

## تخمین غیرخطی مقید ضریب اصطکاک جاده و لغزش چرخ برای کنترل سیستم ترمز ضدقفل

مسعود عزیزی<sup>۱</sup>، مهدی میرزایی<sup>۲</sup>، طه فلاحتی نوده<sup>۳</sup>، صدرا رفعت‌نیا<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، ma\_azizi@sut.ac.ir

<sup>۲</sup> استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، mirzaei@sut.ac.ir

<sup>۳</sup> دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، ta\_falahati@sut.ac.ir

<sup>۴</sup> دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، sa\_rafatnia@sut.ac.ir

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۱۶

ویرایش: ۱۳۹۸/۱۲/۱۰

دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۲۸

**چکیده:** در طراحی سیستم ترمز ضدقفل، برخی از پارامترها و حالت‌ها مثل ضریب اصطکاک جاده و لغزش طولی چرخ، توسط سنسور قابل اندازه‌گیری نبوده و باید با استفاده از دیگر پارامترهای قابل اندازه‌گیری، تخمین زده شوند. اثرات غیرخطی در مدل خودرو و نیروهای تایر، استفاده از یک تخمین‌گر غیرخطی را ضروری می‌نماید. از طرفی در نظر گرفتن قیدهای متناسب با فیزیک سیستم و شرایط جاده می‌تواند دقت تخمین‌گر را در شرایط واقعی افزایش دهد. در این مقاله ضمن طراحی فیلتر کالمن توسعه یافته برای سیستم ترمز ضدقفل، الگوریتم این تخمین‌گر چنان اصلاح می‌گردد تا تاثیر قیود فیزیکی مربوط به ضریب اصطکاک جاده و لغزش چرخ در آن لحاظ شود. عملکرد تخمین‌گر مقید طراحی شده در مقایسه با حالت نامقید متداول مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد. در ادامه، یک کنترل‌کننده غیرخطی مبتنی بر پیش بین برای محاسبه‌ی گشتاور ترمزی طراحی می‌گردد تا با استفاده از اطلاعات تخمین، گشتاور ترمزی را کنترل کرده و از لغزش تایر و قفل شدن آن جلوگیری نماید. برای کاهش خطای ناشی از تخمین مقید در عملکرد کنترلی، تکنیک فیدبک انتگرالی به کنترل‌کننده طراحی شده اضافه می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که ضمن بهبود عملکرد کنترل در حضور خطای تخمین و دیگر نامعینی‌ها، از نوسانی شدن سیگنال کنترلی با فرکانس‌های بالا جلوگیری می‌گردد.

**کلمات کلیدی:** سیستم ترمز ضدقفل، تخمین‌گر غیرخطی مقید، تخمین ضریب اصطکاک، کنترل‌کننده غیرخطی، فیدبک انتگرال.

### Constrained Nonlinear Estimation of Road Friction Coefficient and Wheel Slip for Control of Anti-Lock Braking System

Masoud Azizi, Mehdi Mirzaei, Taha Falahati Nodeh, Sadra Rafatnia

**Abstract:** In designing the anti-lock braking system (ABS), some states and parameters of vehicle system such as road friction of coefficient and wheel slip should be estimated due to lack of cost effective and reliable sensors for direct measurement. Because of nonlinear characteristics of vehicle dynamics and tire forces, development of a nonlinear estimation algorithm is necessary. However, consideration of physical constraints can enhance the accuracy and reliability of estimation algorithm in real situations. In this paper, the extended Kalman filter (EKF) is applied for the ABS and its algorithm is modified in way that the physical limitations of road friction and wheel slip could be considered. The performance of the modified EKF in the constrained case is compared with the conventional EKF. At the rest of paper, a nonlinear predictive-based controller is analytically

designed for the ABS and combined with the proposed constrained estimation algorithm. In order to decrease the effect of estimation errors on tracking performance, the integral feedback technique is combined with the control strategy. The simulation results indicate that not only the proposed algorithm improves the tracking accuracy in the presence of uncertainties, but also the control signal oscillations with high frequency will be prevented.

**Keywords:** Anti-lock braking system (ABS), Constrained nonlinear estimation, Road friction coefficient, predictive control, Integral feedback.

## ۱- مقدمه

بررسی افزایش ایمنی در خودرو به منظور کاهش تصادفات از جایگاه ویژه‌ای در صنعت خودروسازی برخوردار است. در این راستا سیستم ترمز ضد قفل، به عنوان یک وسیله استاندارد و ضروری برای سلامتی خودرو و سرنشین شناخته شده است. سیستم ترمز ضدقفل عبارت است از یک سیستم کنترلی که در حین ترمزگیری، دینامیک چرخ را کنترل و تنظیم می‌کند. اختلاف بین سرعت غلتش آزاد تایر و سرعت حرکت انتقالی آن، باعث تولید لغزش طولی چرخ در مسیر تماس می‌شود. هدف اصلی این سیستم، جلوگیری از قفل شدن تایرها و نگه داشتن لغزش در یک محدوده مطلوب می‌باشد تا بتواند حداکثر نیروی ترمزی را تولید کند [۴-۱].

در راستای طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های دینامیک خودرو نظیر سیستم ترمز ضدقفل، بایستی تمامی پارامترها و متغیرهای حالت سیستم در هر لحظه در دسترس باشند. قابل اندازه‌گیری نبودن و یا مقرون به صرفه نبودن اندازه‌گیری برخی حالت‌های سیستم ترمز ضدقفل همچون ضریب لغزش طولی تایر، سرعت طولی و ضریب اصطکاک از مهم‌ترین مشکلات در طراحی این سیستم کنترل می‌باشند. از این رو با اندازه‌گیری تعداد محدودی از خروجی‌های سیستم، بقیه متغیرهای حالت و پارامترهای سیستم باید تخمین زده شوند. با توجه به این که در این حالت سیستم کنترل از متغیرهای حالت تخمین زده شده برای محاسبه قانون کنترلی استفاده می‌نماید، عملکرد سیستم کنترلی به دقت و سرعت تخمین‌زن وابسته می‌شود. از سویی دیگر با توجه به وجود اثرات غیرخطی موجود در دینامیک خودرو که عمدتاً مربوط به اشباع نیروهای تایر می‌باشد و همچنین وجود نامعینی‌های مدل، طراحی تخمین‌زن غیرخطی در جهت کاهش سطح نویز سیگنال‌ها و کنترل غیرخطی خودرو نیز از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد [۵]. بنابراین هدف اصلی از این پژوهش ارائه یک روش غیرخطی مناسب برای تخمین پارامترها و متغیرهای حالت دینامیک خودرو با در نظر گرفتن محدودیت‌های فیزیکی برای کنترل و بهبود عملکرد سیستم ترمز ضد قفل خودرو می‌باشد.

فیلتر کالمن به عنوان یک راه حل مناسب برای ترکیب اطلاعات در سیستم‌های چند سنسوری مورد استفاده قرار می‌گیرد. این فیلتر برای مدل‌های خطی سیستم حل بهینه‌ای از مسئله ارائه می‌نماید. بر همین اساس، بهینه بودن این فیلتر به خطی بودن دینامیک سیستم بستگی داشته و در مواردی که از آن برای سیستم‌ها با دینامیک غیرخطی استفاده می‌شود،

عملکرد آن به علت خطی شدن مدل محدود می‌شود و احتمال واگرایی تخمین پیش می‌آید. با توجه به اینکه در دینامیک طولی خودرو تمام روابط نسبت به متغیرهای حالت غیرخطی بوده و خطاها و عدم قطعیت‌های تأثیرگذار بر فرآیند و داده‌های اندازه‌گیری نامعلوم است، بنابراین نیاز به طراحی تخمین‌زن غیرخطی در این سیستم است. به همین منظور الگوریتم‌های مختلف تخمین براساس ساختار فیلتر کالمن برای تخمین متغیرهای حالت دینامیکی خودرو همانند فیلتر کالمن توسعه یافته [۶، ۷]، فیلتر کالمن توسعه یافته تطبیقی [۸]، فیلتر کالمن آنستنت [۵، ۹] توسط محققان استفاده شده است. استفاده از فیلتر مد لغزشی [۱۰]، افق در حرکت [۱۱] و فیلترهای تعویضی [۱۲] نیز در کارهای دیگر توسط محققان ارائه شده‌اند.

یکی از نکات مهم در کارهای ارائه شده در بالا این است که قیود فیزیکی سیستم مورد بحث قرار نگرفته و مسئله تخمین به صورت نامقید مطرح شده است. این در حالی است که برخی از حالت‌ها و پارامترهای تخمینی همچون ضریب اصطکاک و لغزش چرخ، محدوده مشخص و مقیدی دارند. به همین منظور در این مقاله در یک رویکرد جدید و به منظور ارائه داده‌های قابل اطمینان و افزایش دقت تخمین‌زن، قیود فیزیکی در فرآیند تخمین بهینه مورد استفاده قرار خواهد گرفت. بدین ترتیب ضمن طراحی فیلتر کالمن توسعه یافته برای سیستم ترمز ضدقفل، الگوریتم این تخمین‌زن چنان اصلاح می‌گردد تا تأثیر قیود فیزیکی مربوط به ضریب اصطکاک جاده و لغزش چرخ در آن لحاظ شود. برای طراحی تخمین‌زن مقید، لازم است مدل دینامیکی سیستم ترمز و قیود حاکم به شکل جدیدی ارائه گردد. عملکرد تخمین‌گر مقید طراحی شده در مقایسه با حالت نامقید متداول مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد. اهمیت طراحی تخمین‌گر مقید در حضور قیود فیزیکی سیستم در کاربردهایی نظیر موتورهای القایی و توربین گازی قبلاً مورد بحث قرار گرفته است [۱۳-۱۵]. در ادامه‌ی طراحی تخمین‌گر مقید برای سیستم ترمز ضدقفل در این مقاله، یک کنترل کننده غیرخطی مبتنی بر پیش‌بین نیز برای محاسبه‌ی گشتاور ترمزی طراحی می‌گردد تا با استفاده از اطلاعات تخمین، گشتاور ترمزی را کنترل کرده و از لغزش تایر و قفل شدن آن جلوگیری نماید. برای کاهش خطای ناشی از تخمین مقید در عملکرد کنترلی و دیگر نامعینی‌های موجود در سیستم کنترلی، تکنیک فیدبک انتگرالی به کنترل کننده طراحی شده اضافه می‌گردد.

$$E^* = \frac{E}{B}, \quad E = a_6 F_z^2 + a_7 F_z + a_8$$

این نکته لازم به ذکر می باشد، که ضرایب نیروهای طولی تابر توابعی از ضریب لغزش، ضریب اصطکاک و نیروهای عمودی تابر می باشند. همچنین در طول ترمزگیری لغزش طولی تابر به صورت معادله ی زیر بیان می شود [۱۷]:

$$\lambda = 1 - \frac{R\omega}{V} \quad (۴)$$

با توجه به نیاز برای تخمین ضریب اصطکاک جاده  $\mu$ ، این پارامتر با مقدار ثابت در کنار سرعت خودرو  $V$  و سرعت زاویه ای چرخ  $\omega$  به عنوان متغیرهای حالت سیستم بصورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$x_1 = V, x_2 = \omega, x_3 = \mu \quad (۵)$$

بدین ترتیب مدل فضای حالت با در نظر گرفتن  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$  به عنوان بردار حالت سیستم به صورت معادلات زیر نوشته می شود:

$$\dot{x}_1 = f_1(x) \quad (۶)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x, T_b) \quad (۷)$$

$$\dot{x}_3 = 0 \quad (۸)$$

که در آن،

$$f_1(x) = -F_x/m_t$$

$$f_2(x, T_b) = \frac{1}{I_t}(RF_x - T_b)$$

با توجه به قابل اندازه گیری بودن شتاب طولی  $a_x$  و سرعت زاویه ای چرخ  $\omega$ ، خروجی های سیستم بصورت زیر در نظر گرفته می شوند:

$$y = \begin{bmatrix} \omega \\ a_x \end{bmatrix} \quad (۹)$$

با در نظر گرفتن گشتاور ترمزی به عنوان ورودی سیستم،  $u = T_b$  معادلات حالت گسسته شده ی سیستم با اضافه شدن نویزهای اندازه گیری و فرآیند به صورت زیر نوشته می شوند:

$$x_k = \varphi(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1} \quad (۱۰)$$

$$y_k = h(x_k) + v_k \quad (۱۱)$$

که در آن  $w_k \sim (0, R_k)$  و  $v_k \sim (0, Q_k)$  نویز اندازه گیری و نویز فرآیند هستند که بصورت سفید با میانگین صفر و کوواریانس به ترتیب  $R_k$  و  $Q_k$  می باشند.

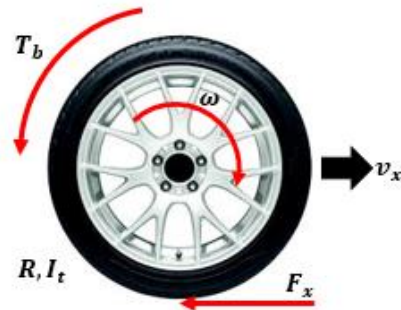
### ۳- طراحی فیلتر کالمن تعمیم یافته

در این پژوهش از یک فیلتر کالمن توسعه یافته برای تخمین متغیرهای حالت و پارامترهای مورد نیاز کنترل کننده ترمز ضد قفل استفاده می شود. تخمین زن کالمن توسعه یافته در دو گام به روزرسانی زمان و به روزرسانی اندازه گیری پیاده سازی می شود. در گام اول ماتریس کواریانس تخمین  $(P_k^-)$  و تخمین متغیر حالت به شکل زیر به روزرسانی می شوند [۱۸]:

به منظور ارزیابی الگوریتم ارائه شده در این مقاله، از مدل یک چهارم خودرو با مدل تابر جادویی استفاده شده است. در ادامه به تخمین متغیرهای حالت دینامیک طولی خودرو براساس تخمین زن مقید پرداخته می شود و در نهایت از یک کنترل کننده بهینه غیرخطی مبتنی بر فیدبک انتگرال برای حفظ لغزش طولی در محدوده مناسب استفاده شده است. به صورت خلاصه، اهداف و نوآوری های این پژوهش شامل توسعه ی الگوریتم تخمین مقید برای تخمین ضریب اصطکاک جاده و لغزش چرخ با استفاده از تصحیح و مقید کردن فیلتر کالمن توسعه یافته در کنار طراحی کنترل کننده ی پیش بین با اضافه کردن تکنیک فیدبک انتگرال جهت کاهش خطای ناشی از تخمین می باشد.

### ۲- مدلسازی

در این مطالعه، به منظور بیان رفتار خودرو در هنگام ترمزگیری از مدل یک چهارم خودرو مطابق شکل ۱ استفاده شده است. این مدل دارای ۲ درجه آزادی است و در مطالعات مختلف برای طراحی کنترل کننده و تخمین گر مورد استفاده قرار گرفته است [۳] با توجه به شکل ۱، معادلات (۱) و (۲) به عنوان معادلات حاکم برای این مدل می باشند.



شکل ۱: دیاگرام آزاد مدل یک چهارم خودرو

$$\dot{V} = \frac{-F_x}{m_t} \quad (۱)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{I_t}(RF_x - T_b) \quad (۲)$$

که در آن  $m_t$  جرم یک چهارم خودرو،  $R$  شعاع چرخ،  $I_t$  ممان اینرسی،  $F_x$  نیروی طولی تابر،  $\omega$  سرعت زاویه ای چرخ  $V$  سرعت طولی خودرو و  $T_b$  گشتاور ترمزی می باشد. براساس معادله (۳) برای محاسبه ی نیروی طولی تابر از مدل فرمول جادویی تابر استفاده می شود، که متغیرهای آن در برگیرنده ضریب اصطکاک جاده می باشد [۱۶].

$$F_x = Z^* \sin[C^* \tan^{-1}(B^*(1-E)\lambda) + E^* \tan^{-1}(B^*\lambda)] \quad (۳)$$

که در آن،

$$Z^* = \mu(a_1 F_z^2) + a_2 F_z, \quad B^* = (2 - \mu)B,$$

$$C^* = 1.65, \quad B = \frac{a_3 F_z^2 + a_4 F_z}{C^* Z^* e^{a_5 F_z}}$$

$$\hat{x}_k^+ = \underset{x}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{2} (x - \hat{x}_k^+)^T W (x - \hat{x}_k^+) \quad (21)$$

$$\text{subject to} \quad Dx \leq d$$

که در این رابطه  $\hat{x}_k^+$  نتیجه نهایی تخمین پس از اعمال قید و ماتریس ضرایب وزنی می‌باشد. همانطور که مسئله بهینه‌سازی فوق نشان می‌دهد در صورت برآورده شدن قید نیازی به حل مسئله مقید نیست چرا که پاسخ این مسئله با تخمین بدست آمده از فیلتر کالمن یکسان می‌باشد. ولی اگر قید برآورده نشود مسئله فوق در جست و جوی متغیر حالت در مرز قید و نزدیک ترین فاصله تا تخمین می‌باشد. بنابراین قید ناساوی در (۲۱) به قید تساوی به فرم  $Dx = d$  تبدیل می‌شود. با اعمال ضرایب لاگرانژ، تابع هزینه تعمیم یافته بصورت زیر تبدیل خواهد شد:

$$\Omega(x, \kappa) = \frac{1}{2} (x - \hat{x}_k^+)^T W (x - \hat{x}_k^+) + \kappa^T (Dx - d) \quad (22)$$

شرایط لازم برای بهینه‌سازی تابع هزینه فوق مطابق روابط زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \Omega(x, \kappa)}{\partial x} = W(x - \hat{x}_k^+) + D^T \kappa = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial \Omega(x, \kappa)}{\partial \kappa} = (Dx - d) = 0 \quad (24)$$

با حل دو معادله (۲۳) و (۲۴)، مقدار ضریب لاگرانژ و تخمین مقید  $\hat{x}_k^+$  از روابط زیر بدست می‌آیند [۱۹]:

$$\kappa = (DW^{-1}D^T)^{-1}(D\hat{x}_k^+ - d) \quad (25)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^+ - W^{-1}D^T(DW^{-1}D^T)^{-1}(D\hat{x}_k^+ - d) \quad (26)$$

اگر نوزدهای فرآیند و اندازه‌گیری گوسی باشند و  $W = I$  انتخاب شود تخمین حداقل مربعات حالت برای مسئله مقید بدست می‌آید. بطور کلی در نظر گرفتن قیود حالت در طراحی تخمین گر به منظور تخمین متغیرهای حالت، اطلاعات اضافی کمکی برای طراح ارائه می‌دهد و قابلیت اطمینان تخمین را افزایش می‌دهد.

بر اساس الگوریتم فوق، در ادامه به ارائه قیود مناسب برای ضریب لغزش طولی و ضریب اصطکاک پرداخته می‌شود تا الگوریتم تخمین مقید برپایه فیلتر کالمن توسعه یافته برای سیستم ترمز ضدقفل استخراج گردد. در همین راستا، دو قید برای ضریب لغزش طولی و ضریب اصطکاک در حالت ترمزگیری، به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$0 \leq \mu \leq 1 \quad (27)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad (28)$$

معادله (۲۷) قیدی خطی از متغیرهای حالت تعریف شده می‌باشد، اما برای معادله قید دوم (۲۸) با توجه به این که ضریب لغزش به صورت توابعی غیرخطی از حالت‌های تعریف شده بیان می‌گردد، قید برای این متغیر به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$0 \leq g(x) = 1 - \frac{Rx_2}{x_1} \leq 1 \quad (29)$$

$$P_k^- = \eta_k Q_{k-1} \eta_k^T + \psi_k P_{k-1}^+ \psi_k^T \quad (12)$$

$$\hat{x}_k^- = \varphi_{k-1}(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \quad (13)$$

که در آن  $\eta_k$  و  $\psi_k$  ماتریس‌های ژاکوبین بوده و به شکل زیر تعریف می‌شوند [۱۸]:

$$\psi_k = \left. \frac{\partial \varphi_k}{\partial x} \right|_{\hat{x}_{k-1}^+} \quad (14)$$

$$\eta_k = \left. \frac{\partial \varphi_k}{\partial w} \right|_{\hat{x}_{k-1}^+} \quad (15)$$

لازم به ذکر است  $\hat{x}_k^-$  تخمین متغیر حالت در شاخص زمانی  $k$  ام قبل از اعمال اندازه‌گیری‌ها و  $\hat{x}_k^+$  تخمین متغیر حالت در شاخص زمانی  $k$  ام بعد از اعمال اندازه‌گیری‌ها است.

در مرحله به‌روزرسانی اندازه‌گیری، ابتدا بهره کالمن ( $K_k$ ) محاسبه شده سپس بردار تخمین متغیرهای حالت و ماتریس کواریانس تخمین به شکل زیر به‌روزرسانی می‌شود [۱۸]:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + M_k R_k M_k^T)^{-1} \quad (16)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k [y_k - h_k(\hat{x}_k^-, 0)] \quad (17)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (18)$$

که در آن  $H_k$  و  $M_k$  به شکل زیر تعریف می‌شوند [۱۸]:

$$H_k = \left. \frac{\partial h_k}{\partial x} \right|_{\hat{x}_k^-} \quad (19)$$

$$M_k = \left. \frac{\partial h_k}{\partial v} \right|_{\hat{x}_k^-} \quad (20)$$

بايد توجه نمود که در این بخش، الگوریتم تخمین در شکل متداول خود و به حالت نامقید ارائه شده و قیود فیزیکی سیستم در فرآیند طراحی در نظر گرفته نمی‌شوند. اما از آنجایی که ضریب اصطکاک و لغزش چرخ همواره برپایه برخی قیود استوار هستند، استفاده از الگوریتم تخمین مقید موجب افزایش دقت و قابلیت اطمینان در فرآیند تخمین متغیرهای حالت می‌شود. در ادامه به ارائه الگوریتم تخمین مقید در فیلتر کالمن توسعه یافته با قیود پرداخته می‌شود.

#### ۴- طراحی تخمین گر مقید

چنانچه قید بر روی متغیر حالت به شکل استاندارد  $D\hat{x}_k^+ \leq d$  تعریف شود که در آن  $D$  ماتریس با ابعاد متناسب و  $d$  کران قید می‌باشد، برای بهره‌گیری از اطلاعات قید در تخمین گر بایستی تصحیحاتی در الگوریتم فیلتر کالمن صورت گیرد. یکی از رویکردهایی که بدین منظور مورد استفاده قرار می‌گیرد روش تصویر کردن تخمین نامقید فیلتر کالمن به سطح قید می‌باشد [۱۹، ۲۰]. این روش از فضای مجاز که قیدها برآورده می‌شوند، متغیر حالتی که کمترین فاصله را تا تخمین فیلتر کالمن دارد، به عنوان نتیجه تخمین ارائه می‌دهد. بنابراین تخمین مقید با حل مسئله بهینه سازی زیر حاصل می‌شود [۱۹]:

که در آن،

$$\beta(x) = -\frac{1}{V} \left[ \frac{F_x}{m_t} (1 - \lambda) + \frac{R^2}{I_t} F_x \right] \quad (34)$$

برای طراحی کنترل کننده سیستم ترمز از روش کنترل بهینه مبتنی بر پیش بین با رویکرد ارزان استفاده شده است. این روش که بر اساس پیش بینی یک گام به جلو از مدل پیوسته سیستم غیرخطی استفاده می کند، با موفقیت در کارهای قبلی نویسندگان در عدم حضور تخمین گر مورد استفاده قرار گرفته است [3-1]. در این مقاله همان رویکرد قبلی استفاده خواهد شد ولی برای افزایش مقاومت کنترل کننده در حضور تخمین گر، تکنیک فیدبک انتگرالی اضافه شده و آنالیز خطا ارائه خواهد شد.

برای مسئله ردیابی در حالت کنترل ارزان با ضریب وزنی صفر روی ورودی کنترلی، تابع هزینه ای به شکل زیر تعریف می شود:

$$J = \frac{1}{2} [\lambda(t+h) - \lambda_d(t+h)]^2 \quad (35)$$

که در آن  $\lambda_d$  مقدار لغزش طولی مطلوب برای داشتن نیروی ترمزی مطلوب می باشد.

بر اساس معادله (35) این تابع هزینه بر اساس لغزش چرخ برای بازه زمانی بعدی،  $\lambda(t+h)$  تعریف می شود. به همین منظور لازم است در هر لحظه پاسخ غیرخطی لغزش برای بازه زمانی بعدی،  $\lambda(t+h)$  توسط بسط سری تیلور پیش بینی شده و سپس دستور کنترل فعلی  $T_b(t)$  بر اساس حداقل کردن تابع هزینه (35)، بدست می آید. در اینجا  $h$  زمان پیش بینی یا افق پیش بین بوده و یک عدد مثبت حقیقی می باشد.

در ابتدا  $\lambda(t+h)$  به وسیله سری تیلور مرتبه  $k$ -ام در زمان  $t$  به صورت زیر بسط داده می شود:

$$\lambda(t+h) = \lambda(t) + \frac{h}{1!} \dot{\lambda}(t) + \frac{h^2}{2!} \ddot{\lambda}(t) + \dots + \frac{h^k}{k!} \lambda^{(k)}(t) \quad (36)$$

در معادله (36) مرتبه بسط  $k$  که مشخص کننده بالاترین مرتبه مشتق خروجی استفاده شده در پیش بینی است، به صورت زیر تعیین می شود:

$$k = \rho + r \quad (37)$$

به طوری که  $\rho$  درجه نسبی متغیر مورد نظر بوده و  $r$  مرتبه کنترلی می باشد [21]. مرتبه کنترلی نشان دهنده میزان تغییرات انرژی کنترلی در بازه پیش بین است. به طور معمول، مرتبه کنترل به عنوان یک پارامتر آزاد طراحی بوده و با مشخصات سیستم کنترلی و محدودیت های انرژی کنترلی توسط طراح تعیین می گردد. برای رسیدن به یک انرژی کنترلی پایین و جلوگیری از پیچیدگی قانون کنترلی، باید تا حد امکان مقدار مرتبه کنترلی حداقل انتخاب شود. در این مقاله برای رسیدن به یک انرژی کنترلی پایین، مرتبه کنترلی صفر در نظر گرفته شده به طوری که انرژی کنترلی در بازه پیش بینی ثابت مانده و مشتقات ورودی کنترلی در پیش بینی خروجی ظاهر نمی شود.

در ادامه با خطی سازی قیود غیرخطی در (29)، قیود بالا و پایین ضریب لغزش به فرم استاندارد و خطی زیر تعریف می شود:

$$g'(\hat{x}_k^-)x \leq 1 - g(\hat{x}_k^-) + g'(\hat{x}_k^-)\hat{x}_k^- \quad (30)$$

$$-g'(\hat{x}_k^-)x \leq 1 + g(\hat{x}_k^-) - g'(\hat{x}_k^-)\hat{x}_k^- \quad (31)$$

که در آن،

$$g'(\hat{x}_k^-) = \left[ \frac{R\hat{x}_{1k}^-}{(\hat{x}_{1k}^-)^2}, -\frac{R}{\hat{x}_{1k}^-}, 0 \right]$$

در نهایت با ترکیب قیود (27) و قیود (30) و (31)، ماتریس  $D$  و حد بالای این قیود در فرم  $Dx \leq d$ ، به شکل استاندارد زیر تعریف می شوند:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ \frac{R\hat{x}_{2k}^-}{(\hat{x}_{1k}^-)^2} & -\frac{R}{\hat{x}_{1k}^-} & 0 \\ -\frac{R\hat{x}_{2k}^-}{(\hat{x}_{1k}^-)^2} & \frac{R}{\hat{x}_{1k}^-} & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$d = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 - g(\hat{x}_k^-) + g'(\hat{x}_k^-)\hat{x}_k^- \\ 1 + g(\hat{x}_k^-) - g'(\hat{x}_k^-)\hat{x}_k^- \end{bmatrix}$$

پس از تخمین متغیرهای حالت، در ادامه به ارائه یک الگوریتم مناسب کنترلی برای سیستم ترمز ضدقفل پرداخته می شود.

## 5- طراحی کنترل کننده غیرخطی مبتنی بر پیش بین

به منظور حفظ لغزش طولی تایر در یک محدوده مطلوب و جلوگیری از قفل شدن تایر، ارائه یک الگوریتم مناسب کنترلی از اهمیت ویژه ای برخوردار می باشد. به طور خلاصه، در توسعه یک قانون کنترلی مناسب برای سیستم ترمز ضد قفل موارد زیر از اهمیت بالایی برخوردار است:

- قانون کنترلی باید بتواند از عهده اثرات غیرخطی دینامیک خودرو و با موفقیت برآید. در این راستا استفاده از یک قانون کنترلی مبتنی بر مدل غیرخطی ضروری است.
- قانون کنترلی باید بتواند از قوام خوبی در مقابل نامعینی های مدل برخوردار باشد. این نامعینی ها می تواند ناشی از تغییر پارامترهای مدل و همچنین دینامیک مدل نشده باشد.
- قانون کنترلی باید به شکلی توسعه یابد که محاسبه و پیاده سازی آن آسان باشد. بنابراین توسعه قوانین کنترلی به شکل تحلیلی و بسته از اهمیت زیادی برخوردار است.

از آنجایی که هدف، کنترل مقدار لغزش طولی چرخ  $\lambda$  می باشد لازم است که معادلات بر حسب لغزش طولی نوشته شود. از این رو، با مشتق گیری از رابطه (4) نسبت به زمان و جایگذاری معادلات (1) و (2) در آن،  $\dot{\lambda}$  به شکل زیر ارائه می شود:

$$\dot{\lambda} = \beta(x) + R \frac{T_b}{I_t V} \quad (33)$$

معادله (۴۷) نشان دهنده‌ی آن است که مقدار خطای ردیابی ناشی از نامعینی‌های مدل‌سازی و خطای تخمین به صورت یکتواخت در تمام زمان‌ها محدود بوده و به مجموعه بسته  $|e_\lambda| \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \Phi h$  میل می‌کند. بنابراین با کاهش زمان پیش‌بین، امکان کاهش خطای ردیابی وجود دارد. با در نظر گرفتن هر  $\varepsilon > 0$  با انتخاب  $0 < h < \sqrt{3}\varepsilon/2\Phi$  در قانون کنترلی می‌توان نشان داد که  $|e_\lambda| \leq \varepsilon$ . بنابراین پایداری کنترل‌کننده با فرضیات مطرح شده در حالت طراحی شده از دیدگاه لیاپانوف قابل اثبات می‌باشد.

## ۶- طراحی کنترل‌کننده با اضافه شدن تکنیک فیدبک انتگرال

در این مقاله به منظور کاهش خطا در سیستم کنترلی، از تکنیک فیدبک انتگرالی در ترکیب با کنترل‌کننده طراحی شده استفاده می‌گردد. در این راستا انتگرال لغزش طولی  $(p = \int \lambda dt)$  به شکل زیر به معادلات حالت سیستم اضافه می‌شود:

$$\dot{p} = \lambda \quad (48)$$

بنابراین متغیرهای کنترلی سیستم  $y = [\lambda \ p]^T$  در نظر گرفته می‌شود.

با تعریف خطای ردیابی انتگرال لغزش طولی به صورت  $e_p = p(t) - p_d(t)$  شاخص عملکرد به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$J = \frac{1}{2} w_1 [\lambda(t+h) - \lambda_d(t+h)]^2 + \frac{1}{2} w_2 [p(t+h) - p_d(t+h)]^2 \quad (49)$$

در رویکردی مشابه با حالت قبل، با استفاده از بسط تیلور خروجی‌های سیستم برای زمان‌های آینده بسط داده شده و پس از جاگذاری آن‌ها در شاخص عملکرد (۴۹) و اعمال شرط بهینگی، قانون کنترلی به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$T_b(t) = -\frac{VI_t}{Rh} \alpha_1 \left[ (\alpha_2) e_\lambda + (\alpha_3) e_p + h \left( \frac{1}{\alpha_1} \right) (\beta - \dot{\lambda}_d) \right] \quad (50)$$

که در آن،

$$\alpha_1 = \frac{1}{1 + 0.25vh^2}, \quad \alpha_2 = 1 + 0.5vh^2$$

$$\alpha_3 = 0.5vh, \quad v = \frac{w_2}{w_1} \geq 0$$

با جایگذاری قانون کنترلی (۵۰) در معادلات سیستم، معادلات خطا به شکل زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\dot{e}_\lambda + \frac{\alpha_1 \alpha_2}{h} e_\lambda = -\frac{\alpha_1 \alpha_3}{h} e_p + (\beta - \dot{\lambda}_d) \quad (51)$$

تابع  $\beta(x)$  در معادله (۵۱) شامل نیروهای تابر با خاصیت اشباع بوده و تغییر علامت نمی‌دهد. لذا ترم  $(\beta(x) - \dot{\lambda}_d)$  همواره مثبت یا همواره منفی است. بنابراین براساس معادله (۴۳) عبارت مثبت برای  $(\beta(x) - \dot{\lambda}_d)$  موجب ایجاد خطای مثبت  $e_\lambda$  می‌شود و برعکس از

از آنجایی که طبق معادله معادله (۳۳) درجه نسبی سیستم برابر یک می‌باشد،  $p = 1$ . از سری تیلور مرتبه ۱ برای خروجی استفاده خواهد شد.

$$\lambda(t+h) = \lambda(t) + h \left\{ \beta(x) + R \frac{T_b}{I_t V} \right\} \quad (38)$$

بر همین اساس خروجی مطلوب نیز به شکل زیر بسط داده می‌شود:

$$\lambda_d(t+h) = \lambda_d(t) + h \dot{\lambda}_d \quad (39)$$

با جایگزینی معادله (۳۹) و (۳۸) در تابع هزینه (۳۵) و اعمال شرط بهینگی،  $\frac{\partial J}{\partial T_b} = 0$ ، ورودی کنترلی به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$T_b(t) = -\frac{VI_t}{Rh} [e_\lambda + h(\beta(x) - \dot{\lambda}_d)] \quad (40)$$

$e_\lambda$  نیز خطای ردیابی در لحظه‌ی فعلی می‌باشد:

$$e_\lambda = \lambda - \lambda_d \quad (41)$$

برای ارزیابی کنترل‌کننده لغزش طولی و استخراج معادله دینامیکی خطا در حالت حلقه بسته، قانون کنترلی (۴۰) را که مبتنی بر مدل نامی است به مدل واقعی (۳۳) به صورت زیر اعمال می‌کنیم:

$$\dot{\lambda} = \beta(x) - \frac{1}{h} [(e_\lambda) + h(\beta(x) - \dot{\lambda}_d)] \quad (42)$$

علامت ( $\wedge$ ) نشان دهنده مدل نامی است. معادله فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{e}_\lambda + \frac{1}{h} e_\lambda = \beta(x) - \hat{\beta}(x) \quad (43)$$

تابع  $\hat{\beta}$  که در برگیرنده نیروهای طولی تابر می‌باشد، با توجه به محدود بودن و خاصیت اشباع نیروهای تابر یک تابع محدود و کران‌دار است. در حالت کلی، انحراف  $\beta$  از مدل نامی نیز ناشی از عواملی مانند دینامیک مدل نشده، تغییر در پارامترهای دینامیک خودرو در شرایط مختلف حرکت، تغییر در شرایط جاده و خطای تخمین می‌باشد. بنابراین می‌توان ثابت  $\Phi$  را معرفی کرد به طوری که:

$$|\beta - \hat{\beta}| \leq \Phi \quad (44)$$

در رابطه فوق  $\Phi$  کران بالای نامعینی سیستم را مشخص می‌کند. در ادامه به منظور نشان دادن پایداری سیستم حلقه بسته با دینامیک خطای (۴۳)، تابع کاندید لیاپانوفی به شکل  $L = \frac{1}{2} e_\lambda^2$  ارائه شده و با استفاده از معادله (۴۳) مشتق این تابع نسبت به زمان به شکل زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\dot{L} = -\frac{1}{h} e_\lambda^2 + (\beta - \hat{\beta}) e_\lambda \leq -\frac{1}{h} e_\lambda^2 + \Phi |e_\lambda| \quad (45)$$

ترم دوم در سمت راست معادله (۴۵) می‌تواند به کمک ناتساوی  $ab \leq na^2 + \frac{b^2}{4n}$  برای هر مقدار حقیقی  $a$  و  $b$  و  $n > 0$  جایگزین شود.

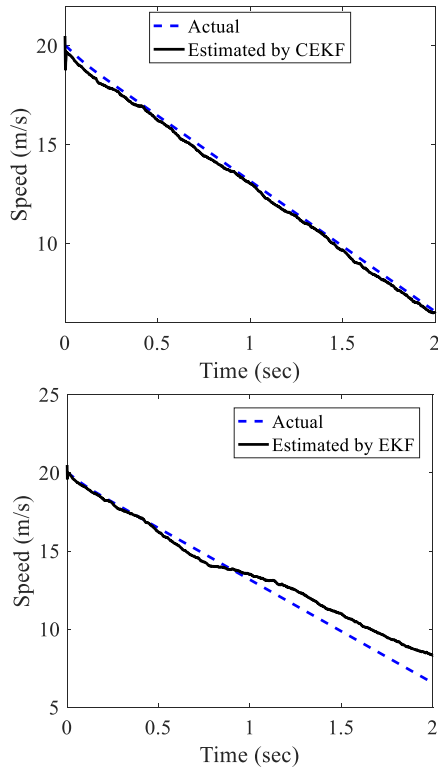
$$n = \frac{1}{4h}$$

$$\dot{L} \leq -\frac{3}{4h} e_\lambda^2 + h\Phi^2 \leq -\frac{3}{2h} L + h\Phi^2 \quad (46)$$

با استفاده از لم مقایسه‌ای [۲۲] و حل معادله دیفرانسیل درجه‌ی یک خواهیم داشت،

$$L = \frac{1}{2} e_\lambda^2 \leq \left[ L(0) - \frac{2h^2}{3} \Phi^2 \right] e^{-\frac{3}{2h}t} + \frac{2}{3} \Phi^2 h^2 \quad (47)$$

بر اساس شکل ۲ فیلتر کالمن مقید از عملکرد بهتری در تخمین سرعت طولی خودرو برخوردار است. در تمامی نتایج ارائه شده EKF نشان دهنده فیلتر کالمن توسعه یافته در شکل معمول خود و CEKF نشان دهنده فیلتر کالمن توسعه یافته مقید می‌باشد.



شکل ۲: مقایسه تخمین سرعت با تخمین گر مقید و تخمین گر نامقید

به منظور مقایسه عملکرد تخمین زن مقید و نامقید، در شکل ۳ نتایج تخمین شتاب طولی حرکت در مقایسه با شتاب طولی واقعی ارائه شده است. این نکته لازم به ذکر می‌باشد که در اینجا، شتاب خطی سیستم به عنوان یکی از خروجی‌های سیستم اندازه‌گیری می‌شود، اما برای نشان دادن دقت تخمین گر لازم است خروجی اندازه‌گیری شده با خروجی تخمینی مقایسه گردد. خروجی تخمینی از روی حالت‌های تخمین زده شده و با استفاده از معادلات سیستم محاسبه می‌گردد. بنابراین پس از تخمین متغیرهای حالت، شتاب تخمینی که از روی حالت‌های تخمینی محاسبه شده، در شکل ۳ نمایش داده می‌شود. نزدیک بودن شتاب اندازه‌گیری شده و شتاب تخمینی نشان دهنده عملکرد مطلوب تخمین زن مقید در مقایسه با تخمین گر نامقید است.

آنجایی هم که  $e_p = \int e_{\lambda} dt$  است، بنابراین دو ترم  $\beta(x) - \hat{\beta}(x)$  و  $e_p$  به خودی خود، هم علامت می‌باشند. حال با توجه به اینکه  $\alpha_1 > 0$  و  $\alpha_3 > 0$  ضرایب مثبتی هستند بنابراین سمت راست معادله (۵۱) دارای دو ترم غیر هم علامت می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در تکنیک فیدبک انتگرال، عبارت سمت راست معادله خطا همواره مقدار کمتری نسبت به حالت بدون فیدبک انتگرال در معادله (۴۳) دارد که در مجموع باعث کاهش قابل توجه خطای ردیابی در اثر نامعینی می‌شود.

## ۷- نتایج شبیه‌سازی

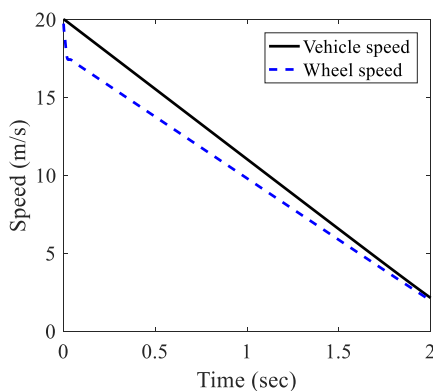
به منظور ارزیابی الگوریتم ارائه شده برای تخمین مقید پارامترها و حالت‌های سیستم همچون ضریب اصطکاک جاده و لغزش طولی چرخ، از یک مدل یک چهارم خودرو با پارامترهای جدول ۱ استفاده شده است. در تمامی شبیه‌سازی‌ها، عملکرد ترمزگیری پس از برداشتن گشتاور موتور، بر روی خودرویی در سرعت اولیه ۲۰ متر بر ثانیه و در جاده‌ای فاقد شیب مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. همچنین در تمامی شبیه‌سازی‌ها، مقدار اصطکاک بین تایر و جاده ۰/۹ فرض می‌شود.

جدول ۱: مقادیر پارامترهای مدل

مقدار	نماد	متغیر
0.3(m)	$R$	شعاع چرخ
1.7(kg.m <sup>2</sup> )	$I_t$	ممان اینرسی تایر
415(kg)	$m_t$	جرم مدل یک چهارم خودرو
0.9	$\mu$	ضریب اصطکاک
20(m/s)	$V_0$	سرعت اولیه
-21.3	$a_1$	پارامترهای مدل تایر
1144	$a_2$	
49.6	$a_3$	
226	$a_4$	
0.069	$a_5$	
-0.006	$a_6$	
0.056	$a_7$	
0.486	$a_8$	

به منظور بررسی عملکرد الگوریتم تخمین زن مقید ارائه شده و اعتبارسنجی آن، در ابتدا نتایج تخمین سرعت طولی خودرو در شکل ۲ ارائه شده است. همچنین به منظور صحت‌سنجی، نتایج این الگوریتم با یک فیلتر کالمن نامقید توسعه یافته مقایسه شده است. در هر دو تخمین زن نویز گوسی سفید با قدرت صفر دسی‌بل و ضریب برابر قرار داده شده است. این نکته لازم به ذکر می‌باشد، که به منظور طراحی یک نویز گوسی با میانگین صفر و قدرت (واریانس) مطلوب در این شبیه‌سازی‌ها، مقدار نسبت سیگنال به نویز هدف ۴۰ دسی‌بل فرض شده است. به همین اساس، متناسب با حسگر مورد استفاده، انحراف معیار به صورت  $\sigma = 10^{-\frac{40}{20}} = 0.01 A_{signal}$  در نظر گرفته می‌شود که در آن  $A_{signal}$  اندازه میانگین مربعات سیگنال می‌باشد.

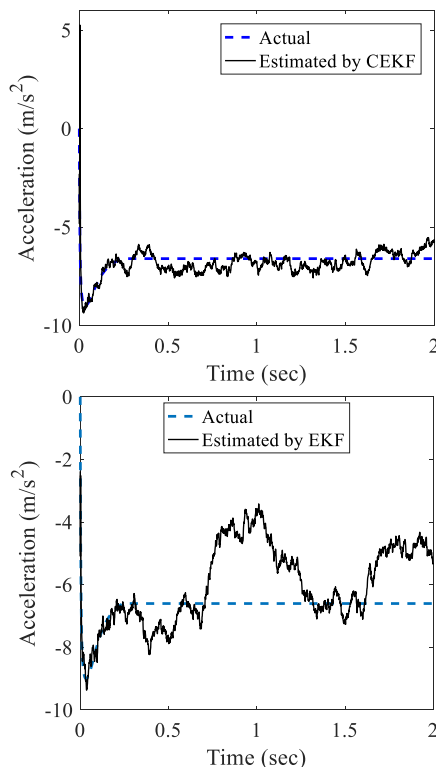
طولی و ضریب اصطکاک تخمین زده شده برای جلوگیری از قفل شدن چرخ تایر و تولید حداکثر نیروی ترمزی استفاده می‌کند. در شکل ۵ نتایج سرعت طولی خودرو در حضور کنترل کننده طراحی شده البته بدون استفاده از تکنیک فیدبک انتگرالی ارائه شده است. براساس شکل ۵ بعد از ۲ ثانیه سرعت طولی خودرو و سرعت چرخ به تقریباً ۲ متر بر ثانیه می‌رسد و با توجه به صفر نشدن سریع سرعت زاویه‌ای از لغزش جلوگیری شده است.



شکل ۵: نمودار سرعت چرخ و سرعت خودرو

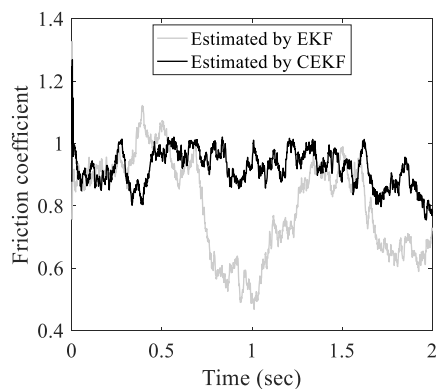
در شکل ۶ و ۷ به ترتیب نتایج ردیابی و خطای ردیابی ضریب لغزش مطلوب در حضور کنترل کننده ارائه شده است. طبق شکل ۶ ضریب لغزش رفته رفته با گذر زمان دارای خطای افزایشی است که دلیل آن افزایش نامعینی‌های سیستم به هنگام کاهش سرعت طولی خودرو می‌باشد که با روابط (۳۴) و (۴۳) مشاهده می‌گردد. این نکته لازم به ذکر می‌باشد، که مقدار مطلوب ضریب لغزش به منظور تولید بیشترین نیروی طولی ترمزی، براساس معادلات نیروی تایر، مقدار  $0.121$  در نظر گرفته می‌شود.

به منظور برطرف کردن خطای ردیابی در کنترل کننده طراحی شده، براساس تحلیل خطای انجام شده در ذیل معادله (۴۷)، می‌توان با کاهش زمان پیش‌بین  $h$ ، مقدار خطا را کاهش داد. در این راستا، نتایج شبیه‌سازی با ۳ مقدار مختلف از زمان پیش‌بین در شکل‌های ۸ و ۹ انجام شده تا میزان تاثیرگذاری تغییرات این پارامتر در خطا و گشتاور کنترلی مورد نیاز بهتر دیده شود. براساس شکل ۸ کاهش زمان پیش‌بین تا یک حد موجب کاهش خطای ردیابی می‌شود. همچنین با توجه به شکل ۹، کاهش زمان پیش‌بین موجب افزایش گشتاور کنترلی می‌شود. در ادامه براساس شکل ۱۰ کاهش بیش از حد زمان پیش‌بین موجب ایجاد پیک در گشتاور کنترلی می‌شود. بنابراین در حالتی که زمان پیش‌بین برابر  $0.02$  در نظر گرفته می‌شود خطای لغزش کمتر می‌شود اما این کاهش خطای لغزش سبب افزایش ناگهانی انرژی کنترلی نیز می‌شود. در نتیجه اگرچه کاهش زمان پیش‌بین تا حدی موجب کاهش خطای ردیابی لغزش مطلوب می‌شود، اما کاهش بیش‌تر زمان پیش‌بین موجب تغییر ناگهانی در گشتاور کنترلی شده که از نظر عملی قابلیت اعمال ندارد. بنابراین در ادامه به ارائه نتایج تکنیک کنترل کننده با فیدبک انتگرالی پرداخته می‌شود.



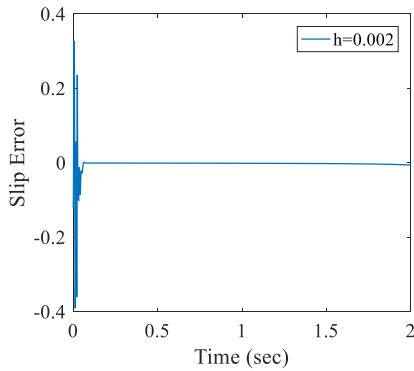
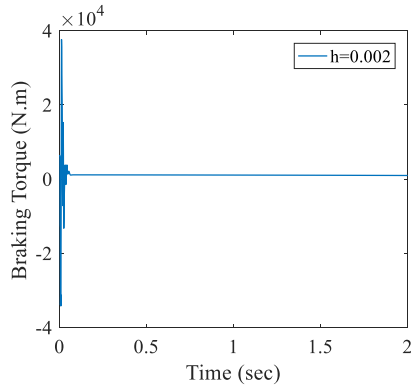
شکل ۳: مقایسه تخمین شتاب با تخمین گر مقید و تخمین گر نامقید

در ادامه عملکرد فیلتر مقید ارائه شده در زمینه تخمین پارامترهای دینامیک خودرو مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. بر همین اساس در شکل ۴ نتایج تخمین ضریب اصطکاک بین تایر و جاده در مقایسه با مقدار واقعی آن ارائه شده است. براساس شکل ۴ الگوریتم تخمین مقید ارائه شده، عملکرد بسیار خوبی نسبت به الگوریتم فیلتر کالمن نامقید در تخمین ضریب اصطکاک ارائه می‌دهد. این عملکرد بخصوص در زمان‌های ارضا قیود مشهود می‌باشد که در آن تخمین گر نامقید نه تنها نتوانسته مقدار  $0.9$  ضریب اصطکاک سیستم را به درستی تخمین بزند، بلکه در برخی زمان‌ها بازه‌ی قیود تعریف شده برای ضریب اصطکاک را نقض کرده و مقدار ضریب اصطکاک را غیرواقعی و حتی بیشتر از یک تخمین می‌زند.



شکل ۴: مقایسه تخمین ضریب اصطکاک با تخمین گر مقید و تخمین گر نامقید

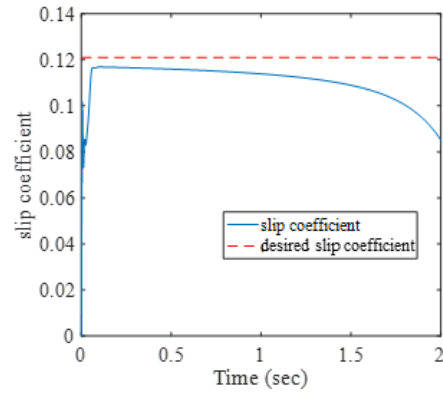
در ادامه نتایج ترکیب تخمین زن و کنترل کننده ارائه می‌شود. همانطور که در بخش طراحی کنترل کننده توضیح داده شد، کنترل کننده از سرعت



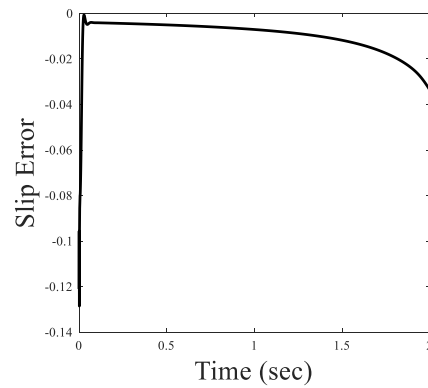
شکل ۱۰: تغییرات انرژی کنترلی و خطا برای مقادیر خیلی کم زمان پیش‌بین

به منظور کاهش خطای ردیابی ضریب لغزش و همچنین جلوگیری از پیک ناگهانی ورودی کنترلی، در ادامه از کنترل کننده با تکنیک فیدبک انتگرالی استفاده می‌شود. نتایج مقایسه دو روش کنترلی در حالت با فیدبک انتگرالی و بدون آن در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ ارائه شده است. این نکته لازم به ذکر می‌باشد، که در این نمودار زمان پیش‌بین برای هر دو روش کنترلی ۰/۰۱ در نظر گرفته شده است. براساس شکل ۱۱ کنترل کننده طراحی شده با تکنیک فیدبک انتگرال نه تنها از خطای لغزش کم‌تری نسبت به حالتی که از فیدبک انتگرال استفاده نمی‌شود، برخوردار است، بلکه براساس شکل ۱۲ پیک گشتاور کنترلی نیز در این روش کاهش یافته است. به منظور مقایسه بهتر دو روش کنترلی، نتایج مقایسه فاصله توقف در جدول ۲ ارائه شده است، براساس جدول ۲ در تکنیک کنترل کننده با فیدبک انتگرالی، فاصله توقف کم‌تر از حالت بدون فیدبک انتگرال می‌باشد.

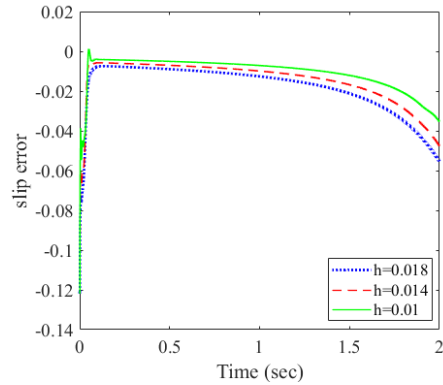
در نهایت به مقایسه نتایج کار حاضر با کنترل کننده طراحی شده در مرجع [۳] پرداخته می‌شود. این نکته لازم به ذکر می‌باشد که کنترل کننده طراحی شده در مرجع [۳] بدون تخمین می‌باشد و در آن خطای تخمین وجود ندارد (حالت ایده‌ال). مقایسه نتایج در حضور و عدم حضور تخمین‌زن در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ ارائه شده است. خطای ردیابی مشاهده شده در شکل ۱۳ ناشی از تخمین می‌باشد. بنابراین نتایج ارائه شده در مقاله حاضر به دلیل در نظر گرفتن تخمین در ساختار خود، از دیدگاه عملی نتایج نزدیک‌تری به واقعیت ارائه می‌دهد.



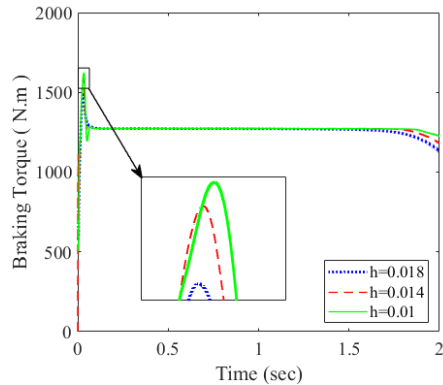
شکل ۶: ضریب لغزش طولی چرخ



شکل ۷: خطای ردیابی لغزش طولی چرخ

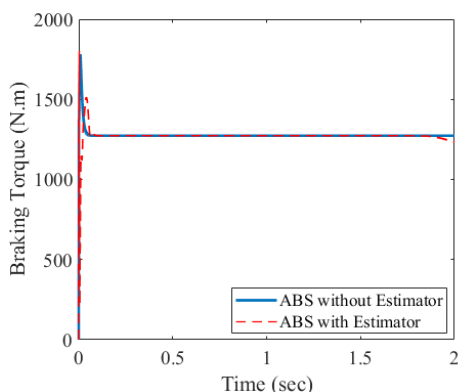


شکل ۸: بررسی خطای لغزش با کاهش زمان پیش‌بین

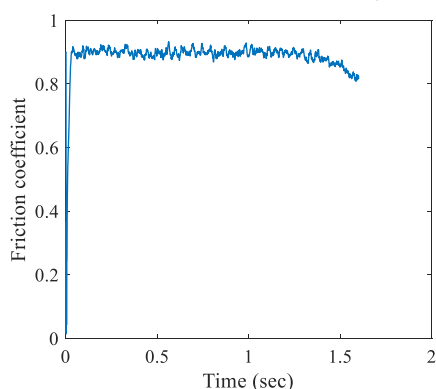


شکل ۹: بررسی گشتاور کنترلی با کاهش زمان پیش‌بین

ارائه شده است. براساس این شکل، تخمین زن مقید عملکرد مطلوبی را در تخمین مقدار واقعی ضریب اصطکاک در حضور نویز قدرت بالا ارائه می‌دهد.

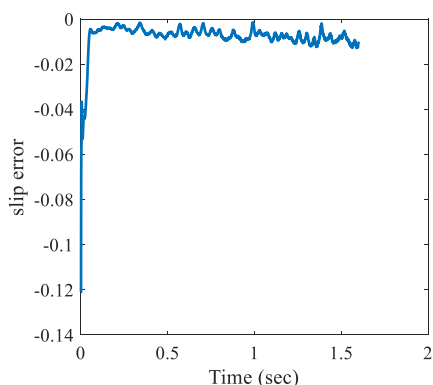


شکل ۱۳: مقایسه گشتاور کنترلی با و بدون تخمین زن

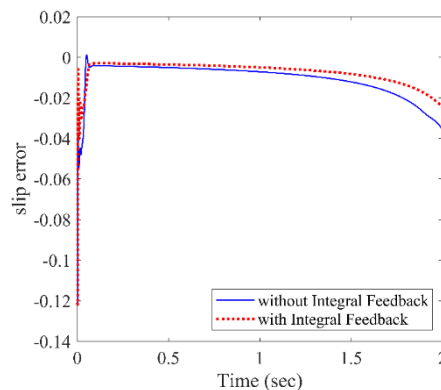


شکل ۱۴: نمودار ضریب اصطکاک

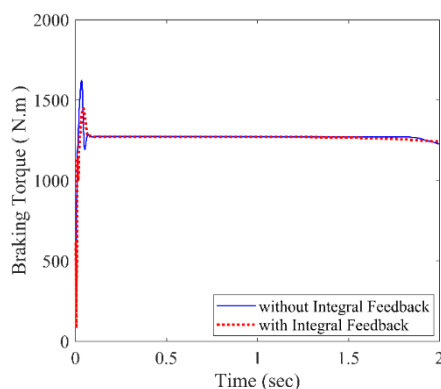
با توجه به کنترل کننده طراحی شده که به منظور نگه داشتن ضریب لغزش نزدیک مقدار مطلوب طراحی شده است شکل ۱۶ نشان می‌دهد این ماموریت با وجود نویز تزریق شده به ساختار کامل سیستم کنترلی به بهترین شکل انجام شده و خطای لغزش همواره نزدیک به صفر می‌باشد. شکل ۱۷ گشتاور ترمزی یا انرژی کنترلی را نشان می‌دهد.



شکل ۱۵: مقایسه خطای ردیابی ضریب لغزش با و بدون تخمین زن



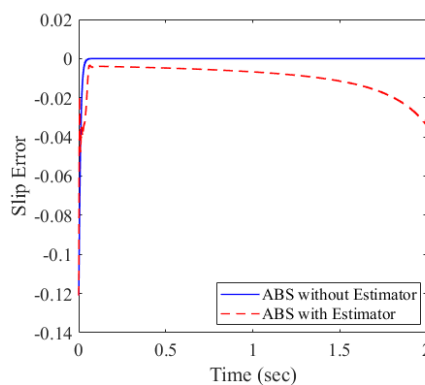
شکل ۱۶: مقایسه خطای لغزش با فیدبک انتگرال و بدون فیدبک انتگرال



شکل ۱۷: مقایسه گشتاور کنترلی، کنترل کننده با فیدبک انتگرال و بدون فیدبک انتگرال

جدول ۲: مقایسه فاصله توقف در دو روش کنترلی

روش کنترلی	فاصله توقف (متر)
کنترل کننده با فیدبک انتگرال	۲۲/۷
کنترل کننده بدون فیدبک انتگرال	۲۴/۸۱

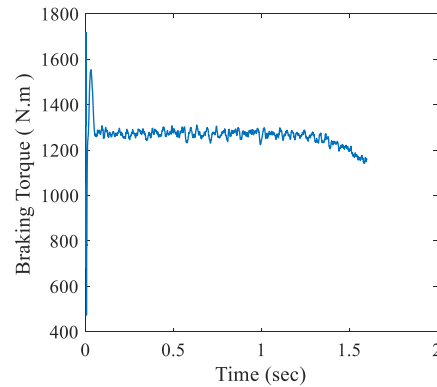


شکل ۱۸: مقایسه خطای ردیابی ضریب لغزش با و بدون تخمین زن

به منظور ارزیابی ساختار کامل کنترلی، شرایط واقعی تر که شامل ترکیب تخمین گر مقید با کنترل کننده‌ای است که در آن از روش فیدبک انتگرال استفاده شده و نویز گوسی سفید به آن اضافه شده است، امتحان می‌گردد. ضریب نویز گوسی سفیدی که در این قسمت استفاده شده برابر ۰/۰۰۵ در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۱۵ نتایج تخمین ضریب اصطکاک

estimation to improve vehicle directional stability". ISA Trans., vol. 80, pp. 513-527.

- [6] Reina, G., & Messina, A. (2019). "Vehicle dynamics estimation via augmented Extended Kalman Filtering". Measurement, vol. 133, pp. 383-395.
- [7] Guo, H., Chen, H., Xu, F., Wang, F., & Lu, G. (2013). "Implementation of EKF for vehicle velocities estimation on FPGA". IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 60, no. 9, pp. 3823-3835.
- [8] Patra, N., & Sadhu, S. (2015, December). "Adaptive Extended Kalman Filter for the state estimation of Anti-Lock Braking System". In 2015 Annual IEEE India Conference (INDICON)(pp. 1-6). IEEE.
- [9] Antonov, S., Fehn, A., & Kugi, A. (2011). "Unscented Kalman filter for vehicle state estimation". Veh. Sys. Dyn., vol. 49, no.9, pp. 1497-1520.
- [10] Rajendran, S., Spurgeon, S. K., Tsampardoukas, G., & Hampson, R. (2019). "Estimation of road frictional force and wheel slip for effective antilock braking system (ABS) control". Int. J. Robust. Nonlin. Control, vol. 29, no.3, pp. 736-765.
- [11] Zhang, W., Wang, Z., Zou, C., Drugge, L., & Nybacka, M. (2019). "Advanced Vehicle State Monitoring: Evaluating Moving Horizon Estimators and Unscented Kalman Filter". IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 68, no. 6, pp. 5430-5442.
- [12] Sun, F., Huang, X., Rudolph, J., & Lolenko, K. (2015). "Vehicle state estimation for anti-lock control with nonlinear observer". Control Eng. Prac., vol. 43, pp. 69-84.
- [13] Laowanitwattana, J., & Uatrongjit, S. (2016, June). "Estimation of induction motor states and parameters based on extended kalman filter considering parameter constraints". In 2016 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM) (pp. 755-760). IEEE.
- [14] Lu, F., Ju, H., & Huang, J. (2016). "An improved extended Kalman filter with inequality constraints for gas turbine engine health monitoring". Aerosp. Sci. Technol., vol. 58, pp. 36-47.
- [15] Joukov, V., Bonnet, V., Venture, G., & Kulić, D. (2015, September). "Constrained dynamic parameter estimation using the extended Kalman filter". In 2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (pp. 3654-3659). IEEE.
- [16] Pacejka, H. Tire and vehicle dynamics. Elsevier, 2005.
- [17] Rajamani, R. Vehicle dynamics and control. Springer Science & Business Media, 2011.
- [18] Simon, D. Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches. John Wiley & Sons, 2006.



شکل ۱۷: گشتاور ترمزی در حضور نویز

## ۸- نتیجه گیری

در این مقاله مقایسه‌ای بین تخمین مقید با تخمین نامقید صورت گرفت و نشان داده شد که تخمین مقید خطای کمتر و به طبع آن دقت بالاتری را ارائه می‌دهد طوری که در حضور نویزهای قدرتمندتر عملکردی بسیار دقیق‌تر از تخمین گر نامقید داراست و در ادامه تخمین گر مقید با کنترل-کننده غیرخطی مبتنی بر پیش‌بین ترکیب شد و نشان داده شد با استفاده از تکنیک فیدبک انتگرال خطایی که ناشی از تخمین و نامعینی‌های مدل-سازی است جبران می‌شود و در واقع کمبدهای مشاهده گر را می‌توان کاهش داد. در ضمن از نوسانی شدن انرژی کنترلی نیز جلوگیری به عمل می‌آید. در آخر در نمونه‌ای به بررسی اثر نویز روی ساختار کامل کنترلی متشکل از تخمین‌گر مقید و کنترل‌کننده با فیدبک انتگرالی اشاره شد و نشان داده شد که در حضور این نویز اختلالی در کارکرد این ساختار به وجود نمی‌آید.

## مراجع

- [1] Aghasizade, S., Mirzaei, M., & Rafatnia, S. (2018). "Novel constrained control of active suspension system integrated with anti-lock braking system based on 14-degree of freedom vehicle model". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, vol. 232, no. 4, pp. 501-520.
- [2] Aghasizade, S., Mirzaei, M., & Rafatnia, S. (2018). "The effect of road quality on integrated control of active suspension and anti-lock braking systems". AUT Journal of Mechanical Engineering, vol. 3, no. 1, pp. 123-135.
- [3] Mirzaeinejad, H., & Mirzaei, M. (2010). "A novel method for non-linear control of wheel slip in anti-lock braking systems". Control Eng. Pract., vol. 18, no. 8, pp. 918-926.
- [4] Mirzaei, M., & Mirzaeinejad, H. (2017). "Fuzzy scheduled optimal control of integrated vehicle braking and steering systems". IEEE/ASME Trans. Mechatron., vol. 22, no. 5, pp. 2369-2379.
- [5] Mirzaeinejad, H., Mirzaei, M., & Rafatnia, S. (2018). "A novel technique for optimal integration of active steering and differential braking with

- [19] Simon, D., & Chia, T. L. (2002). "Kalman filtering with state equality constraints". IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 38, no. 1, pp. 128-136.
- [20] Chia, T. L. (1985). Parameter identification and state estimation of constrained systems (Doctoral dissertation, Case Western Reserve University).
- [21] Chen, W. H., Ballance, D. J., & Gawthrop, P. J. (2003). "Optimal control of nonlinear systems: a predictive control approach". Automatica, vol. 39, no. 4, pp. 633-641.
- [22] Khalil, H. K. Nonlinear control (pp. 33-45). New York: Pearson, 2015.