dias, "Bilateral shared autonomous systems with passive and nonpassive input forces under time varying delay," ISA Transactions, vol. 54, pp. 218-228, 2015.

[22] Y. Zhang and J. Jiang, "Bibliographical review on reconfigurable fault–tolerant control system," Annual Reviews in Control, vol. 32, pp. 229-252, 2008.

[23] J. Jiang and X. Yu, "Fault tolerant control systems: a comparitive study between active and passive approaches," Annual Reviews in Control, vol. 36, no. 1, pp. 60-72, 2012.

[24] A. Mirzaee and K. Salahshoor, "Fault diagnosis and accommodation of nonlinear systems based on multiple model adaptive unscented kalman filter and switched MPC and H-infinity loop shaping controller," Journal of Process Control, vol. 22, no. 3, pp 626-634, 2012.

[25] M. Boukhnifer, and A. Ferreira, "Fault Tolerant Control of a bilateral Teleoperated Micromanipulation System," IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2008.

[26] M. Boukhnifer, and A. Ferreira, "Fault Tolerant Control of a Teleoperated Piezoelectric Microgripper," Asian J Cont, 15(4), pp. 1-13, 2012.

[27] L. Marton, and JA. Esclusa, "Energetic Approach for Actuator Fault Accommodation: Application to Bilateral Teleoperation," Sys Tol Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, 2013.

[28] I. Sharifi, H. A. Talebi and M. Motaharifar, "Robust output feedbach controller design for time-delayed teleoperation: experimental results," Asian J Cont, 19(2), pp. 1-11, 2017.

[29] X. Liu, M. Tavakoli and Q. Huang, "Nonlinear adaptive bilateral control of teleoperation systems with uncertain dynamics and kinematics," IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2010.

[30] I. G. Polouchine, "Force-reflecting teleoperation over wide-area networks, Ph. D. thesis, Carleton university, Ottawa, Canada, 2009.

[۳۱] ر. ابراهیمی باویلی و م. ج. خسروجردی، " طراحی کنترل کننده تحمل‌پذیر عیب مبتنی بر کنترل پیش‌بین غیرخطی مقاوم جهت جبران عیب محرک‌ها، " مجله کنترل، جلد ۹، شماره ۱، صفحه ۲۴-۱۳، ۱۳۹۴.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-02]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.4.8.2]
[DOI: 10.52547/joc.14.4.43]