

# کنترل وضعیت تحمل پذیر عیب نانوماهواره با استفاده از کنترل مد لغزشی نهایی سریع غیر تکین اصلاح شده تطبیقی

سوئل محمدزاده صدیق<sup>۱</sup>، عبدالرضا کاشانی نیا<sup>۲</sup>، سید محمد مهدی دهقان<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران s\_msadigh@mut.ac.ir

<sup>۲</sup> استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران akashaninia@mut.ac.ir

<sup>۳</sup> استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران smmd@mut.ac.ir

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۹/۲۰

ویرایش: ۱۳۹۹/۰۹/۰۵

دریافت: ۱۳۹۹/۰۴/۱۴

**چکیده:** در این مقاله، روش کنترل غیرخطی تحمل پذیر عیب تطبیقی برای ردیابی وضعیت ماهواره با سه گشتاورساز مغناطیسی و یک چرخ عکس‌العملی در حضور نامعینی‌های اینرسی، اغتشاشات خارجی و عیب عملگرها ارائه می‌گردد. ابتدا متغیر سطح لغزش طوری انتخاب می‌شود که از تکینگی جلوگیری کرده و بتواند همگرایی زمان محدود خطای ردیابی وضعیت ماهواره را تضمین کند. سپس، مد لغزشی نهایی سریع غیر تکین اصلاح شده به عنوان روش کنترل وضعیت تحمل پذیر عیب طراحی می‌شود. در ادامه، به منظور بهبود عملکرد سیستم کنترل حلقه بسته، بهره‌کنترلی روش پیشنهادی با استفاده از روش کنترل تطبیقی طراحی می‌شود. بهره‌کنترلی تطبیقی شده مستقل از باندهای بالا و پایین فاکتورهای اثربخشی عملگر طراحی شده است. اثبات پایداری با استفاده از کاندید تابع لیاپانوف نشان می‌دهد، خطای ردیابی وضعیت و سرعت زاویه‌ای به صفر همگرا می‌شوند. برای ارزیابی عملکرد روش ارائه شده، نتایج شبیه‌سازی‌ها با حالت غیرتطبیقی متناظر مقایسه می‌شود. این نتایج نشان‌دهنده عملکرد بهتر روش کنترلی پیشنهادی در ردیابی وضعیت مطلوب، کاهش چشمگیر مدت زمان همگرایی و کاهش چترینگ گشتاور کنترلی است.

**کلمات کلیدی:** ردیابی وضعیت ماهواره، کنترل تحمل‌پذیر عیب، کنترل تطبیقی مد لغزشی نهایی اصلاح‌شده، عیب عملگر، گشتاورساز مغناطیسی.

## Fault tolerant nano-satellite attitude control by adaptive modified nonsingular fast terminal control

Sevil M. Sadigh, Abdorreza Kashaninia, Seyed Mohammad Mehdi Dehghan

**Abstract:** In this paper, an adaptive fault tolerant nonlinear control is proposed for attitude tracking problem of satellite with three magnetorquers and one reaction wheel in the presence of inertia uncertainties, external disturbances, and actuator faults. Firstly, sliding surface variable is chosen based on avoiding the singularity of control signal and guaranteeing the convergence of attitude tracking error to zero in a finite-time. Subsequently, modified non-singular fast terminal sliding mode is designed as fault tolerant control approach. Then, the control gain of reaching law is adaptively designed to improve the performance of proposed controller. The adaptive control gain is designed independent of the upper and lower bounds of the actuator effectiveness factors. Stability proof is performed by Lyapunov function candidate to show that attitude tracking errors and angular velocities are converged to zero. To evaluate the performance of proposed method, simulation results are compared with their non-adaptive version. Outcomes show better performance of the proposed

controller in tracking the desired attitude, a significant reduction in convergence time, and reduction in the chattering of control torque.

**Keywords:** satellite attitude tracking, fault tolerant control, adaptive modified nonsingular fast terminal sliding mode control, actuator fault, magnetorquers.

## ۱- مقدمه

به دلیل هزینه بالای پرتاب و نگهداری، قابلیت اطمینان برای ماهواره‌ها یکی از مهم‌ترین مسائل مورد نظر در طراحی سیستم کنترل وضعیت است. پرواضح است که رخداد عیب‌های عملگر می‌تواند عملکرد سیستم کنترلی را کاهش داده و حتی ممکن است منجر به ناپایداری آن گردد. بر این اساس، در سال‌های اخیر استفاده از روش‌های کنترل تحمل‌پذیر عیب در سیستم‌های کنترل وضعیت ماهواره مورد توجه قرار گرفته است [۱-۴]. از روش‌های FTC متعددی که در دو دهه اخیر برای سیستم کنترل وضعیت ماهواره مورد استفاده قرار گرفته است، می‌توان به کنترل پیش‌بین<sup>۱</sup> [۵]، روش‌های تخصیص کنترل<sup>۲</sup> [۶]، کنترل تطبیقی [۷]، گام به عقب<sup>۳</sup> [۸]، شبکه‌های عصبی [۹]، کنترل مد لغزشی<sup>۴</sup> [۱۰]، کنترل مقاوم  $H_\infty$  [۱۱]، منطق فازی [۱۲] اشاره کرد. بین روش‌های بیان‌شده، SMC یکی از معمول‌ترین روش‌های FTC به شمار می‌روند. این روش در مقابل نامعینی‌ها مقاوم بوده و توانایی حفظ پایداری و کارایی سیستم حلقه بسته در مقابل عیب عملگرها و اغتشاشات خارجی را دارد.

روش SMC زمان محدود برای مسئله ردیابی وضعیت ماهواره در [۱۳] مورد استفاده قرار گرفته است. در [۱۴] نیز روش SMC تطبیقی برای ماهواره انعطاف‌پذیر دارای چرخ عکس‌العملی<sup>۵</sup> پیشنهاد شده است که مقاوم بودن آن با استفاده از بهره  $L_2$  تضمین می‌شود. روش FTC با استفاده از SMC برای پایدارسازی ماهواره در [۱۵] پیشنهاد گردیده است. در این مقاله، علاوه بر عیب عملگرها و اغتشاشات خارجی، نامعینی ماتریس اینرسی نیز در طراحی روش کنترلی مدنظر قرار گرفته است. در [۱۶]، روش کنترل غیرخطی مقاوم با استفاده از SMC به منظور پایدارسازی وضعیت ماهواره با در نظر گرفتن نامعینی‌های ناسازگار، اغتشاشات خارجی و عیب عملگر پیشنهاد شده است. در [۱۷]، روش SMC تطبیقی با ترکیب معیار عملکرد  $H_\infty$  برای ماهواره انعطاف‌پذیر با تراسترهای دارای افزونگی و در حضور اشباع عملگر توسعه داده شده است. در [۱۸]، روش پایدارسازی کنترل تحمل‌پذیر با استفاده از SMC انتگرالی تطبیقی برای مدل خطی تغییرناپذیر با زمان ماهواره با چهار چرخ عکس‌العملی بیان شده است. در [۱۹] نیز یک روش SMC نهایی غیر تکین با توانایی حذف اثر نامطلوب نامعینی‌های اینرسی و اغتشاشات خارجی در حضور اشباع عملگرها مورد بررسی قرار گرفته است. استراتژی FTC با همگرایی زمان محدود با استفاده از روش SMC نهایی سریع غیر تکین تطبیقی برای ردیابی

وضعیت یک ماهواره در [۲۰] پیشنهاد شده است. روش SMC مرتبه اول تطبیقی به‌عنوان کنترل تحمل‌پذیر عیب برای تثبیت ماهواره در حضور عیب عملگر چرخ عکس‌العملی در [۲۱] توسعه داده شده است. رویکرد FTC تطبیقی با استفاده از روش SMC نیز به منظور ردیابی وضعیت یک ماهواره کوچک دارای چهار چرخ عکس‌العملی در [۲۲] طراحی شده است. در [۲۳] روش خطی‌سازی فیدبک گام به عقب به عنوان روش کنترلی مورد استفاده قرار گرفته است که در آن عیب عملگرهای چرخ عکس‌العملی با الگوریتم تطبیقی تخمین زده می‌شوند؛ که به دلیل تخمین عیب، روش مذکور در دسته‌بندی رویکرد فعال قرار می‌گیرد. در [۲۴] نیز روش بازپیکربندی عملگرها به عنوان سیستم جبران عیب برای کنترل وضعیت ماهواره با سه گشتاورساز مغناطیسی و سه چرخ عکس‌العملی ارائه شده است که الگوریتم جداسازی عیب در آن با استفاده از روش الگوریتم درخت عیب صورت می‌گیرد. در [۲۵]، کنترل وضعیت تحمل‌پذیر عیب ماهواره با استفاده از ترکیب دو روش SMC تطبیقی و تخمینگر بایاس ژيروسکوپ انجام گرفته است. در [۲۶]، یک روش تعیین وضعیت تحمل‌پذیر عیب حسگرهای خورشیدی و مغناطیسی برای یک ماهواره سه محوره پیشنهاد شده است. لازم به ذکر است که این مقاله مسئله عیب عملگرها مطرح نشده است. در [۲۷]، روش معکوس دینامیک غیرخطی به عنوان کنترل تحمل‌پذیر عیب برای ردیابی وضعیت ماهواره مورد استفاده قرار گرفته است. در این روش فرض شده است که مقدار شدت عیب در دسترس است بنابراین جزو رویکرد فعال است. همچنین، این روش قادر نیست با نامعینی‌های سیستم مقابله کند.

بررسی این مقالات نشان داد که در برخی از تحقیقات انجام‌یافته، نوع عملگر مورد توجه قرار نگرفته است [۱۳]، [۱۵]، [۱۹]، [۲۰]، [۲۵]، [۲۷]؛ بنابراین روش‌های کنترلی پیشنهادشده برای کاربردهای عملی مناسب نیستند. در تعدادی از تحقیقات بررسی‌شده نیز عملگر چرخ عکس‌العملی یا تراستر مورد استفاده قرار گرفته است اما گشتاورساز مغناطیسی در این تحقیقات مدنظر نبوده است. بعلاوه، در برخی از تحقیقات نیز محدودیت زمانی در طراحی روش کنترلی مورد توجه قرار نگرفته است [۱۴-۱۸]، [۲۱-۲۳]، [۲۸].

با توجه به اهمیت فاکتور زمان در موفقیت مأموریت ماهواره، در این مقاله روش SMC نهایی سریع غیر تکین اصلاح‌شده تطبیقی

<sup>4</sup> Back-Stepping (BS)

<sup>5</sup> Sliding Mode Control (SMC)

<sup>6</sup> Reaction Wheel (RW)

<sup>1</sup> Fault Tolerant Control (FTC)

<sup>2</sup> Model Predictive Control (MPC)

<sup>3</sup> Control Allocation (CA)

$$\mathbf{\theta}^{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_3 & \theta_2 \\ \theta_3 & 0 & -\theta_1 \\ -\theta_2 & \theta_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

سرعت زاویه‌ای ماهواره در دستگاه مداری ( $\omega_{bo}$ ) را می‌توان با استفاده از رابطه زیر به دستگاه بدنی انتقال داد [۳۰]:

$$\omega_{bi} = \omega_{bo} + R\omega_{oi} \quad (3)$$

که در آن، بردار سرعت زاویه‌ای ماهواره در دستگاه مختصات بدنی،  $\omega_{oi} = [0 \quad -\omega_0 \quad 0]^T$ ،  $\omega_0$  فرکانس دوران مداری است که در این مقاله مقدار آن ثابت فرض شده است.  $R$  نیز ماتریس دوران است،  $\|R\| = 1$  و  $\dot{R} = -\omega^{\times}R$  همواره برقرار بوده و مقدار آن از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$R = (q_0^2 - \mathbf{q}^T \mathbf{q})I_{3 \times 3} + 2\mathbf{q}\mathbf{q}^T - 2q_0\mathbf{q}^{\times} \quad (4)$$

## ۲-۲ مدل دینامیکی ماهواره

اگر ماهواره یک جسم صلب در نظر گرفته شود، معادله دینامیکی آن به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۹]:

$$(J_t + \Delta J_s)\dot{\omega}_{bi} = -\omega_{bi}^{\times}(J_t + \Delta J_s)\omega_{bi} + J_w D_1 \Omega_w + \mathbf{u} + \mathbf{d} \quad (5)$$

$$J_w \dot{\Omega}_w = -T_w - J_w D_1^T \dot{\omega}_{bi} \quad (6)$$

در آن،  $\Omega_w$  سرعت عملگر چرخ عکس‌العملی،  $\mathbf{d}$  بردار گشتاور اغتشاشات خارجی نامعلوم،  $\mathbf{u}$  بردار گشتاور تولیدی توسط عملگرهای ماهواره،  $T_w$  گشتاور تولیدی توسط چرخ عکس‌العملی،  $J_t = J_s + \Delta J_s$  نامعینی ماتریس اینرسی ماهواره،  $J_w$  اینرسی عکس‌العملی،  $D_1 J_w D_1^T$  نامعینی ماتریس اینرسی ماهواره و  $D_1$  ماتریس توزیع چرخ عکس‌العملی است.

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، نانوماهواره مذکور دارای سه عملگر گشتاورساز مغناطیسی در سه محور اصلی و یک عملگر چرخ عکس‌العملی در محور  $y$  است. بنابراین، بردار گشتاور کنترلی اعمال‌شده به ماهواره توسط این عملگرها به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\mathbf{u} = D_1 E_w T_w + B E_m \mathbf{m} \quad (7)$$

که در آن،  $E_w$  مقدار اثربخشی چرخ عکس‌العملی است که  $0 < E_w \leq 1$ ،  $\mathbf{m} = [m_x \quad m_y \quad m_z]^T$  بردار ممان مغناطیسی تولیدشده توسط عملگر گشتاورساز مغناطیسی،  $E_m = \text{diag}(e_1, e_2, e_3)$  ماتریس اثربخشی گشتاورسازهای مغناطیسی است و  $0 < e_i \leq 1$ ، همچنین، مقدار یک در  $E_w$  و  $e_i$  بیانگر سالم بودن عملگر

(AMNFTSMC) به منظور ردیابی زمان-محدود وضعیت مطلوب بکار برده شده است. روش بیان‌شده در حضور عیب عملگرها و اغتشاشات خارجی طراحی شده است. همچنین، برای افزایش قابلیت اطمینان سیستم، نامعینی اینرسی نیز در طراحی روش پیشنهادی مدنظر قرار گرفته است. اساس انتخاب متغیر لغزش نیز همگرایی خطای ردیابی وضعیت ماهواره در زمان محدود به صفر و جلوگیری از تکینگی کنترل‌کننده است. به منظور بهبود عملکرد روش مد لغزشی، بهره کنترلی بخش رساننده به صورت تطبیقی طراحی می‌شود. در این حالت، خطای ردیابی و پدیده چترینگ کاهش یافته و همچنین سرعت پاسخ‌دهی سیستم نیز افزایش یافته است. برای بررسی عملکرد روش کنترلی پیشنهادشده، شبیه‌سازی این روش در حضور قیود مذکور و محدودیت عملگرها انجام یافته و نتایج حاصل از این شبیه‌سازی با حالت غیر تطبیقی آن (MNFTSMC) مورد مقایسه قرار گرفته است.

در ادامه به مدل دینامیکی و سینماتیکی ماهواره پرداخته می‌شود و با توجه به نوع و آرایش عملگرها و مدل عیب انتخاب‌شده، مدل دینامیکی مناسب نانوماهواره مذکور بیان می‌گردد. بخش بعدی به طراحی روش کنترلی پیشنهادی می‌پردازد تا با توجه به شرایط و محدودیت‌های در نظر گرفته‌شده، کنترل‌کننده بتواند پایداری و کارایی مطلوب را حفظ کند. در نهایت، با انجام شبیه‌سازی‌های عددی عملکرد روش کنترلی مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفته است. بخش پایانی نیز به بیان نتیجه‌گیری مقاله اختصاص یافته است.

## ۲-۲ مدل سینماتیکی و دینامیکی ماهواره

### ۲-۱ مدل سینماتیکی وضعیت

با توجه به اینکه بیان وضعیت با استفاده از چهارگان‌ها<sup>۲</sup> از به وجود آمدن تکینگی جلوگیری می‌کند، بنابراین از چهارگان‌ها برای نمایش وضعیت ماهواره استفاده شده است که  $q_0$  بخش اسکالر و  $\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T$  بخش برداری چهارگان‌های وضعیت ماهواره هستند بطوریکه رابطه  $q_0^T + \mathbf{q}^T \mathbf{q} = 1$  همواره برقرار است. سینماتیک وضعیت ماهواره برحسب چهارگان‌های وضعیت به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۹]:

$$\begin{aligned} \dot{q}_0 &= -\frac{1}{2} \mathbf{q}^T \dot{\omega}_{bo} \\ \dot{\mathbf{q}} &= \frac{1}{2} (\mathbf{q}^{\times} + q_0 I_3) \omega_{bo} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن،  $\omega_{bo} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$  بردار سرعت زاویه‌ای ماهواره در دستگاه مختصات مداری و  $I_3$  ماتریس همانی  $3 \times 3$  در  $3$  است و برای بردار  $\mathbf{\theta} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3]^T$ ، نماد  $\mathbf{\theta}^{\times}$  بیانگر ماتریس پادمقارن است که به صورت زیر تعریف می‌شود.

<sup>2</sup> Quaternion

<sup>1</sup> Adaptive Modified Nonsingular Fast Terminal Siding Mode Control

بعد از محاسبه سیگنال کنترلی و به‌منظور اعمال آن به عملگرها، ابتدا مقدار ممان مغناطیسی گشتاورسازهای مغناطیسی محاسبه می‌شود. به دلیل تکینگی ماتریس میدان مغناطیسی زمین (B)، ممان مغناطیسی گشتاورسازهای مغناطیسی با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شوند.

$$\mathbf{m} = \frac{B^T}{|\mathbf{b}|^2} \mathbf{u}_c \quad (16)$$

که در آن،  $\mathbf{b}$  بردار میدان مغناطیسی زمین است. با توجه به اینکه عملگر چرخ عکس‌العملی به‌منظور جبران گشتاور موردنیاز برای ردیابی مسیر مطلوب مورد استفاده قرار گرفته است، بنابراین گشتاور این عملگر از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\mathbf{T}_w = D_1(\mathbf{u}_c - \mathbf{B} \cdot \mathbf{m}) \quad (17)$$

### ۴-۲ فرضیات مسئله

(۱) چهارگان‌های وضعیت  $(\mathbf{q}_0, \mathbf{q})$ ، سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره  $(\boldsymbol{\omega}_{bi})$  و سرعت زاویه‌ای چرخ عکس‌العملی  $(\Omega_w)$  قابل دسترس هستند.

(۲) سرعت زاویه‌ای چرخ عکس‌العملی دارای حد اشباع  $\bar{\Omega}_w$  است؛ بطوریکه  $|\Omega_w| \leq \bar{\Omega}_w$  همواره برقرار است.

(۳) گشتاور تولیدشده توسط چرخ عکس‌العملی  $(T_w)$  و ممان‌های مغناطیسی تولیدشده توسط گشتاورسازهای مغناطیسی دارای محدودیت هستند بطوریکه  $|T_w| \leq \bar{T}_w$ ،  $|\mathbf{m}_i| \leq \bar{\mathbf{m}}$  و  $i = 1, 2, 3$ .

(۴) اندازه بردار گشتاور اغتشاشات خارجی نامعین و محدود به یک مقدار معلومی است بطوریکه  $|\mathbf{d}(t)| \leq \bar{\mathbf{d}}$  و  $i = 1, 2, 3$ .

(۵) نامعینی مدل ماهواره متغیر با زمان و دارای حد بالای معلومی است بطوریکه  $|\boldsymbol{\varepsilon}(t, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{q})| \leq \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$  و  $i = 1, 2, 3$ .

### ۳- طراحی کنترل پیشنهادی

در این مقاله، روش AMNFTSMC به‌منظور طراحی قانون کنترل تحمل‌پذیر عیب برای ردیابی وضعیت مطلوب ماهواره مورد استفاده قرار گرفته است. در این روش، سطح لغزش طوری انتخاب شده است که از تکینگی قانون کنترلی دوری کرده و متغیرهای حالت سیستم کنترلی بتوانند سریع‌تر به مقدار مطلوب همگرا شوند. سطح لغزش موردنظر به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۲۰]:

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\omega}_{bo} + \gamma_1 \mathbf{q}_e + \gamma_2 \mathbf{s}_c \quad (18)$$

و مقدار صفر بیانگر خرابی کامل عملگر است. ماتریس B نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & b_z & -b_y \\ -b_z & 0 & b_x \\ b_y & -b_x & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

که در آن،  $(b_x, b_y, b_z)$  بردار میدان مغناطیسی زمین است. مدل ساده‌شده میدان مغناطیس زمین در دستگاه مختصات مداری به‌صورت زیر بدست می‌آید [۲۹، ۳۱]:

$$\mathbf{B}_{orb} = \frac{\mu_e}{r^3} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \sin(i) \\ \cos(i) \\ -2 \sin(\alpha) \sin(i) \end{bmatrix} \quad (9)$$

که در آن،  $\mu_e$  شدت دوقطبی مغناطیسی،  $r$  فاصله از مرکز زمین،  $\alpha$  آرگومان عرض جغرافیایی و  $i$  زاویه میل است.

به‌منظور ساده‌سازی روابط برای استفاده در طراحی کنترل‌کننده، ماتریس F به‌صورت  $\mathbf{F}_i = \mathbf{I} - \mathbf{E}_i$  در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از این تعریف، می‌توان (۷) را به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\mathbf{u} = D_1 \mathbf{T}_w + \mathbf{B} \mathbf{m} - \mathbf{F}_t \quad (10)$$

که در آن،  $\mathbf{F}_t \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  برداری است که به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\mathbf{F}_t = D_1 \mathbf{F}_w \mathbf{T}_w + \mathbf{B} \mathbf{F}_m \mathbf{m} \quad (11)$$

با جایگذاری (۳) و (۱۰) در (۵) و (۶)، معادلات دینامیکی ماهواره را می‌توان برحسب  $\boldsymbol{\omega}_{bo}$  بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} J_t \dot{\boldsymbol{\omega}}_{bo} = & -\boldsymbol{\omega}_{bo}^{\times} (J_t (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) + J_w D_1 \Omega_w) + \mathbf{u}_c + \mathbf{d} - \\ & (\mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi})^{\times} (J_t (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) + J_w D_1 \Omega_w) - \mathbf{F}_t - \\ & (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi})^{\times} \Delta J_s (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) - \\ & \Delta J_s (\boldsymbol{\omega}_{bo} - \boldsymbol{\omega}_{bo}^{\times} \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) + J_t \boldsymbol{\omega}_{bo}^{\times} \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi} \end{aligned} \quad (12)$$

$$J_w \dot{\Omega}_w = -T_w - J_w D_1^T (\boldsymbol{\omega}_{bo} - \boldsymbol{\omega}_{bo}^{\times} \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) \quad (13)$$

اگر عبارت‌های دارای نامعینی با  $\boldsymbol{\varepsilon}$  نشان داده شود، می‌توان (۱۲) را به‌صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} J_t \dot{\boldsymbol{\omega}}_{bo} = & -\boldsymbol{\omega}_{bo}^{\times} (J_t (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) + J_w D_1 \Omega_w) + \mathbf{u}_c + \\ & \mathbf{d} + J_t \boldsymbol{\omega}_{bo}^{\times} \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi} - \mathbf{F}_t - \\ & (\mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi})^{\times} (J_t (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) + J_w D_1 \Omega_w) - \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \quad (14)$$

و بردار  $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi})^{\times} \Delta J_s (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) + \Delta J_s (\boldsymbol{\omega}_{bo} - \boldsymbol{\omega}_{bo}^{\times} \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) \quad (15)$$

۳-۲ ممان مغناطیسی گشتاورساز مغناطیسی و گشتاور چرخ

عکس‌العملی

که در آن،  $\tilde{H} = H - \hat{H}$  است. مشتق زمانی تابع لیاپانوف مذکور به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{J}}_t \mathbf{S} + \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{J}}_t \dot{\mathbf{S}} + \frac{1}{\mu} \tilde{H}^T (-\dot{\hat{H}}) \quad (26)$$

با جایگذاری مشتق زمانی مرتبه اول متغیر لغزش بیان‌شده در رابطه (۱۸)، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{J}}_t (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{bo} + \gamma_1 (\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d) + \\ & \gamma_2 \text{diag}(ds_{c1}, ds_{c2}, ds_{c3}) ds_{ci} (\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d)) + \\ & \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{J}}_t \mathbf{S} + \frac{1}{\mu} \tilde{H}^T (-\dot{\hat{H}}) \end{aligned} \quad (27)$$

با جایگذاری (۱) و (۱۲) در (۲۷)، رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{J}}_t (\mathbf{J}_t^{-1} (-\boldsymbol{\omega}_{bo}^\times (\mathbf{J}_t (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) + \\ & \mathbf{J}_w \mathbf{D}_1 \Omega_w) + \mathbf{J}_t \boldsymbol{\omega}_{bo}^\times \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi} + \mathbf{d} - \mathbf{F}_t - \boldsymbol{\varepsilon} - \\ & (\mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi})^\times (\mathbf{J}_t (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) + \mathbf{J}_w \mathbf{D}_1 \Omega_w) + \mathbf{u}_c) + \\ & \gamma_1 (\mathbf{Q} \boldsymbol{\omega}_{bo} - \dot{\mathbf{q}}_d) + \gamma_2 \text{diag}(ds_{c1}, ds_{c2}, ds_{c3}) + \\ & ds_{ci} (\mathbf{Q} \boldsymbol{\omega}_{bo} - \dot{\mathbf{q}}_d)) + \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{J}}_t \mathbf{S} + \frac{1}{\mu} \tilde{H}^T (-\dot{\hat{H}}) \end{aligned} \quad (28)$$

با در نظر گرفتن رابطه  $\tilde{H}$  و قانون کنترلی بیان‌شده در روابط (۲۰) و (۲۳)، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{J}}_t \mathbf{S} - \frac{1}{\mu} \mathbf{H} \dot{\hat{H}} + \frac{1}{\mu} \hat{\mathbf{H}} \dot{\hat{H}} + \\ & \mathbf{S}^T (-(\rho_1 + 1) \hat{\mathbf{H}} \phi \text{sign}(\mathbf{S}) + \mathbf{d} - \mathbf{F}_t - \boldsymbol{\varepsilon}) \end{aligned} \quad (29)$$

با جایگذاری رابطه (۲۲) در (۲۳) و با ساده‌سازی آن، رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \mathbf{S}^T \mathbf{A}(\cdot) - \mathbf{H} \phi \|\mathbf{S}\| + \hat{\mathbf{H}} \phi \|\mathbf{S}\| - \\ & (\rho_1 + 1) \hat{\mathbf{H}} \phi \|\mathbf{S}\| \end{aligned} \quad (30)$$

که در آن،  $\mathbf{A}(\cdot) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{J}} \mathbf{S} + \mathbf{d} - \mathbf{F}_t - \boldsymbol{\varepsilon}$  است.

$$\dot{V} \leq \|\mathbf{S}\| \|\mathbf{A}\| - \mathbf{H} \phi \|\mathbf{S}\| - \rho_1 \hat{\mathbf{H}} \phi \|\mathbf{S}\| \quad (31)$$

با توجه به اینکه  $\|\mathbf{A}\| \leq \mathbf{H} \phi$  است [۲۰]:

$$\dot{V} \leq -\rho_1 \hat{\mathbf{H}} \phi \|\mathbf{S}\| \quad (32)$$

در نتیجه اگر  $\rho_1 > 0$  باشد،  $\dot{V} \leq 0$  بدست می‌آید. ■  
در بخش بعدی، با استفاده از نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی‌ها و معیارهای ارزیابی، عملکرد روش کنترلی پیشنهادی مورد بررسی و ارزیابی قرار می‌گیرد.

که در آن،  $\mathbf{q}_d, \mathbf{q}_e = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d$  بردار چهارگان‌های مطلوب،  $\gamma_1, \gamma_2 > 0$  و بردار  $\mathbf{S}_c = [s_{c1} \ s_{c2} \ s_{c3}]^T$  به صورت زیر انتخاب شده است.

$$s_{ci} = \begin{cases} \kappa_1 q_{ei} + \kappa_2 \text{sgn}(q_{ei}) q_{ei}^2 & \bar{s}_{ci} \neq 0, |q_{ei}| < \epsilon \\ q_{ei}^r & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

در آن،  $\epsilon$  یک عدد بسیار کوچک مثبت،  $0 < r < 1$ ،  $\kappa_1, \kappa_2 > 0$  و  $i = 1, 2, 3$ ،  $\bar{s}_{ci} = \omega_{boi} + l_{1i} q_{ei} + l_{2i} q_{ei}^r$  است.

به منظور بهینه کردن روش کنترلی، بهره بخش رساننده به صورت تطبیقی و با توجه به مقدار متغیر سطح لغزش تنظیم می‌شود تا خطای ردیابی سریع‌تر کاهش یافته و در نتیجه کارایی روش کنترلی افزایش یابد. برای رسیدن به این هدف، قانون کنترل رساننده و پارامتر تطبیقی با استفاده از روابط زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{u}_c = \mathbf{u}_{eq} - (\rho_1 + 1) \hat{\mathbf{H}} \phi \text{sign}(\mathbf{S}) \quad (20)$$

در آن،  $\rho_1$  پارامتر ثابت مثبت،  $\mathbf{u}_{eq}$  کنترل معادل<sup>۱</sup>،  $\hat{\mathbf{H}}$  پارامتر تطبیقی و  $\phi$  نیز به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۲۰]:

$$\phi = \frac{1}{1 + \|\boldsymbol{\omega}\| + \|\boldsymbol{\omega}\|^2 + \|\boldsymbol{\omega}\|^p + \|\boldsymbol{\omega}\|^q + \|\boldsymbol{\omega}\|^{pq}} \quad (21)$$

پارامتر تطبیقی  $\hat{\mathbf{H}}$  و کنترل معادل  $\mathbf{u}_{eq}$  به ترتیب به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\hat{\mathbf{H}} = \mu \phi \|\mathbf{S}\| \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{eq} = & \boldsymbol{\omega}_{bo}^\times (\mathbf{J}_t (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) + \mathbf{J}_w \mathbf{D}_1 \Omega_w) + \\ & (\mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi})^\times (\mathbf{J}_t (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) + \mathbf{J}_w \mathbf{D}_1 \Omega_w) - \\ & \mathbf{J}_t \gamma_1 (\mathbf{Q} \boldsymbol{\omega}_{bo} - \dot{\mathbf{q}}_d) - \mathbf{J}_t \boldsymbol{\omega}_{bo}^\times \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi} - \\ & \mathbf{J}_t \gamma_2 \text{diag}(ds_{c1}, ds_{c2}, ds_{c3}) (\mathbf{Q} \boldsymbol{\omega}_{bo} - \dot{\mathbf{q}}_d) \end{aligned} \quad (23)$$

که در آن،  $\mathbf{Q} = 1/2 (\mathbf{q}^\times + \mathbf{q}_0 \mathbf{I}_{3 \times 3})$  و  $ds_{ci}$  به صورت زیر بدست می‌آید:

$$ds_{ci} = \begin{cases} \kappa_{ci} \mathbf{I}_3 + 2\kappa_2 \text{diag}(\text{sgn}(q_{ei}) q_{ei}) & \bar{s}_{ci} \neq 0, |q_{ei}| < \epsilon \\ r \text{diag}(q_{ei}^{r-1}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (24)$$

**قضیه ۱-** سیستم نانوماهواره بیان‌شده در روابط (۱)، (۱۳) و (۱۴) در حضور نامعینی مدل ماهواره، عیب عملگرها و اغتشاشات خارجی و با در نظر گرفتن فرض‌های ۱-۵ می‌تواند مسیر مطلوب را با استفاده از قانون کنترلی بیان‌شده در رابطه (۲۰)، دنبال کند.

**اثبات-** تابع لیاپانوف به صورت زیر انتخاب شده است:

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{J}}_t \mathbf{S} + \frac{1}{2\mu} \tilde{H}^T \hat{\mathbf{H}} \quad (25)$$

<sup>1</sup> Equivalent Control

نانوماهواره،  $t_f$  زمان رسیدن به زاویه مطلوب و  $f(\cdot)$  تقریبی از تابع علامت است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(\Delta t, t_f, \tau_2) = \begin{cases} \left(\frac{t}{\Delta t}\right)^2 \left(3 - 2\left(\frac{t}{\Delta t}\right)\right) & 0 \leq t \leq \Delta t \\ 1 & \Delta t \leq t \leq t_1 \\ 1 - 2\left(\frac{t-t_1}{2\Delta t}\right)^2 \left(3 - 2\left(\frac{t-t_1}{2\Delta t}\right)\right) & t_1 \leq t \leq t_2 \\ -1 & t_2 \leq t \leq t_3 \\ -1 + \left(\frac{t-t_3}{\Delta t}\right)^2 \left(3 - 2\left(\frac{t-t_3}{\Delta t}\right)\right) & t_3 \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (37)$$

که در آن  $t_2 = 0.5t_f + \Delta t$ ,  $t_1 = 0.5t_f - \Delta t$ ,  $\Delta t = 0.25t_f$  و  $t_3 = t_f - \Delta t$  است. زوایای اوپلر را می‌توان با استفاده از رابطه زیر به چهارگان‌های وضعیت تبدیل کرد:

$$\begin{bmatrix} q_0 \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (38)$$

گشتاور اغتشاشی خارجی نیز به صورت زیر تعریف شده است [۳۲]:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_{x_0} + d_{x_1} \sin(\omega_0 t + \varphi_{x_1}) + d_{x_2} \sin(\omega_0 t + \varphi_{x_2}) \\ d_{y_0} + d_{y_1} \sin(\omega_0 t + \varphi_{y_1}) + d_{y_2} \sin(\omega_0 t + \varphi_{y_2}) \\ d_{z_0} + d_{z_1} \sin(\omega_0 t + \varphi_{z_1}) + d_{z_2} \sin(\omega_0 t + \varphi_{z_2}) \end{bmatrix} \quad (39)$$

در آن،  $d_{x_1} = d_{y_1} = d_{z_1} = d_{x_0} = d_{y_0} = d_{z_0} = 10^{-7}$ ،  $d_{x_2} = d_{y_2} = d_{z_2} = 10^{-5}$ ،  $\varphi_{x_1} = -\varphi_{x_2} = \pi/4$ ،  $\varphi_{y_1} = -\varphi_{y_2} = -\pi/4$ ،  $\varphi_{z_1} = 0$  و  $\varphi_{z_2} = \pi/2$  انتخاب شده است. مقادیر اولیه متغیرهای حالت، چهارگان‌های وضعیت و سرعت‌های زاویه‌ای نانوماهواره، صفر فرض شده‌اند. پارامترهای طراحی نیز به صورت  $\rho_1 = \rho_2 = 0.0015$  انتخاب شده‌اند. مقدار اولیه پارامتر تطبیقی نیز  $0.605$  در نظر گرفته شده است.

ماتریس اثربخشی عملگرهای گشتاورساز مغناطیسی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$E(t) = \begin{cases} I_{3 \times 3} & t \leq 50 \text{ sec} \\ \text{diag}(0.9, 0.7, 0.6) & t > 50 \text{ sec} \end{cases} \quad (40)$$

در ادامه، عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی با روش مد لغزشی با همگرایی زمان محدود (FTSMC) ارائه شده در [۱۳] مورد مقایسه و

## ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، شبیه‌سازی عددی به منظور بررسی عملکرد روش کنترل تحمل‌پذیر عیب برای نانوماهواره در حضور عیب‌های عملگر، نامعینی ماتریس اینرسی، اغتشاشات ناخواسته و محدودیت‌های عملگرها توضیح داده می‌شود. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، نانوماهواره مورد نظر دارای سه گشتاورساز مغناطیسی در محورهای اصلی و یک چرخ عکس‌العملی در محور  $y$  است. بنابراین ماتریس توزیع چرخ عکس‌العملی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

ماتریس اینرسی و نامعینی ماتریس اینرسی نانوماهواره به شرح زیر است:

$$J_s = \begin{bmatrix} 0.951 & 0 & 0 \\ 0 & 0.97 & 0 \\ 0 & 0 & 0.946 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^2 \quad (34)$$

$$\Delta J_s = 0.095 \text{ diag}(\sin(0.3t), 2\cos(0.2t), \sin(0.1t)) \quad (35)$$

سایر پارامترهای اصلی نانوماهواره نیز در جدول ۱ بیان شده است.

جدول ۱: پارامترهای اصلی نانوماهواره

مقدار	پارامتر
$10.439 \times 10^{-4}$ [rad/sec]	فرکانس دوران مداری ( $\omega_0$ )
69.5°	زاویه میل <sup>۱</sup>
1250 [km]	ارتفاع اوج <sup>۲</sup>
311 [km]	ارتفاع حضیض <sup>۳</sup>
$50 \times 10^{-6}$ [kg.m <sup>2</sup> ]	ممان اینرسی چرخ عکس‌العملی
$2.3 \times 10^{-4}$ [N.m]	حداکثر گشتاور چرخ عکس‌العملی
40 [N.m.sec]	حداکثر اندازه حرکت زاویه‌ای قابل ذخیره چرخ عکس‌العملی
0.5 [A.m <sup>2</sup> ]	حداکثر ممان مغناطیسی گشتاورساز مغناطیسی

مسیر مطلوب زوایای اوپلر به صورت زیر انتخاب شده است [۱۳]:

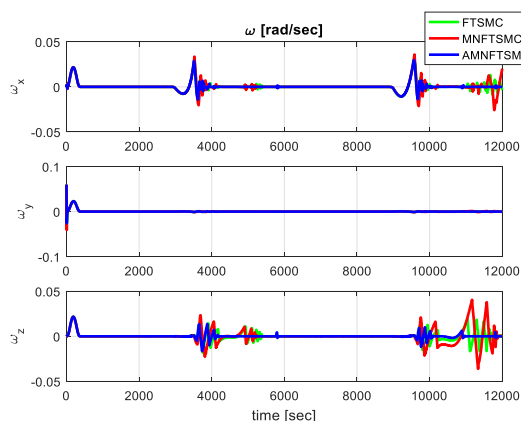
$$\theta(t) = \theta_0 + (t - t_0)\dot{\theta}_0 + \frac{\mathbf{T}_{\max}}{J_s} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau_1} f(\Delta t, t_f, \tau_2) d\tau_2 d\tau_1 \quad (36)$$

که در آن،  $\theta(t) = [\varphi \ \theta \ \psi]^T$  بردار زوایای اوپلر،  $\theta_0$  مقدار اولیه زاویه اوپلر،  $\mathbf{T}_{\max}$  حداکثر گشتاور قابل‌دسترس برای اعمال به

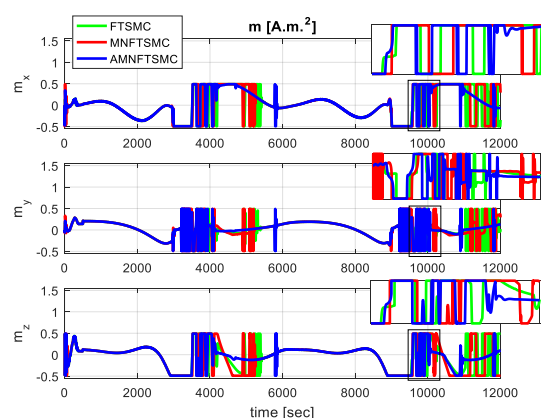
<sup>3</sup> Perigee

<sup>1</sup> Inclination

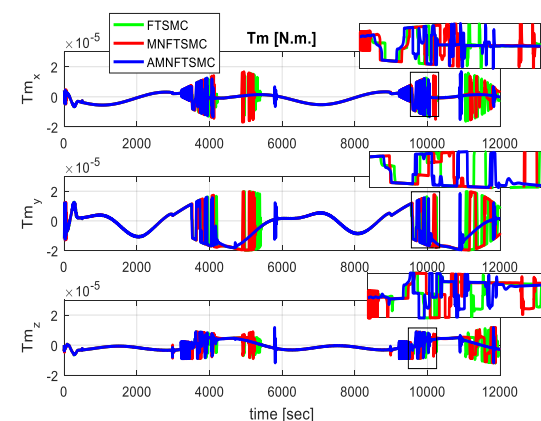
<sup>2</sup> Apogee



شکل ۲: سرعت‌های زاویه‌ای نانوماهواره برای قانون کنترلی پیشنهادی، MNFTSMC و FTSMC [۱۳]



شکل ۳: ممان مغناطیسی گشتاورسازهای مغناطیسی بدست آمده به وسیله روش کنترلی پیشنهادی، MNFTSMC و FTSMC [۱۳]



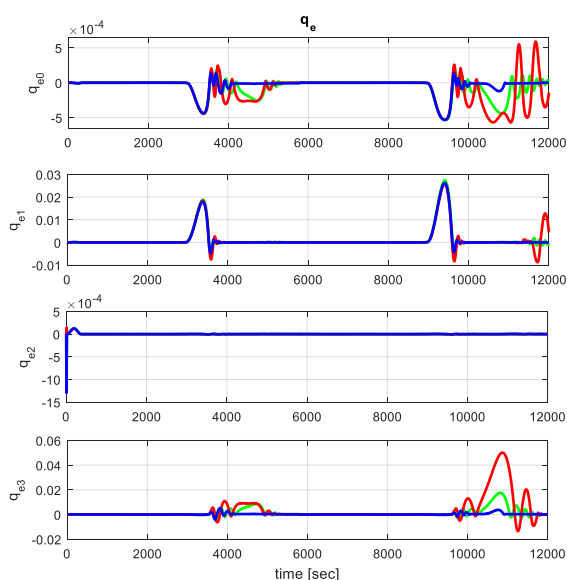
شکل ۴: گشتاورهای تولیدشده توسط گشتاورسازهای مغناطیسی با استفاده از روش کنترلی پیشنهادی (AMNFTSMC)، حالت غیر تطبیقی آن (MNFTSMC) و روش FTSMC [۱۳]

گشتاورهای کنترلی تولیدشده ناشی از اثر متقابل بین ممان‌های مغناطیسی و میدان مغناطیسی زمین نیز در شکل ۴ نشان داده است. شکل ۵ نیز گشتاور تولیدشده توسط عملگر چرخ عکس‌العملی را نشان می‌دهد. گشتاور مذکور به منظور جبران گشتاور مورد نیاز برای ردیابی مسیر مطلوب ماهواره در محور  $\gamma$  است.

ارزیابی قرار می‌گیرد. به منظور درک بهتر اثر تطبیقی شدن بهره کنترلی، نتایج بدست آمده با روش غیر تطبیقی متناظر (بیان شده در رابطه (۴۱)) نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. لازم به ذکر است که تمامی شبیه‌سازی‌ها در شرایط یکسان انجام گرفته است.

$$\mathbf{u}_c = \mathbf{u}_{eq} - \rho_2 \text{sign}(S) \quad (41)$$

مطابق شکل ۱، مشاهده می‌شود که  $q_2$  در هر سه روش، می‌تواند مسیر مطلوب را با خطای ناچیزی دنبال کند؛ علت این امر، وجود عملگر چرخ عکس‌العملی در محور  $\gamma$  است که باعث می‌شود سیستم کنترلی حلقه بسته بتواند علی‌رغم وجود نامعینی اینرسی ماهواره، اغتشاشات ناخواسته و عیب عملگرهای گشتاورساز مغناطیسی مسیر مطلوب وضعیت را دنبال کند. به دلیل عیب هم‌زمان عملگرها و دامنه‌ی بالای اغتشاشات خارجی، در برخی زمان‌ها  $q_1$  و  $q_3$  نمی‌توانند مسیر مطلوب را دنبال کنند؛ با این حال، روش پیشنهادی می‌تواند متغیرهای حالت مذکور را سریع‌تر از روش FTSMC و MNFTSMC به مسیر مطلوب همگرا کند.



شکل ۱: خطای چهارگان‌های وضعیت نانوماهواره بدست آمده با استفاده از روش کنترلی پیشنهادی (AMNFTSMC) و حالت غیر تطبیقی آن (MNFTSMC) و روش FTSMC [۱۳]

سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره و ممان‌های مغناطیسی تولیدشده توسط گشتاورسازهای مغناطیسی به ترتیب در شکل ۲ و شکل ۳ نشان داده شده‌اند. لازم به ذکر است که ممان‌های مغناطیسی مذکور با استفاده از رابطه (۱۶) بدست می‌آیند. همان‌طور که قبلاً ذکر شد، محدودیت دامنه گشتاورسازهای مغناطیسی در طی انجام شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است که این مورد در شکل مذکور قابل مشاهده است.

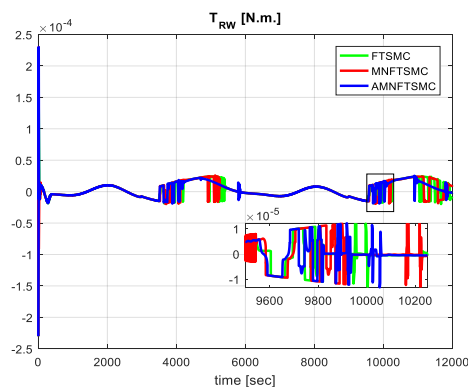
سرعت زاویه‌ای ماهواره منجر به کاهش بهره کنترلی و در نتیجه کاهش چترینگ می‌شود. در روش FTSMC با اینکه بخش رساننده سیگنال کنترلی طوری طراحی شده است که خطا سریعتر به صفر همگرا شده و همچنین چترینگ کاهش یابد، با این حال روش پیشنهادی به دلیل تطبیقی بودن بهره کنترلی آن، پاسخ مناسبتری تولید می‌کند.

جدول ۲: نتایج حاصل از شاخص‌های عملکرد برای روش کنترلی پیشنهادی، حالت غیر تطبیقی آن و روش FTSMC

Controller	RMS	AST [N.m.]	ASM [A.m <sup>2</sup> ]
FTSMC	2.0739	2.9656	$8.4347 \times 10^4$
MNFTSMC	3.9257	2.9980	$8.6391 \times 10^4$
AMNFTSMC	1.6075	2.6037	$6.8464 \times 10^4$

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش کنترل تحمل‌پذیر عیب زمان محدود با استفاده از روش AMNFTSMC برای ردیابی وضعیت یک نانوماهواره با سه گشتاورساز مغناطیسی و یک چرخ عکس‌العملی طراحی و مورد استفاده قرار گرفته است. هدف از طراحی روش کنترلی این است که کنترل‌کننده قادر باشد در حضور عیب هم‌زمان عملگرها، اغتشاشات خارجی و نامعینی ماتریس اینرسی، خطای ردیابی وضعیت نانوماهواره را در زمان محدودی به صفر همگرا کند. معیار انتخاب متغیر لغزش، جلوگیری از تکینگی سیگنال کنترلی و تضمین همگرایی وضعیت نانوماهواره در زمان محدود به مقدار مطلوب است. معادله دینامیکی پارامتر تطبیقی نیز طی اثبات پایداری لیاپانوف تحت شرایط مذکور بدست آمده است. به منظور بهبود دقت روش کنترلی، مدل دینامیکی چرخ عکس‌العملی در طراحی آن مدنظر قرار گرفته است. همچنین، محدودیت‌های عملی چرخ عکس‌العملی و گشتاورسازهای مغناطیسی در شبیه‌سازی‌ها اعمال گردیده است. ردیابی وضعیت نانوماهواره با شبیه‌سازی دو دور چرخش مداری آن حول محور زمین مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که در روش پیشنهادی به دلیل تغییر بهره کنترلی متناظر با متغیر لغزش، سرعت همگرایی افزایش یافته و روش پیشنهادی قادر است در زمان کمتری خطای ردیابی را به صفر همگرا کند. همچنین، وجود رابطه مستقیم مابین تغییرات پارامتر تطبیقی و خطای ردیابی سبب کاهش مجموع کل خطای ردیابی در مأموریت می‌شود. در نتیجه، روش تطبیقی پیشنهادی عملکرد بهتری در خطای ردیابی وضعیت از خود نشان می‌دهد. بعلاوه، این روش عملکرد موفق‌تری در کاهش چترینگ دارد. در مسئله کنترل وضعیت بررسی شده فرض شده است که تمامی متغیرهای حالت در دسترس است در حالی که ممکن است به دلیل محدودیت حجم نانوماهواره، اندازه‌گیری سرعت‌های زاویه‌ای نانوماهواره امکان‌پذیر نباشد. بنابراین، در کارهای آتی طراحی روش کنترل وضعیت تحمل‌پذیر عیب



شکل ۵: گشتاور تولیدشده توسط چرخ عکس‌العملی با استفاده از روش کنترل پیشنهادی (AMNFTSMC)، حالت غیر تطبیقی آن (AMNFTSMC) و FTSMC [۱۳]

با توجه به شکل ۴ و شکل ۵ مشاهده می‌شود که گشتاور تولیدی عملگرها توسط روش کنترلی پیشنهادی کمتر از روش غیر تطبیقی متناظر روش FTSMC است. پدیده چترینگ نیز در روش پیشنهادی نسبت به دو روش مذکور اندک است. به منظور بررسی بیشتر عملکرد روش کنترلی، معیارهای ارزیابی عملکرد زیر نیز مورد استفاده قرار گرفته:

$$RMS = \sqrt{\int_0^{T_f} \|q_e\|^2 dt} \quad (42)$$

$$AST = \int_0^{T_f} |T_i| dt, \quad i = mx, my, mz, w \quad (43)$$

$$ASM = \int_0^{T_f} |m_i| dt, \quad i = x, y, z \quad (44)$$

که در آن‌ها،  $T_f$  کل زمان شبیه‌سازی دو دور چرخش ماهواره حول زمین،  $RMS$  معیار ارزیابی میزان خطای ردیابی وضعیت،  $AST$  معیار ارزیابی گشتاور تولیدشده توسط کلیه عملگرها [۱۳]، و  $ASM$  نیز معیار ارزیابی ممان مغناطیسی تولیدشده توسط گشتاورسازهای مغناطیسی<sup>۲</sup> است. نتایج بدست آمده توسط معیارهای مذکور برای دو حالت قانون کنترلی در جدول ۲ نشان داده شده است. نتایج نشان داده شده در جدول مذکور بیانگر کاهش مجموع خطای ردیابی و گشتاور تولیدشده توسط عملگرها است.

با توجه به اینکه در روش تطبیقی، مقدار بهره کنترلی وابسته به مقدار متغیر سطح لغزش است؛ در نتیجه افزایش خطا باعث افزایش مقدار بهره کنترلی و کاهش چشمگیر خطای ردیابی وضعیت نسبت به حالت غیر تطبیقی متناظر می‌گردد. همین امر باعث کاهش مدت‌زمان همگرایی نیز می‌شود. با توجه به رابطه مستقیم بهره کنترلی با نرم سرعت زاویه‌ای ماهواره (رابطه (۲۱)) و نرم متغیر سطح لغزش، کاهش متغیر سطح لغزش و

<sup>2</sup> Absolute Sum of Magnetic moments (ASM)

<sup>1</sup> Absolute Sum of Torques (AST)

- [11] H.-h. Long, J.-k. Zhao, and J.-q. Lai, " $H_\infty$  inverse optimal adaptive fault-tolerant attitude control for flexible spacecraft with input saturation," *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, vol. 20, no. 5, pp. 513-527, 2015.
- [12] B. Huo, Y. Xia, L. Yin, and M. Fu, "Fuzzy adaptive fault-tolerant output feedback attitude-tracking control of rigid spacecraft," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 47, no. 8, pp. 1898-1908, 2016.
- [13] H. Lee and Y. Kim, "Fault-tolerant control scheme for satellite attitude control system," *IET control theory & applications*, vol. 4, no. 8, pp. 1436-1450, 2010.
- [14] Q. Hu, "Robust adaptive sliding-mode fault-tolerant control with L2-gain performance for flexible spacecraft using redundant reaction wheels," *IET control theory & applications*, vol. 4, no. 6, pp. 1055-1070, 2010.
- [15] Q. Hu and B. Xiao, "Fault-tolerant sliding mode attitude control for flexible spacecraft under loss of actuator effectiveness," *Nonlinear Dynamics*, vol. 64, no. 1-2, pp. 13-23, 2011.
- [16] Godard and K. D. Kumar, "Robust attitude stabilization of spacecraft subject to actuator failures," *Acta Astronautica*, vol. 68, no. 7-8, pp. 1242-1259, 2011.
- [17] Q. Hu, B. Xiao, and M. Friswell, "Fault tolerant control with  $H_\infty$  performance for attitude tracking of flexible spacecraft," *IET control theory & applications*, vol. 6, no. 10, pp. 1388-1399, 2012.
- [18] Q. Hu and B. Xiao, "Adaptive fault tolerant control using integral sliding mode strategy with application to flexible spacecraft," *International Journal of Systems Science*, vol. 44, no. 12, pp. 2273-2286, 2013.
- [19] K. Lu and Y. Xia, "Finite-time fault-tolerant control for rigid spacecraft with actuator saturations," *IET Control Theory & Applications*, vol. 7, no. 11, pp. 1529-1539, 2013.
- [20] Z. Han, K. Zhang, T. Yang, and M. Zhang, "Spacecraft fault-tolerant control using adaptive non-singular fast terminal sliding mode," *IET Control Theory & Applications*, vol. 10, no. 16, pp. 1991-1999, 2016.
- [21] Y. Bai, J. D. Biggs, X. Wang, and N. Cui, "Attitude tracking with an adaptive sliding mode response to reaction wheel failure," *European Journal of Control*, vol. 42, pp. 67-76, 2018.
- [22] K. D. Kumar, N. Abreu, and M. Sinha, "Fault-tolerant attitude control of miniature satellites using reaction wheels," *Acta Astronautica*, vol. 151, pp. 206-216, 2018.
- [23] H. Bolandi, M. Haghparast, and M. Abedi, "A reliable fault tolerant attitude control system based
- نانوماهواره بدون اندازه‌گیری سرعت‌های زاویه‌ای مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

## مراجع

- [1] T. Jiang and K. Khorasani, "A fault detection, isolation and reconstruction strategy for a satellite's attitude control subsystem with redundant reaction wheels," in *2007 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 2007, pp. 3146-3152: IEEE.
- [2] X. Han, D. Li, N. Xu, and H. Yu, "A fault-tolerant control method and its applications in aerospace industry," in *2014 10th International Conference on Reliability, Maintainability and Safety (ICRMS)*, 2014, pp. 62-65: IEEE.
- [3] S. Ghasemi and K. Khorasani, "Fault detection and isolation of the attitude control subsystem of spacecraft formation flying using extended Kalman filters," *International Journal of Control*, vol. 88, no. 10, pp. 2154-2179, 2015.
- [4] J. Jin, S. Ko, and C.-K. Ryoo, "Fault tolerant control for satellites with four reaction wheels," *Control Engineering Practice*, vol. 16, no. 10, pp. 1250-1258, 2008.
- [5] A. Golzari, H. N. Pishkenari, H. Salarieh, and T. Abdollahi, "Quaternion based linear time-varying model predictive attitude control for satellites with two reaction wheels," *Aerospace Science and Technology*, p. 105677, 2020.
- [6] C. Yue, F. Wang, X. Cao, Q. Shen, and X. Chen, "Robust fault-tolerant attitude tracking with guaranteed prescribed performance," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 357, no. 1, pp. 229-253, 2020.
- [7] Q. Liu, M. Liu, and J. Yu, "Adaptive Fault-Tolerant Control for Attitude Tracking of Flexible Spacecraft With Limited Data Transmission," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019.
- [8] Z. Zhang, D. Ye, and Z. Sun, "Observer-Based Backstepping Fault-tolerant Control for Spacecraft with Reaction-wheel Failures," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1215, no. 1, p. 012012: IOP Publishing.
- [9] M. Tavakoli and N. Assadian, "Predictive fault-tolerant control of an all-thruster satellite in 6-DOF motion via neural network model updating," *Advances in Space Research*, vol. 61, no. 6, pp. 1588-1599, 2018.
- [10] Y. Miao, I. Hwang, M. Liu, and F. Wang, "Adaptive fast nonsingular terminal sliding mode control for attitude tracking of flexible spacecraft with rotating appendage," *Aerospace Science and Technology*, vol. 93, p. 105312, 2019.

on an adaptive fault detection and diagnosis algorithm together with a backstepping fault recovery controller," *scientiairanica*, vol. 20, no. 6, pp. 1999-2014, 2013.

[۲۴] بلندی، ح.، عابدی، م.، حق‌پرست، م.، "طراحی الگوریتم‌های آشکارسازی و جداسازی عیب مبتنی بر حدود آستانه تطبیقی برای زیرسیستم کنترل وضعیت یک ماهواره سه محوره"، علوم و فناوری فضایی، جلد ۶، شماره ۱، صفحه ۳۱-۴۶، ۱۳۹۲.

[25] A. N. Avanaki, M. Hajatipour, and M. M. Ahmadian, "Combination of fault tolerant controller and gyro bias observer in satellite attitude determination system," in 2017 International Symposium on Computer Science and Software Engineering Conference (CSSE), 2017, pp. 49-54: IEEE.

[۲۶] عابدی، م.، نصراللهی، س.، "طراحی یک زیر سیستم تعیین وضعیت تحمل‌پذیر عیب خودکار برای ماهواره سه محوره مبتنی بر استخراج ماتریس‌های دوران مختلف و محاسبه معیارهای واریانس"، مجله کنترل، جلد ۹، شماره ۳، صفحه ۵۱-۶۷، ۱۳۹۴.

[۲۷] بوستان، د.، ح. ثانی، سیدک.، پریر، ن.، "کنترل تحمل‌پذیر خطا برای ماهواره به روش معکوس دینامیک غیرخطی" علوم و فناوری فضایی، جلد ۸، شماره ۲، ۱۳۹۴.

[28] Y. Jiang, Q. Hu, and G. Ma, "Adaptive backstepping fault-tolerant control for flexible spacecraft with unknown bounded disturbances and actuator failures," *ISA transactions*, vol. 49, no. 1, pp. 57-69, 2010.

[29] M. J. Sidi, *Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach*. Cambridge university press, 1997.

[30] Q. Hu, Y. Shi, and X. Shao, "Adaptive fault-tolerant attitude control for satellite reorientation under input saturation," *Aerospace Science and Technology*, vol. 78, pp. 171-182, 2018.

[31] D. Ivanov, M. Y. Ovchinnikov, V. Penkov, D. Roldugin, D. Doronin, and A. Ovchinnikov, "Advanced numerical study of the three-axis magnetic attitude control and determination with uncertainties," *Acta Astronautica*, vol. 132, pp. 103-110, 2017.

[32] J.-F. Tréguët, D. Arzelier, D. Peaucelle, C. Pittet, and L. Zaccarian, "Reaction wheels desaturation using magnetorquers and static input allocation," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 23, no. 2, pp. 525-539, 2014.

[33] D. Bustan, N. Pariz, and S. K. H. Sani, "Robust fault-tolerant tracking control design for spacecraft under control input saturation," *ISA transactions*, vol. 53, no. 4, pp. 1073-1080, 2014.