مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
مقاله پژوهشی
جلد۱۶، شماره ۱، بهار ۱۴۰۱، صفحه ۲۶-۱۳

ارائه مدل‌های برگزیده تکه‌ای شبه‌خطی همزمان با طراحی کنترل‌کننده مقاوم بدون جهش بهینه جهت کاهش ارتعاشات غیرخطی ورق ساندویچی

علیرضا فرجی برمکی [۱]، امیر امینی زازرانی [۲و۳]، مهدی محمدی مهر [۴]

[۱] استادیار، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران ;arfaraji@kashanu.ac.ir
[۲] دانشجوی دکتری، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه کاشان،کاشان، ایران، a.amini@grad.kashanu.ac.ir
[۳] کارشناس پژوهشی، گروه حرارت، پژوهشکده مواد و انرژی، پژوهشگاه فضایی ایران، تهران، a.amini@isrc.ac.ir
[۴] استاد، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، mmohammadimehr@kashanu.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۹/۱۰/۱۵ ویرایش: ۱۴۰۰/۰۶/۲۲ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۱۰

چکیده: ایده استفاده از مدل‌های برگزیده تکه‌ای بر تجزیه سیستم‌های غیرخطی پیچیده به چندین مدل محلی، طراحی کنترل‌کننده‌های محلی و سپس ترکیب آن‌ها جهت کنترل ورودی سیستم غیرخطی استوار است. دو مسئله مهم در پیاده سازی مدل‌های برگزیده تکه‌ای حفظ پایداری سیستم نهایی و عملکرد مناسب آن است. مشکل اصلی در مدل‌های برگزیده تکه‌ای تعداد و محل آنها می‌باشد که عدم توجه به این خصیصه باعث افزونگی، پیچیدگی محاسباتی و کاهش عملکرد سیستم می‌گردد. در این مقاله پارامتر بیشینه آستانه پایداری که جزء مشخصه اصلی هر زیر سیستم بوده و علاوه بر تضمین پایداری، امکان دسته بندی کنترل‌کننده‌های محلی را فراهم می‌آورد در نظر گرفته شده است. بر اساس معیار حد فاصله و پارامتر بیشینه آستانه پایداری می‌توان تعداد اندکی از کنترل‌کننده‌ها در موقعیت‌های مختلف را به عنوان کنترل-کننده‌های برگزیده به کمک الگوریتم ژنتیک انتخاب کرد. یکی دیگر از چالش‌های مدل‌های برگزیده تکه‌ای وجود ضربه در هنگام کلیدزنی بین کنترل‌کننده‌ها است. در این مقاله تلاش شده تا با بهینه سازی یک تابع وابسته به خطای کلیدزنی بین کنترل‌کننده‌های سیستم، مشکل ضربه در زمان‌های کلیدزنی با تعیین توابع وزنی بر اساس روش سعی و خطا تا حد امکان کاهش یابد. روش مذکور برای کاهش نوسانات یک ورق ساندویچی مستطیلی شکل که معادلات دارای نامعینی آن بر اساس رابطه ریلی-ریتز-لاگرانژ شبیه‌سازی شده است.

کلمات کلیدی: مدل‌های برگزیده تکه‌ای ، بیشینه آستانه پایداری، تابع حساسیت، خطی‌سازی، الگوریتم ژنتیک.

Designing multi-model controller in bumpless transfer with integrated performance and robust stability for sandwich plate nonlinear vibration control

Alireza Faraji Barmaki, Amir Amini Zazerani, Mahdi Mohammadimehr

Abstract: The idea of using multi-model controllers has been established on the decomposition of complicated nonlinear systems into multi local models, designing the local controllers, and their composition for the system input control. Since the proper performance and the final system close loop stability are vital in multi-model controllers designing, the main problem in multi-model controllers is the number of the local models and their position not paying attention to which will result in redundancy, estimation complexity and the decreased performance of the system. Determining a specific margin based on nonlinear model characteristics is a good criterion for the classification. The first margin largely depends on the preliminary knowledge of designing the wrong

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]

selection of which will add to the redundancy of the local models and the problem's complexity. In this article, the maximum stability margin parameter which is the main feature in each sub system and the best choice for the local controllers clustering has made the classification possible and also guaranteed close loop stability of the system. Based on the gap metric and the maximum stability margin, an optimal solution for the number of the local controllers and their position can be obtained by the use of genetic algorithm. The cost function is defined by the complementary sensitivity function and the sensitivity function and guarantees the maximum stability margin, the optimal performance, and the close loop stability of the system, respectively. Another challenge in designing multi-model controllers is the transient performance degradation when switching from one local model to another. Soft/hard switching has been suggested as a solution by the researchers before. In this article, given that the nonlinear system input depends on the online controller error signal and feedback coefficient of the offline controller, transient performance degradation in the switching phase will be solved. To evaluate the presented multi-model controller design procedure, a sandwich plate nonlinear vibration suspension with uncertainty in basic equations is proposed. Lagrange Reilly-Ritz method is used to derive the nonlinear equations of the plate.

Keywords: Multi-Model Controller, Stability Margin Maximum, Sensitivity Function, Linearization, Genetic Algorithm.

۱- مقدمه

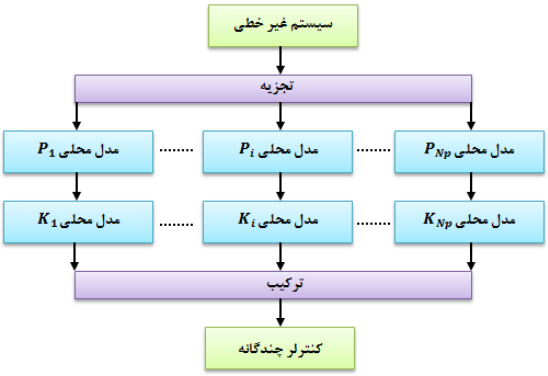
استفاده از ورق‌های ساندویچی به خاطر هزینه پایین، وزن کم و استحکام بالا در صنایع هوایی بسیار متداول می‌باشد[۱-۲]. با افزایش طول ورق‌ها، نوسانات غیرخطی به طور چشمگیری در عملکرد سیستم تاثیر گذار می‌شوند و کارکرد سیستم را مختل می‌نمایند. از این رو کنترل نوسانات غیرخطی در ورق‌ها مورد توجه بسیاری از محققان بوده است [۳-۴]. کنترل نوسانات ساختارهای انعطاف‌پذیر توسط مواد هوشمند در کاربردهای عملی بسیار مورد اهمیت بوده است. در سال‌های اخیر، پیزوالکتریک‌ها از جمله المان‌هایی هستند که با توجه به وزن کم، قابلیت انعطاف، بعد محدود و نصب راحت در زمینه کنترل نوسانات غیرخطی در ورق‌ها بسیار مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۵]. از جمله ویژگی‌های بارز در پیزوالکتریک‌ها می‌توان رابطه خطی میان تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی را نام برد که به راحتی در معادلات پایه حرکت ورق‌های ساندویچی وارد می‌شوند. اصولاً طراحی کنترل‌کننده‌های غیرخطی بسیار مشکل است و به جای آن‌ها در یک بازه کوتاه حول نقطه کار مشخص از کنترل کننده های خطی استفاده می‌گردد. کنترل‌کننده‌هایی همچون رگرسیون مرتبه دوم خطی [۶]، تطبیقی مدل مرجع [۷]، مقاوم H_∞ [۸]، مقاوم H_2 و فیدبک منفی در زمینه کاهش نوسانات غیرخطی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. کنترل‌کننده‌های خطی تنها قادر هستند حول نقطه کار مشخصی به درستی عمل کنند و تمام فضای حالت سیستم را پوشش نمی‌دهند. از این رو استفاده از مدل‌های برگزیده تکه‌ای جایگزین مناسبی برای کنترل‌کننده‌های خطی در سیستم‌های غیرخطی می‌باشند که قادر هستند کل فضای حالت سیستم غیرخطی را پوشش دهند. سیستم های موجود در دنیای واقعی دارای رفتار غیرخطی، عدم قطعیت، شرایط کاری مختلف و فعالیت در یک ناحیه کاری گسترده هستند. طراحی کنترل‌کننده موثر برای این سیستم‌ها براساس یک مدل خطی و یا غیرخطی، عموماً مشکل زا و در مواردی امکان پذیر نخواهد بود. در همین راستا، روش مدل‌های برگزیده تکه‌ای روشی بسیار کارآمد بوده و مورد توجه بسیاری از محققین در زمینه‌های مختلف مانند مدل‌سازی و شناسایی [۱۰-۱۱]، کنترل سیستم‌های غیرخطی [۱۲-۱۳]، کنترل سیستم‌های با عدم قطعیت گسترده [۱۴-۱۵] و تشخیص و تحمل‌پذیری عیب [۱۶-۱۷] می‌باشد. مهم‌ترین ویژگی روش مدل‌های برگزیده تکه‌ای، تبدیل مسائل پیچیده به مجموعه‌ای از مسائل ساده و استنتاج حل مساله اصلی از روی حل مسائل ساده است. بدین ترتیب به راحتی می‌توان از روش‌های شناخته شده برای سیستم‌های خطی مانند رگولاسیون مرتبه دوم خطی، کنترل پیش‌بین، تناسبی-انتگرالی، کنترل مقاوم و دیگر ایده‌های موجود برای سیستم‌های پیچیده مذکور استفاده کرد [۱۸] . ایده تجزیه فضای غیرخطی به چندین دسته فضای خطی و طراحی کنترل‌کننده خطی برای هر زیرفضا یکی از چالش‌های مطرح امروزی است [۱۹-۲۰] .

ایده استفاده از مدل‌های برگزیده تکه‌ای بر تجزیه سیستم غیرخطی به چندین مدل محلی، طراحی کنترل‌کننده‌های محلی و سپس ترکیب آن‌ها جهت کنترل ورودی سیستم غیرخطی استوار است [۲۱]. دو مسئله مهم در پیاده‌سازی مدل‌های برگزیده تکه‌ای حفظ پایداری سیستم نهایی و عملکرد مناسب آن می‌باشد. مفهومی همچون حد فاصله روشی جهت حفظ پایداری سیستم غیرخطی به حساب می‌آید [۲۲-۲۳] . معیار حد فاصله جهت تعیین میزان نزدیکی دو زیر سیستم از لحاظ ساختاری به یکدیگر است که در صورت کوچک بودن مقدار آن می‌توان از کنترل‌کننده خطی یک سیستم به جای دیگری استفاده نمود. عدم قطعیت‌ها یکی از موارد پرکاربرد استفاده از مفاهیم حد فاصله از جهت پایداری و مقاوم بودن سیستم بوده که مورد تحقیق مقالات امروزی است. عملکرد بهینه هر زیر

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]

سیستم با طراحی کنترل‌کننده محلی بر اساس معیارهای مشخص طراحی قابل دستیابی است [۲۴].

در اکثر مقالات تنها پرداختن به یک موضوع پایداری و یا عملکرد مورد توجه قرار گرفته است. در حالی که در مقاله حاضر سعی شده است با معیار حد فاصله، پایداری سیستم غیرخطی و با مشخص کردن یک معیار بهینگی با کمک تابع هزینه بر اساس ویژگی حساسیت سیستم‌ها به یک عملکرد مطلوب نیز دست یافت. همچنین جهت دستیابی به بهترین کنترل کننده محلی از نقطه نظر عملکرد، از روش الگوریتم ژنتیک با توجه به ویژگی‌های منحصر به فردش استفاده شده است. الگوریتم ژنتیک از جمله روش‌های هوشمند است که به سادگی قادر به یافتن جواب بهینه سراسری برای انواع توابع مشتق ناپذیر است [۲۵-۲۶]. شکل ۱ نمایی از راهبرد حالت معمولی و یکپارچه پیشنهادی این مقاله را نشان می‌دهد.



شکل ۱: طراحی مدل‌های برگزیده تکه‌ای

مشکل اصلی در مدل‌های برگزیده تکه‌ای تعداد و محل آنها می‌باشد که عدم توجه به این خصیصه باعث افزونگی، پیچیدگی محاسباتی و کاهش عملکرد سیستم می‌گردد. انتخاب یک آستانه مشخص بر اساس ویژگی‌های سیستم از جمله معیارهای دسته بندی می‌باشد [۲۷]. پارامتر آستانه اولیه بسیار وابسته به دانش اولیه طراحی دارد و انتخاب نادرست آن به افزونگی کنترل‌کننده‌ها و پیچیدگی مسئله می‌افزاید. در این مقاله پارامتر بیشینه آستانه پایداری که جزء مشخصه اصلی هر زیرسیستم بوده و علاوه بر تضمین پایداری، امکان دسته بندی کنترل‌کننده‌های محلی را فراهم می‌آورد در نظر گرفته شده است تا بر اساس مقایسه با معیار حد فاصله بتوان به یک جواب بهینه از لحاظ تعداد و موقعیت کنترل‌کننده‌ها دست یافت. یکی دیگر از چالش‌های مدل‌های برگزیده تکه‌ای وجود ضربه در هنگام کلیدزنی میان کنترل‌کننده‌های محلی است که ایده استفاده از کلیدزنی نرم و سخت مورد استفاده بسیاری از محققان بوده است [۲۸-۲۹]. در این مقاله با در نظر گرفتن ورودی سیستم غیرخطی به سیگنال خطای کنترل‌کننده برخط و ضریبی از کنترل‌کننده غیر فعال، مشکل ضربه در زمان‌های کلیدزنی به کمک تعیین توابع وزنی مشخص بر اساس روش سعی و خطا تا حد قابل قبولی حل شده و برای کاهش نوسانات غیرخطی یک ورق ساندویچی به ابعاد ۳۰*۲۰ سانتی متر مربع استفاده شده است. در بخش دوم به نحوه چگونگی خطی‌سازی سیستم غیرخطی حول نقطه کار پرداخته می‌شود. مفهوم حد فاصله و پایداری سیستم حلقه بسته در فصل سوم بیان می‌شود. در فصل چهارم به بیان ویژگی‌های توابع حساسیت، مکمل حساسیت و انتخاب تابع معیار بهینه جهت عملکرد بهینه سیستم پرداخته می‌شود. انتخاب مناسب ورودی سیستم غیرخطی جهت کاهش جهش بر اساس خطای کنترل‌کننده برخط و ضریب وابستگی به کنترل‌کننده غیر فعال بر اساس یک تابع بهینگی در بخش پنجم مطرح می‌گردد. الگوریتم پیشنهادی جهت چگونگی دسته‌بندی، تعداد و نحوه انتخاب کنترل‌کننده مطلوب در فصل ششم دیده می‌شود. در نهایت نتایج شبیه‌سازی و مقایسه عملکرد کنترل‌کننده بیان شده در بخش هفتم بیان شده است.

۲- خطی‌سازی ژاکوبین و نقاط تعادل

مدل‌سازی اکثر سیستم‌ها و همچنین معادلات دیفرانسیل آن‌ها به فرم غیرخطی بدست می‌آیند. ساده ترین روش حل معادلات غیرخطی تبدیل به فرم خطی حول نقطه کار سیستم می‌باشد. مشکل این خطی‌سازی محدود بودن فضای کاری سیستم حول نقطه‌کار و عدم دسترسی به کل فضای سیستم غیرخطی است.

معادله دیفرانسیل غیرخطی بدین صورت در نظر گرفته

$$\dot{x}(t) = l\big(x(t), u(t)\big) \qquad (۱)$$
$$y(t) = h(x(t), u(t))$$

جایی‌که $g: R^n * R^m \to R^q$ و $f: R^n * R^m \to R^n$ هستند. پارامتر $x \in R^n$ بردار حالت سیستم ، پارامتر $u \in R^m$ بردار ورودی کنترل و پارامتر $y \in R^q$ بردار خروجی سیستم می‌باشند. برای متغیرهای نقطه تعادل x_{qi} و ورودی تعادل u_{qi} رابطه زیر برقرار است:

$$l(x_{qi}, u_{qi}) = 0, \qquad i = 1,2,\dots,N \qquad (۲)$$
$$h(x_{qi}, u_{qi}) = 0, \qquad i = 1,2,\dots,N$$

پارامتر N تعداد تقسیمات متغیر حالت سیستم غیرخطی می‌باشد که با استفاده از بسط سری تیلور و چشم پوشی از مشتقات مرتبه دوم و بالاتر، فرم خطی شده‌ی سیستم بصورت رابطه (۳) می‌شود [۳۰]:

$$\dot{x}_i(t) \approx \left.\frac{\partial l}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_{qi}\\u=u_{qi}}} (x_i(t)-x_{qi}) + \left.\frac{\partial l}{\partial u}\right|_{\substack{x=x_{qi}\\u=u_{qi}}} (u_i(t)-u_{qi}) \qquad (۳)$$

$$y_i(t) \approx \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_{qi}\\u=u_{qi}}} (x_i(t)-x_{qi}) + \left.\frac{\partial h}{\partial u}\right|_{\substack{x=x_{qi}\\u=u_{qi}}} (u_i(t)-u_{qi}) + h(x_{qi}, u_{qi})$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]

با در نظر گرفتن $A_i = \frac{\partial l}{\partial x}\Big|_{\substack{x=x_{qi}\\u=u_{qi}}} \in R^{n\times n}$ ، $B_i = \frac{\partial l}{\partial u}\Big|_{\substack{x=x_{qi}\\u=u_{qi}}} \in R^{n\times m}$ ، $C_i = \frac{\partial h}{\partial x}\Big|_{\substack{x=x_{qi}\\u=u_{qi}}} \in R^{q\times n}$ و $D_i = \frac{\partial h}{\partial u}\Big|_{\substack{x=x_{qi}\\u=u_{qi}}} \in R^{q\times m}$ و در نظر گرفتن دو مقدار ثابت $\alpha_i = A_i x_{qi} + B_i u_{qi}$ و $\beta_i = C_i x_{qi} + D_i u_{qi} - h(x_{qi}, u_{qi})$ رابطه ساده شده (۳) بدین صورت می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &\approx A_i x_i(t) + B_i u_i(t) - \alpha_i \\ y_i(t) &\approx C_i x_i(t) + D_i u_i(t) - \beta_i \end{aligned} \quad (۴)$$

در طراحی مدل‌های برگزیده تکه‌ای کل فضای کاری که شامل تعداد N کنترل‌کننده خطی است به تعداد N_p دسته‌بندی می‌شود که $N_p \ll N$ در نظر گرفته می‌شود و از هر دسته یک نماینده که شرایط پایداری و عملکرد کل دسته را تضمین نماید انتخاب می‌گردد. فرم کلی رابطه مدل‌های برگزیده تکه‌ای بدین صورت است:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^{N_p} w_i(t)(A_i x + B_i u - \alpha_i) \\ y &= \sum_{i=1}^{N_p} w_i(t)(C_i x + D_i u - \beta_i) \end{aligned} \quad (۵)$$

ضریب وزنی $w_i(t)$ بستگی به اینکه در چه ناحیه کاری کنترل‌کننده قرار دارد به صورت ضریبی به روش کلیدزنی نرم [۳۱-۳۲] و یا سخت [۳۳-۳۴] تعیین می‌گردد.

۳- تئوری معیار فاصله

اندازه‌گیری اختلاف میان دو سیستم خطی بر اساس تعریف یک نرم خاص به معیار فاصله معروف است [۳۵]. معیار فاصله بهترین روش جهت تعیین نامعینی قابل تحمل در پایداری حلقه بسته سیستم‌ها می‌باشد. در ابتدا سیستم خطی P به صورت ضریبی از فاکتورهای نرمالیزه شده از راست بدین صورت تعریف می‌شود:

$$P(s) = M^{-1}(s)N(s) \quad (۶)$$

محاسبه‌ای از معیار فاصله بین دو سیستم خطی با تعداد ورودی و خروجی برابر در فضای هیلبرت طبق رابطه (۷) با بیشترین فاصله تعریف می‌شود:

$$\delta(P1, P2) = \max\{\vec{\delta}(P1, P2), \overleftarrow{\delta}(P1, P2)\} \quad (۷)$$

جایی که

$$\vec{\delta}(P1, P2) = \inf_{Q\in H_\infty} \left\| \begin{bmatrix} M1 \\ N1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M2 \\ N2 \end{bmatrix} Q \right\|_\infty \quad (۸)$$

از جمله ویژگی‌های معیار فاصله می‌توان موارد زیر را برشمرد:

$0 \le \delta(P1, P2) \le 1$، اگر $\delta(P1, P2) < 1$ آنگاه $\vec{\delta}(P1, P2) = \overleftarrow{\delta}(P2, P1)$

در صورتی $\delta(P1, P2) \approx 0$ آنگاه رفتار حلقه بسته دو سیستم P1 و P2 مشابه یکدیگر است و کنترل‌کننده طراحی شده برای یکی از سیستم‌ها قادر به پایداری سیستم دیگر نیز می‌باشد. در غیر این صورت ($\delta(P1, P2) \not\approx 0$) دو سیستم خطی در حالت حلقه بسته متفاوت خواهند بود و با اعمال کنترل‌کننده حاصل از یک سیستم به سیستم دیگر لزوماً تضمین پایداری وجود نخواهد داشت. قضیه ۱ ارتباط میان معیار فاصله و ضمانت پایداری را تشریح می‌کند.

قضیه۱ [۳۶]: فرض کنید سیستم فیدبک با زوج (P, K) پایدار است. اگر $p \triangleq \{P_\triangle | \delta(P1, P2) < \delta_P$ تعریف شود آنگاه سیستم فیدبک با زوج $(P_\triangle, K)$ برای تمامی $P_\triangle \in p$ نیز پایدار است اگر و تنها اگر

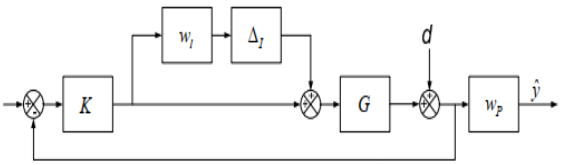
$$\delta_p = \delta(P, P_\triangle) \le b_{p,k} \quad (۹)$$

که در آن $K(s)$ کنترل‌کننده پایدارساز $P(s)$ بوده و $b_{p,k}$ حاشیه‌ی پایداری سیستم خطی $P(s)$ است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$b_{p,k} = \left\| \begin{bmatrix} I \\ K(s) \end{bmatrix} (I + P(s)K(s)^{-1}[I \quad P(s)] \right\|_\infty^{-1} \quad (۱۰)$$

۴- طراحی کنترل‌کننده مقاوم با عملکرد بهینه

در متون طراحی کنترل‌کننده‌ها، تلاش بر این است تا مدل در نظر گرفته شده به مدل واقعی بسیار نزدیک باشد تا بتوان خصوصیات و رفتار مدل واقعی را حدس زد. از طرف دیگر، مقاوم بودن یک سیستم به رفتار آن در مقابل نامعینی‌ها بر می‌گردد. گام اول در طراحی کنترل‌کننده برای یک سیستم، تضمین پایداری و رسیدن به عملکرد مطلوب می‌باشد، بنابراین شرایطی از پایداری نامی و عملکرد نامی باید تخمینه شوند. قبل از به کار بردن کنترل‌کننده بر روی یک سیستم واقعی، باید شرایط پایداری و عملکرد مقاوم سیستم در برابر شرایط گوناگون بررسی گردد. نتیجه بدست آمده از مراجع [۳۷-۳۸] وشکل ۲ به ترتیب برای عملکرد مطلوب، پایداری مقاوم و عملکرد مقاوم بدین صورت است:



شکل ۲: دیاگرام عملکرد مقاوم با نامعینی ضرب شونده

$$\begin{aligned} NP &\Leftrightarrow |w_P S| < 1, \forall w \\ RS &\Leftrightarrow |w_I T| < 1, \forall w \\ RP &\Leftrightarrow |w_P S| + |w_I T| < 1, \forall w \end{aligned} \quad (۱۱)$$

مقادیر S و T به ترتیب ماتریس های حساسیت و مکمل حساسیت هستند. از رابطه (۱۱) می‌توان فهمید که برای عملکرد مقاوم سیستم کافی است پایداری مقاوم و عملکرد مطلوب تخمینه شود، این یک رابطه دوطرفه است.

فرض کنید سیستم غیرخطی رابطه (۱) در نقطه تعادل (x_{qi}, u_{qi}) خطی شده و ماتریس‌های سیستم (A_i, B_i, C_i, D_i) با استفاده از رابطه (۳) بدست آمده‌اند. تابع تبدیل P_i به صورت زیر خواهد بود:

$$P_i = C_i(SI - A_i)^{-1}B_i + D_i \quad (۱۲)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]

که در آن $I \in \mathcal{R}^{n\times n}$ ماتریس واحد است. کنترل‌کننده محلی i ام به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$K_i = \frac{K_{Pi}s + K_{Ii}}{s(\tau_{Fi}s + 1)} \quad (۱۳)$$

که در آن $K_{Pi} \in \mathcal{R}$ ، $K_{Ii} \in \mathcal{R}$، $\tau_{Fi} \in \mathcal{R}$ و $i \in \{1,2,\dots,N_p\}$ هستند .کنترل‌کننده رابطه (۱۳) ساختار تناسبی-انتگرالی به همراه یک فیلتر را دارد. فیلتر $\frac{1}{\tau_{Fi}s+1}$ جهت برقراری شرط کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر شدن تابع کنترل‌کننده اضافه شده است. پارامترهای طراحی در بردار $\mu = [K_{Pi} \quad K_{Ii} \quad \tau_{Fi}]^T$ جمع می‌شوند که به مجموعه مفروض مشخص D متعلق است. این مجموعه به صورت

$$\mu \in D = \{\mu \in \mathcal{R}^3 | \underline{\mu} \le \mu \le \overline{\mu}\} \quad (۱۴)$$

تعریف می‌شود که $\underline{\mu}$ و $\overline{\mu}$ کران‌های فضای جستجو هستند. برای طراحی پارامترهای کنترل‌کننده، مسأله بهینه‌سازی [۳۹]

$$\begin{aligned} &\min_{\mu} J_\lambda(\mu) = \underset{\lambda_j(\mu)}{\operatorname{argmax}}\{\mathrm{Re}\{\lambda_j(T_i(s,\mu))\}, \forall j\}, \quad (۱۵)\\ &\text{sub. to } \varphi_1(s,\mu) = \|W_1(s)S(s)\|_\infty \le 1,\\ &\varphi_2(s,\mu) = \left\| \begin{bmatrix} I \\ K_i(s) \end{bmatrix} (I + P_i(s)K_i(s))^{-1}[I \quad P_i(s)] \right\|_\infty^{-1} \\ &\qquad \ge \gamma, \qquad \mu \in D, \end{aligned}$$

که $T_i(s) = (I + P_i(s)K_i(s))^{-1}P_i(s)K_i(s)$ تابع مکمل حساسیت و λ_j ، j امین مقدار ویژه $T_i(s)$ است تعریف می‌شود. γ مطابق قضیه ۱، آستانه تضمین پایداری مقاوم است. $S(s)$ تابع حساسیت، $\varphi_1(s,\mu)$ و $\varphi_2(s,\mu)$ به ترتیب عملکرد مطلوب و پایداری حلقه بسته را نشان می‌دهند. همچنین تابع وزنی $W_1(s)$ بزرگترین مقدار ویژه $S(s)$ را مشخص می‌کند که بر اساس رابطه زیر بدست می‌آید [۴۰].

$$W_1(s) = \frac{\frac{s}{M_s} + w_b}{s + \sigma w_b} \quad (۱۶)$$

که در آن M_s و w_b به ترتیب پیک و پهنای باند تابع $S(s)$ بوده و σ یک مقدار حقیقی مثبت کوچک است. با استفاده از روش توابع جریمه می‌توان رابطه (۱۵) را به صورت مسأله بهینه‌سازی نامقید

$$\begin{aligned} J(\mu) = J_\lambda(\mu) + \rho(&\max(\varphi_1(s,\mu) - 1,0) \\ &+ \max(\gamma - \varphi_2(s,\mu), 0)) \end{aligned} \quad (۱۷)$$

تبدیل کرد. بدین ترتیب مقدار بهینه پارامترها $\mu_{opt} \in \mathcal{R}^3$ با استفاده از رابطه (۱۸) بدست می‌آید

$$\mu_{opt} = \underset{\mu\in D}{\operatorname{argmin}} J(\mu) \quad (۱۸)$$

برای حل مساله (۱۸) که یک مساله بهینه‌سازی غیرمحدب است از روش الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود. مهمترین مزیت این روش در مقایسه با روش‌های موجود مانند بهینه‌سازی ازدحام ذرات تعداد پارامترهای طراحی کمتر، همگرایی سراسری و سرعت اجرای آن است.

۵- طراحی مدل‌های برگزیده تکه‌ای بدون جهش در سیگنال ورودی

در این مقاله برای سادگی ساختار مدل‌های برگزیده تکه‌ای جامع، کنترل‌کننده‌های محلی یک درجه آزادی درنظر گرفته شده اند. برای برطرف کردن ضربه سیگنال کنترل، روش ارائه شده در [۴۱] بکار گرفته شده است. در این روش لازم است که کنترل‌کننده‌های محلی خطی نامتغیر با زمان با بعد محدود باشند. همچنین لازم است که کنترل‌کننده‌های غیرفعال کاملا کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر باشند. همچنین ورودی و خروجی کنترل‌کننده فعال نیز می‌بایست در دسترس باشد.

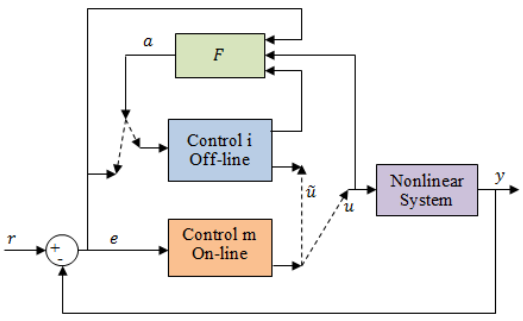
مساله کلیدزنی بدون ضربه را می‌توان بدین صورت بیان کرد که اولا خروجی کنترل‌کننده‌های غیرفعال و فعال در زمان کلیدزنی تا حد ممکن به هم نزدیک باشند و ثانیا ورودی کنترل‌کننده‌های غیرفعال و فعال نیز حتی‌الامکان به هم نزدیک باشند تا در زمان کلیدزنی پدیده ضربه رخ ندهد. این دو هدف را می‌توان به‌صورت تابع هدف زیر بیان نمود.

$$\begin{aligned} J(\tilde{u}, a, t_f) = \frac{1}{2}\int_0^{t_f} (& z_u(t)^T W_u z_u(t) \\ & + z_e(t)^T W_e z_e(t))dt \\ & + \frac{1}{2} z_u(t_f)^T W_{t_f} z_u(t_f) \end{aligned} \quad (۱۹)$$

که در آن $z_u(t)$ و $z_e(t)$ به صورت زیر تعریف می‌شوند :

$$\begin{aligned} z_u(t) &= \tilde{u}(t) - u(t) \\ z_e(t) &= a(t) - e(t) \end{aligned} \quad (۲۰)$$

که در آن، $u(t)$ سیگنال کنترل‌کننده فعال، $e(t)$ سیگنال خطا، $\tilde{u}(t)$ سیگنال کنترل‌کننده غیرفعال و $a(t)$ سیگنال تولید شده توسط فیدبک استاتیک F است. همچنین W_u و W_e ماتریس‌های مثبت معین با ابعاد مناسب هستند که با توجه به اهداف طراحی توسط طراح تعیین می‌شوند. شکل ۳ شماتیک روش مذکور را نمایش می‌دهد.



شکل ۳: نمایی از کلیدزنی بدون جهش در سیگنال ورودی

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]

کنترل‌کننده غیرفعال i ام تحریک شده توسط a(t) دارای دینامیک زیر فرض می‌شود:

$$\begin{aligned} x_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c a(t) \\ \tilde{u}(t) &= C_c x_c(t) + D_c a(t) \end{aligned} \quad (۲۱)$$

که طبق فرضیات روش، (A_c, B_c) کنترل‌پذیر و (A_c, B_c) مشاهده‌پذیر هستند. با در نظر گرفتن تابع هدف طبق رابطه (۱۹)، a(t) و F به صورت زیر بدست می‌آیند.

$$a(t) = F \begin{bmatrix} x_c(t) \\ u(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \quad (۲۲)$$

$$F = \triangle \begin{bmatrix} (B_c^T \Pi + D_c^T W_u C_c)^T \\ (-D_c^T W_u + B_c^T M(C_c^T W_u D_c \triangle D_c^T + \Pi B_c \triangle D_c^T W_u))^T \\ (-W_E + B_c^T M(C_c^T W_u D_c \triangle W_e + \Pi B_c \triangle W_e))^T \end{bmatrix}^T$$

که در آن، ماتریس‌های M، $\triangle$ بدین صورت بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} M &= \left(\widetilde{A}_c^T + \Pi \widetilde{B}_c\right)^{-1} \\ \triangle &= -(D_c^T W_u D_c + W_e)^{-1} \end{aligned} \quad (۲۳)$$

ماتریس‌های $\widetilde{A}_c$، $\widetilde{B}_c$ و $\tilde{C}_c$ طبق رابطه (۲۴) و ماتریس Π از حل معادله ریکاتی رابطه (۲۵) بدست می‌آیند

.

$$\begin{aligned} \widetilde{A}_c &= A_c + B_c \triangle D_c^T W_u C_c \\ \widetilde{B}_c &= B_c \triangle B_c^T \\ \tilde{C}_c &= C_c^T W_u (I + D_c \triangle D_c^T W_u) C_c, \end{aligned} \quad (۲۴)$$

$$\Pi \widetilde{A}_c + \widetilde{A}_c^T \Pi + \Pi \widetilde{B}_c \Pi + \tilde{C}_c = 0 \quad (۲۵)$$

٦- الگوریتم دیکوتومی یا دوبخشی پیشنهادی

روش دوبخشی یکی از روش‌های مهم مطرح شده در محاسبات عددی برای یافتن ریشه یک تابع پیوسته است که در دو نقطه مقدار آن دارای علامت مختلف است. تکرار این روش بر روی تابع‌هایی با ویژگی ذکر شده در صورتی که در حدود بازه، هم علامت نباشند ریشه بدست خواهد آمد. این الگوریتم را می‌توان بر هر تابع پیوسته f(x) در بازه [a, b] اعمال کرد که علامت مقدار تابع f(x) از a تا b تغییر می‌کند. فرایند روش دو بخشی ساده است: بازه به دو قسمت تقسیم می‌شود و یک جواب باید در یک زیربازه وجود داشته باشد که در آن، علامت f(x) تغییر می‌کند جهت افراز متغیر حالت جابه‌جایی ورق از روش دیکوتومی یا همان دوبخشی با یک معیار مشخص خطا استفاده شده است. انتخاب این روش به دلیل همگرایی مناسب، عدم نیاز به محاسبه مشتق و انتگرال، عدم واگرایی و حل ساده می‌باشد.

مراحل پیاده سازی الگوریتم:

تعیین پارامتر تقسیم بندی (N)

افراز بازه تغییرات متغیر حالت x به N زیر فضا

محاسبه Y=f(X)

تعریف تابع خطای f(X)-Y

تعیین پارامتر Np

تعیین پارامترهای توقف ErrorX و ErrorY

$$\begin{aligned} ErrorX &= \frac{Max(x) - Min(x)}{N_p}, \\ ErrorY &= \frac{Max(Y) - Min(Y)}{N_p} \end{aligned} \quad (۲۶)$$

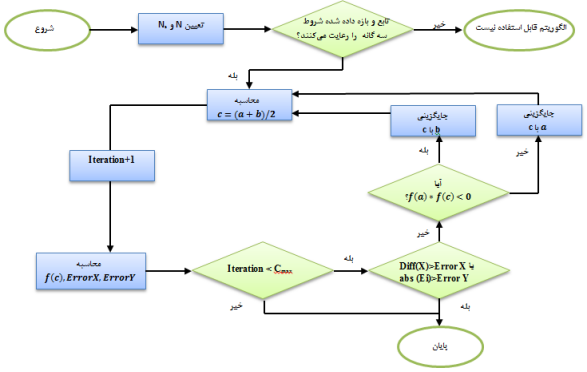
تعیین بیشینه مقدار تکرار جهت رسیدن به پارامترهای توقف

$$\begin{aligned} Cx_{max} &= \log_2 \frac{Max(x) - Min(x)}{ErrorX}, \\ Cy_{max} &= \log_2 \frac{\frac{ErrorX}{Max(x) - Min(x)}}{\frac{ErrorY}{Max(y) - Min(y)}} \times Cx_{max} \end{aligned} \quad (۲۷)$$

تعیین مقدار بیشینه پارامتر توقف

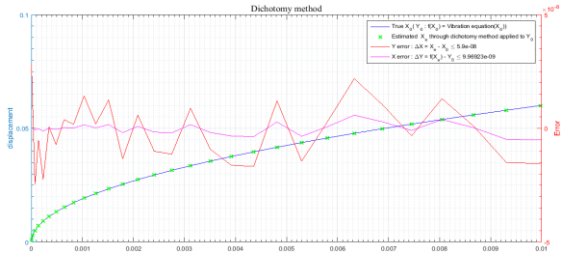
$$C_{max} = \max\left(Cx_{max}, Cy_{max}\right) \quad (۲۸)$$

شکل ۴ نحوه اجرای الگوریتم پیشنهادی را جهت افراز متغیر حالت به زیر مجموعه‌ای از مدل‌های خطی را نشان می‌دهد.



شکل ۴: الگوریتم دیکوتومی پیشنهادی

در شکل ۵ منحنی آبی رنگ تغییرات متغیر حالت در بازه [0.001 0.06] را به همراه نقاط سبز رنگ که توسط الگوریتم انتخاب شده است، را نشان می‌دهد. مقادیر خطای مقدار متغیر و تابع غیرخطی نیز در شکل قابل مشاهده می‌باشند.



شکل ۵: منحنی انتخاب نقاط توسط الگوریتم دیکوتومی پیشنهادی

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]

۷- الگوریتم پیشنهادی طراحی مدل‌های برگزیده تکه‌ای مقاوم

در طراحی الگوریتم پیشنهادی تلاش شده است تا وابستگی الگوریتم به یک مقدار اولیه آستانه حذف و افزونگی در دسته‌بندی زیرفضاهای کنترل‌کننده خطی وجود نداشته باشد. همچنین پایداری و عملکرد مطلوب سیستم غیرخطی حفظ شود.

گام ۱: متغیر حالت موثر سیستم غیرخطی بر اساس الگوریتم شبکه-بندی دیکوتومی۱ [۴۲] به تعداد مشخص N نقطه دسته‌بندی می‌شود. بدین صورت بر اساس روابط (۳) و (۱۱) تعداد N مدل خطی $P_i(i = 1,2,..,N)$ بدست می‌آید.

گام ۲: به کمک تئوری معیار فاصله یک ماتریس $N \times N$ از کلیه فواصل میان سیستم‌های خطی به کمک رابطه (۸) تشکیل داده می‌شود. $(gap = [\bar{\delta}_{i,j}] = [\delta(P_i, P_j)]_{N\times N})$

گام ۳: قرار دهید $i = 1$

گام ۴: قرار دهید $j = i + 1$

گام ۵: بهترین مدل محلی نامی (P^*) را از میان i امین تا j امین مدل محلی بر اساس رابطه (۲۹) مشخص نمایید.

$$P^* \triangleq \{P_k | \min_{i\le k\le j}(\max_{i\le m\le j}(\delta(P_m, P_k)))\} \quad (۲۹)$$

گام ۶: محاسبه بیشترین فاصله میان مدل محلی نامی (P^*) و سایر مدل‌های محلی بر اساس رابطه (۳۰) حاصل می‌شود

$$\delta^* = \max_{i\le m\le j}(\delta(P^*, P_m)) \quad (۳۰)$$

گام ۷: بر اساس عملکرد مطلوب خواسته شده از طراح کنترل‌کننده، تابع وزنی $W_1(s)$ طراحی و مسئله بهینگی بیان شده در رابطه (۱۷) حل می‌شود. به کمک روش الگوریتم ژنتیک بهترین پاسخ برای ضرایب کنترل‌کننده انتخاب می‌گردد. طبق رابطه (۹) شرط ماکزیمم حاشیه پایداری ($\delta^* \le b_{P^*,K}$) چک می‌شود در صورتی برقراری شرط ذکر شده $j = j + 1$ قرار داده و به گام ۵ بروید تا امکان وجود یک مدل خطی دیگر در دسته فوق چک شود در غیر این صورت به گام ۸ باید رفت.

گام ۸: باید $i = j$ قرار داده شود و به گام ۴ باز گردید. بنابراین یک زیر ناحیه از i تا j-1 تشکیل شده است که در آن P^* مدل نامی زیر ناحیه است و طبق مسئله بهینگی رابطه (۱۷) کنترل‌کننده نامی K^* بنابر عملکرد سیستم تعیین و نماینده این ناحیه می‌باشد.

گام۹: مراحل فوق را تا دسته‌بندی کل فضای کاری (N) ادامه باید داد.

گام ۱۰: پس از بدست آمدن N_P زیر ناحیه که برای هر کدام یک کنترل‌کننده نامی مشخص شده است که شرایط عملکرد و پایداری را محقق می‌نماید کافی است نمایش فضای حالت آن را بدین صورت طبق رابطه (۱۳) به فرم زیر نشان داد.

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{\tau_f} \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_c = [K_I \quad K_P], D_c = 0 \quad (۳۱)$$

در این صورت به شرطی که $K_P \neq \tau_f K_I$ برقرار باشد، نمایش فضای حالت کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر بوده و شرط طراحی فیدبک کنترل‌کننده بدون ضربه برقرار خواهد بود. با طراحی ماتریس‌های W_u و W_e با توجه به رابطه (۱۹) بر اساس روش سعی و خطا، فیدبک F را برای هر یک از N_P زیر ناحیه می‌توان بدست آورد.

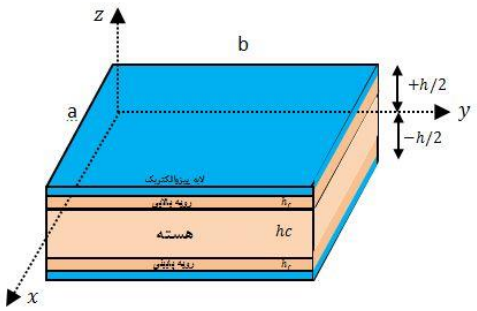
گام ۱۱: کنترل‌کننده جامع به صورت رابطه (۳۲) از ترکیب وزن‌دار کنترل‌کننده‌های محلی ساخته خواهد شد که این توابع وزنی براساس متغیر حالت مسئله و به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$u(t) = \sum_{i=1}^{N_s} w_i(t)u_i(t) \quad (۳۲)$$
$$w_i(t) = \begin{cases} 1 & \psi(t) \in \theta_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

که در آن ψ متغیر حالت سیستم و θ_i زیر فضای iام و θ فضای کاری کل است

۸- نتایج شبیه‌سازی

در این مقاله به تحلیل کاهش نوسانات غیرخطی یک ورق ساندویچی مستطیلی شکل به ابعاد ۲۰ × ۳۰ سانتی متر مربع پرداخته می‌شود، بدین گونه که معادلات حرکت خطی و غیرخطی یک ورق ساندویچی بر اساس رابطه ریلی-ریتز-لاگرانژ استخراج شده است و همچنین معادلات خطی پیزوالکتریک‌ها به مسئله افزوده شده است تا به عنوان ورودی کنترلی سیستم غیرخطی نقش به سزایی را ایفا نماید [۴۳]. نمایی از یک ورق ساندویچی و لایه پیزوالکتریک‌ها درشکل ۶ در مختصات دکارتی نشان داده شده است.



شکل ۶: نمایی از یک ورق ساندویچی با لایه‌های پیزوالکتریک

[1] Dichotomy

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]

رابطه (۳۳) معادلات دینامیکی غیرخطی ورق ساندویچی را نشان می‌دهد [۴۴]:

$$M\ddot{\Psi} + C_s\dot{\Psi} + (2K_{NL} - 2K_{pzsNL_{elastelect}}{}^{2}K_{pzs_{elect}}{}^{-1})\Psi^3 + (\frac{3}{2}K_G - 3K_{pzsL_{elastelect}}K_{pzsNL_{elastelect}}K_{pzs_{elect}}{}^{-1})\Psi^2 + (K_L - K_{pzsL_{elastelect}}{}^{2}K_{pzs_{elect}}{}^{-1})\Psi = -2V_{pza}K_{pzaNL_{elastelect}}\Psi - K_{pzaL_{elastelect}}V_{pza} \quad (۳۳)$$

$$K_{pzsL_{elastelect}}\Psi + K_{pzsNL_{elastelect}}\Psi^2 + K_{pzs_{elect}}V_{pzs} = 0$$

که در آن M پارامتر جرم، C_s پارامتر دمپینگ، K_{NL}، K_G، K_L به ترتیب پارامترهای سختی غیرخطی، هندسی، خطی ورق ساندویچی و $K_{pzaNL_{elastelect}}$ ، $K_{pzaL_{elastelect}}$ پارامترهای سختی غیرخطی و خطی ناشی از خاصیت الکتروالاستیک عملگر پیزوالکتریک می‌باشند. همچنین $K_{pzsNL_{elastelect}}$، $K_{pzsL_{elastelect}}$، $K_{pzs_{elect}}$، Ψ، V_{pza} و V_{pzs} به ترتیب پارامترهای سختی غیرخطی و خطی ناشی از خواص الکتروالاستیک و الکتریکی سنسور پیزوالکتریک، متغیر حالت جابه‌جایی، ولتاژ عملگر پیزوالکتریک به عنوان ورودی کنترلی سیستم و سنسور پیزوالکتریک به عنوان خروجی قابل اندازه‌گیری سیستم در نظر گرفته شده‌اند. مقادیر پارامترها در جدول ۱ قابل مشاهده هستند. مقدار پارامتر کاهنده نوسانات به صورت تناسبی $C_s=\alpha M+\beta K$ تعریف می‌شود [۴۵] که ضرایب رابطه تاثیر مستقیم در جایابی قطب‌های سیستم خواهند داشت.

جدول ۱: مقادیر نامی پارامترهای سیستم غیرخطی ورق ساندویچی

پارامترها	مقدار
M	0.24
$\mathbf{K_{NL}}$	5.11e9
$\mathbf{K_G}$	-0.0142
$\mathbf{K_L}$	1.27e7
$\mathbf{K_{pzNL_{elastelect}}}$	6.33e-8
$\mathbf{K_{pzL_{elastelect}}}$	0.68
$K_{pz_{elect}}$	1.91e-7

فرم فضای حالت رابطه (۳۳) با در نظر گرفتن $x_1 = \Psi, x_2 = \dot{\Psi}, u = V_{pza}, y = V_{pzs}$ و رابطه (۳) بدین صورت است:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (۳۴)$$

$$\dot{x}_2 = (-3M^{-1}(2K_{NL} - 2K_{pzsNL_{elastelect}}{}^{2}K_{pzs_{elect}}{}^{-1})x_1{}^{2} - 3M^{-1}(K_G - 2K_{pzsL_{elastelect}}K_{pzsNL_{elastelect}}K_{pzs_{elect}}{}^{-1})x_1 - M^{-1}(K_L - K_{pzsL_{elastelect}}{}^{2}K_{pzs_{elect}}{}^{-1}) - 2M^{-1}K_{pzaNL_{elastelect}}u)\Big|_{\substack{x_1=x_{eq}\\u=u_{eq}}} \times x_1 - C_sM^{-1}x_2 + (-M^{-1}K_{pzaL_{elastelect}} - 2M^{-1}K_{pzaNL_{elastelect}}x_1)\Big|_{\substack{x_1=x_{eq}\\u=u_{eq}}} \times u$$

$$y = (-K_{pzs_{elect}}{}^{-1}K_{pzsL_{elastelect}} - 2K_{pzs_{elect}}{}^{-1}K_{pzsNL_{elastelect}}x_1)\Big|_{\substack{x_1=x_{eq}\\u=u_{eq}}} \times x_1$$

پس ماتریس‌های حالت سیستم می‌شوند:

$$A_{11} = 0, A_{12} = 1, \quad (۳۵)$$

$$A_{21} = -3M^{-1}(2K_{NL} - 2K_{pzsNL_{elastelect}}{}^{2}K_{pzs_{elect}}{}^{-1})x_{eq}{}^{2} - 3M^{-1}(K_G - 2K_{pzsL_{elastelect}}K_{pzsNL_{elastelect}}K_{pzs_{elect}}{}^{-1})x_{eq} - M^{-1}(K_L - K_{pzsL_{elastelect}}{}^{2}K_{pzs_{elect}}{}^{-1}) - 2M^{-1}K_{pzaNL_{elastelect}}u_{eq}$$

$$A_{22} = -C_sM^{-1}, A = [A_{11}\ A_{12}; A_{21}\ A_{22}],$$

$$B_1 = 0, B_2 = -M^{-1}K_{pzaL_{elastelect}} - 2M^{-1}K_{pzaNL_{elastelect}}x_{eq}$$

$$B = [B_1\ ; B_2\ ],$$

$$C_1 = -K_{pzs_{elect}}{}^{-1}K_{pzsL_{elastelect}} - 2K_{pzs_{elect}}{}^{-1}K_{pzsNL_{elastelect}}x_{eq}, C_2 = 0$$

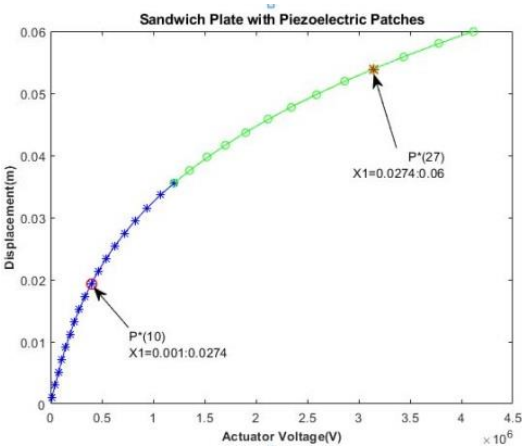
$$C = [C_1\ C_2\ ], D = 0,$$

با در دست داشتن دامنه تغییرات متغیر حالت $x_1 = x_{eq}$ و تقسیم بندی آن به مقدار مشخص، در این بازه مقدار u_{eq} با در نظرگرفتن رابطه $\dot{x} = f(x,u) = 0$ (۲) بدست می‌آید:

$$u_{eq} = \left(-M^{-1}K_{pzaL_{elastelect}} - 2M^{-1}K_{pzaNL_{elastelect}}x_{eq}\right)^{-1} \times (-M^{-1}(2K_{NL} - 2K_{pzsNL_{elastelect}}{}^{2}K_{pzs_{elect}}{}^{-1})x_{eq}{}^{3} - M^{-1}(\frac{3}{2}K_G - 3K_{pzsL_{elastelect}}K_{pzsNL_{elastelect}}K_{pzs_{elect}}{}^{-1})x_{eq}{}^{2} - M^{-1}(K_L - K_{pzsL_{elastelect}}{}^{2}K_{pzs_{elect}}{}^{-1})x_{eq}) \quad (۳۶)$$

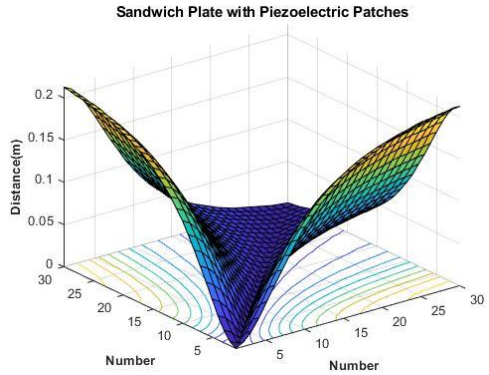
متغیر حالت سیستم x_1 به عنوان پارامتر دسته‌بندی انتخاب شده است. دسته‌بندی پارامترها به روش منظم و فواصل یکسان در یک بازه، بدون در نظر گرفتن ساختار سیستم غیرخطی روش مناسبی نمی‌باشد. بهترین جایگزین جهت این دسته‌بندی استفاده از الگوریتم دیکوتومی بوده که بازه تغییرات متغیر حالت $\Psi \in [0.001\ \ 0.06]$ و تعداد آن $N = 30$ متناسب با ساختار معادلات غیرخطی سیستم ورق ساندویچی در نظر گرفته شده است. منحنی تغییرات متغیر حالت سیستم نسبت به ورودی کنترلی و نواحی کاری هر دسته درشکل ۷ نشان داده شده است. کل فضای کاری سیستم به دو دسته تقسیم شده است که در دسته اول متغیر ۱۰ ام نماینده دسته با مقدار ۰.۰۱۹۳ و در دسته دوم متغیر ۲۷ ام نماینده دسته با مقدار ۰.۰۵۳۹ مشخص شده‌اند.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]



شکل ۷: منحنی تغییرات جابه‌جایی ورق نسبت به ولتاژ عملگر پیزوالکتریک ورودی سیستم در یک محدوده خاص

همچنین منحنی تغییرات فاصله میان ۳۰ مدل محلی خطی شده طبق رابطه (۸) در شکل ۸ قابل مشاهده می‌باشد. بیشترین فاصله میان دو سیستم مقدار ۰.۲۱۲۷ را دارا می‌باشد که ناشی از مدل محلی نامی طبق رابطه (۲۹) بدست آمده است و از آنجا که بیشینه پایداری برای این مدل طبق رابطه (۱۰) دارای مقدار ۰.۰۱۹۸ می‌باشد این نتیجه قابل استنتاج است که کنترل سیستم غیرخطی رابطه (۳۳) در فضای کاری $x_1 \in [0.001 \;\; 0.06]$ تنها با یک کنترل کننده خطی امکان پذیر نمی‌باشد و لذا باید از مدل‌های برگزیده تکه‌ای استفاده نمود.



شکل ۸: نمایی از فواصل میان سیستم‌ها در فضای کاری مشخص شده

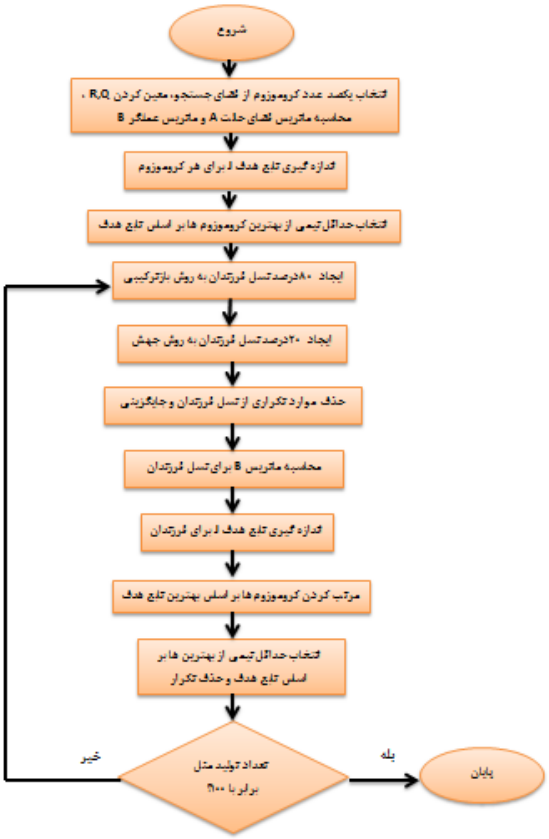
با مشخص شدن سیستم‌های خطی ۱۰ ام و ۲۷ ام به عنوان نماینده دسته کافی است با حفظ شرایط پایداری، کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری، کنترل‌کننده مربوطه با توجه به عملکرد مناسب سیستم که برای آن مقادیر کمتر از ۱۵ ثانیه زمان نشست، بالازدگی کمتر از ۲٪ و خطای حالت ماندگار کمتر از ۰.۰۱ در نظر گرفته شده است را طراحی نمود. کنترل کننده خطی مورد نظر از نوع تناسبی انتگرالی با یک فیلتر پایین‌گذر طبق رابطه (۱۳) لحاظ شده است و محدوده در نظر گرفته شده برای ضرایب

کنترل کننده وابسته به قطب‌های سیستم منتخب طبق رابطه (۱۴) و با استفاده از دستور pidtuning در نرم افزار متلب به صورت $\mu \in D = \{\mu \in \mathcal{R}^3 | [0\ 0\ 0] \leq \mu \leq [10^2\ 10^8\ 10^{-4}]\}$ می‌باشد. انتخاب ضرایب کنترل کننده در محدوده مورد نظر بر اساس روش الگوریتم ژنتیک و بر پایه تابع هزینه بیان شده در رابطه (۱۷) انجام شده است. آستانه حد پایداری $\gamma = 0.2$ و ضریب موثر تابع هزینه $\rho = 1e3$ وابسته به طراحی کنترل کننده در نظر گرفته شده‌اند. فلوچارت پیاده سازی الگوریتم ژنتیک در شکل ۹ آورده شده است. در پیاده‌سازی الگوریتم ژنتیک از هم‌پوشانی ۸۰٪ و جهش ۲۰٪ در تولید مثل استفاده شده است. معیار برازندگی طبق رابطه (۱۸) بر اساس توابع حساسیت و مکمل حساسیت بر اساس بهترین عملکرد با حفظ شرایط پایداری حلقه بسته در نظر گرفته شده است. در روند اجرای الگوریتم از فیلترهای حذف تکرار در نسل و تنظیم ضرایب بر اساس کمینه کردن تابع هدف با ۱۰۰ تکرار اجرا شده است.

جدول ۲: نتایج حاصل از اجرای الگوریتم پیشنهادی

زیر فضا	ناحیه ۱	ناحیه ۲
تعداد زیر فضای اختصاصی	۱ تا ۱۸	۱۹ تا ۳۰
محدوه متغیر حالت	۰.۰۰۱ تا ۰.۰۲۷۴	۰.۰۲۷۴ تا ۰.۰۶
نماینده زیر ناحیه	۱۰ام $(x_1 = 0.0193)$	۲۷ ام$(x_1 = 0.0539)$
مدل نامی منتخب	$P_1^* = \frac{1.03e07}{s^2 + 2.91e05s + 2.87e08}$	$P_2^* = \frac{1.03e07}{s^2 + 4.24e05s + 6.09e08}$
ماگزیمم معیار فاصله	۰.۰۲۵۴	۰.۰۲۷۳
تابع وزنی حساسیت	$W_1 = \frac{0.1708s + 1.631e04}{s + 0.1136}$	$W_1 = \frac{0.1671s + 1.622e04}{s + 0.1157}$
کنترل کننده محلی	$K_1 = \frac{24.7s + 2.14e08}{s(1.41e-04s + 1)}$	$K_2 = \frac{81.7s + 7.14e08}{s(9.41e-04s + 1)}$
ماگزیمم آستانه پایداری	۰.۰۳۰۳	۰.۰۳۷۷

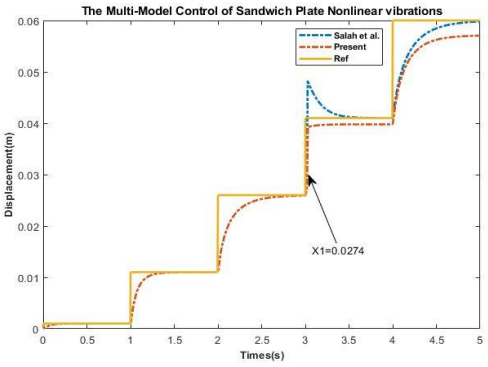
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]



شکل ۹: فلوچارت پیاده سازی الگوریتم ژنتیک برای سیستم ورق ساندویچی

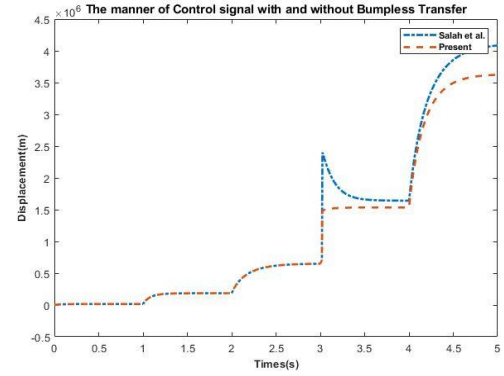
تابع وزنی $W_1(s)$ بر اساس شرایط پایداری و به کمک تابع مکمل حساسیت برای دو فضای کاری بدست آمده است که به همراه آستانه پایداری هر ناحیه در جدول ۲ آمده و کل فضای کاری سیستم غیرخطی به دو ناحیه تقسیم شده که نقطه $x1 = 0.0274$ محل تلاقی آنها است. شرط پایداری برای هر دو ناحیه برقرار است و مقادیر ماکزیمم فاصله از آستانه پایداری بیشینه کمتر است. ضرایب تابع وزنی حساسیت بر اساس عملکرد بهینه سیستم به کمک تابع حساسیت بدست آمده‌اند.

حال کافی است در گام ۱۰ بر اساس رابطه (۳۱) فرم فضای حالت کنترل‌کننده‌های خطی دو ناحیه را بدست آورد به شرطی که شرایط کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری برقرار باشد. توابع وزنی W_u و W_e را به گونه‌ای طراحی می‌نمایند تا مانع از ایجاد ضربه در زمان‌های کلیدزنی گردد. مقادیر نامی توابع وزنی W_u و W_e برای سیستم غیرخطی ورق ساندویچی به ترتیب 10^{-24} و 10^{-3} می‌باشند که با روش سعی و خطا و با توجه با دانش طراح از رفتار سیستم بدست آمده‌اند. حال با بدست آوردن فیدبک F فرم کلی معادلات بدست آمده است و به کمک رابطه (۳۲) ورودی‌های سیستم غیرخطی ورق ساندویچی با هم تلفیق می‌شوند. نمایی از کنترل کننده طراحی شده و مقایسه آن با مرجع [۲۶] درشکل ۱۰ قابل مشاهده می‌باشد.

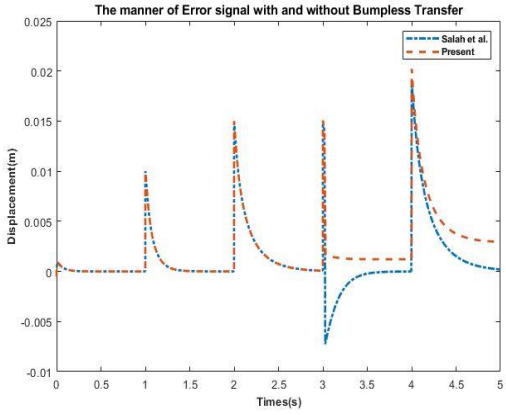


شکل ۱۰: کنترل سیستم غیرخطی ورق ساندویچی به روش مدل‌های برگزیده تکه‌ای

نقطه کلیدزنی میان دو کنترل کننده خطی طراحی شده مطابق جدول (۲)، $X1 = 0.0274$ بوده که استفاده از فیدبک باعث حذف پرش و یا ضربه در متغیر حالت سیستم در زمان تعقیب سیگنال پایه می‌گردد. مقایسه میان کنترل‌کننده طراحی شده با کنترل‌کننده مورد نظر مرجع [۲۶] وجود پرش در زمان کلیدزنی میان کنترل کننده‌ها می‌باشد. مقایسه جهش در سیگنال‌های کنترل، خطا و خروجی سیستم غیرخطی ورق ساندویچی به ترتیب در شکل ۱۱، شکل ۱۲ و شکل ۱۳ دیده می‌شوند. پرش ناگهانی در زمان کلیدزنی در مرجع [۲۶] بسیار مشهود است.

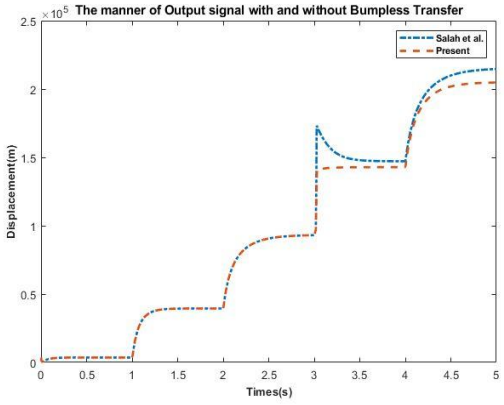


شکل ۱۱: مقایسه رفتار سیگنال کنترل در زمان کلیدزنی برای مدل‌های برگزیده تکه‌ای حاضر



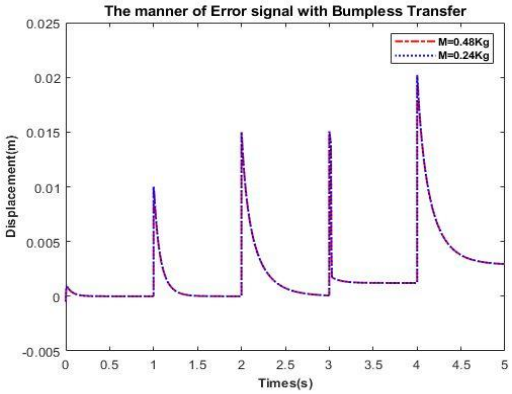
شکل ۱۲: مقایسه رفتار سیگنال خطا در زمان کلیدزنی برای مدل‌های برگزیده تکه‌ای حاضر

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]

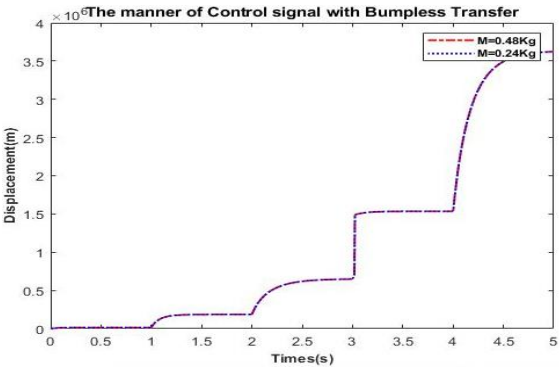


شکل ۱۳: مقایسه رفتار سیگنال خروجی سنسور اندازه‌گیری

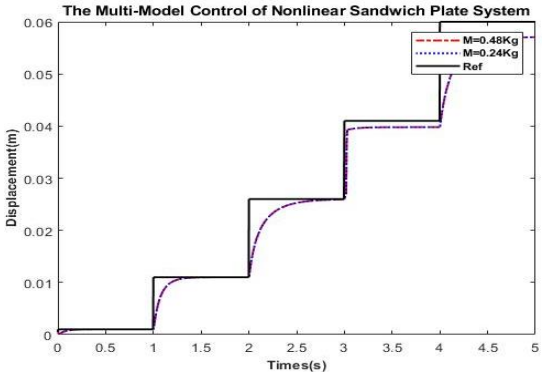
پیزوالکتریک در زمان کلیدزنی برای مدل‌های برگزیده تکه‌ای حاضر جهت تحلیل رفتار مقاوم مدل‌های برگزیده تکه‌ای طراحی شده مقدار پارامتر وزن سیستم غیرخطی ورق ساندویچی دو برابر گشته است و اثر این تغییر بر روی سیگنال کنترل، خطا و رفتار متغیر حالت سیستم بررسی شده است. تغییر بسیار ناجیز در رفتار سیستم‌ها در هر دو زیر ناحیه نشان از برقرار بودن رابطه (۹) با وجود تغییر در پارامتر وزن می‌باشد. شکل ۱۴ ، شکل ۱۵ و شکل ۱۴ موید این حفظ پایداری در اثر وجود نامعینی پارامتری در سیستم می‌دهد.



شکل ۱۴: مقایسه رفتار مقاوم سیستم در اثر وجود نامعینی وزنی در رفتار سیگنال خطا سیستم غیر خطی ورق ساندویچی



شکل ۱۵: مقایسه رفتار مقاوم سیستم در اثر وجود نامعینی وزنی در رفتار سیگنال کنترل سیستم غیر خطی ورق ساندویچی



شکل ۱۴: مقایسه رفتار مقاوم سیستم در اثر وجود نامعینی وزنی در رفتار متغیر حالت سیستم غیر خطی ورق ساندویچی

۹- نتیجه‌گیری

در این مقاله به کنترل و کاهش نوسانات غیرخطی یک ورق ساندویچی مستطیلی شکل به ابعاد ۳۰*۲۰ سانتی متر مربع پرداخته می‌شود، بدین‌گونه که معادلات نوسانات غیرخطی یک ورق ساندویچی بر اساس رابطه ریلی-ریتز-لاگرانژ استخراج شده و معادلات خطی پیزوالکتریک‌ها به مسئله افزوده شده است تا به عنوان ورودی کنترلی سیستم غیرخطی نقش به سزایی را ایفا نماید.

ایده استفاده از مدل‌های برگزیده تکه‌ای بر تجزیه سیستم غیرخطی به چندین مدل محلی، طراحی کنترل‌کننده‌های محلی و سپس ترکیب آن‌ها جهت کنترل ورودی سیستم غیرخطی استوار است. دو مسئله مهم در پیاده سازی مدل‌های برگزیده تکه‌ای حفظ پایداری سیستم نهایی و عملکرد مناسب آن می باشد.

عدم قطعیت‌ها یکی از موارد پرکاربرد استفاده از مفاهیم حد فاصله از جهت پایداری و مقاوم بودن سیستم بوده که مورد تحقیق مقالات امروزی است. عملکرد بهینه هر زیر سیستم با طراحی کنترل‌کننده محلی بر اساس معیارهای مشخص طراحی قابل دستیابی است. در اکثر مقالات تنها پرداختن به یک موضوع پایداری و یا عملکرد مورد توجه قرار گرفته است در حالی که در مقاله حاضر سعی شده است با معیار حد فاصله ، پایداری سیستم غیرخطی و با مشخص کردن یک معیار بهینه با کمک تابع هزینه بر اساس ویژگی حساسیت سیستم‌ها به یک عملکرد مطلوب نیز دست یافت.

مشکل اصلی در مدل‌های برگزیده تکه‌ای تعداد و محل آنها می‌باشد که عدم توجه به این خصیصه باعث افزونگی، پیچیدگی محاسباتی و کاهش عملکرد سیستم می‌گردد. انتخاب یک آستانه مشخص بر اساس ویژگی‌های سیستم از جمله معیارهای دسته بندی می‌باشد پارامتر آستانه اولیه بسیار وابسته به دانش اولیه طراحی دارد و انتخاب نادرست آن به افزونگی کنترل‌کننده ها و پیچیدگی مسئله می‌افزاید. در این مقاله پارامتر بیشینه آستانه پایداری که جزء مشخصه اصلی هر زیرسیستم بوده و علاوه بر تضمین پایداری، امکان دسته بندی کنترل‌کننده‌های محلی را فراهم می‌آورد در نظر گرفته شده است تا بر اساس مقایسه با معیار حد فاصله بتوان

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]

به یک جواب بهینه از لحاظ تعداد و موقعیت کنترل‌کننده‌ها دست یافت. به علت عدم پیچیدگی، ساختار کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی به همراه یک فیلتر است. که فیلتر جهت برقراری شرط کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر شدن تابع کنترل‌کننده اضافه شده است. برای حل مساله بهینه‌سازی غیرمحدب از روش الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود. مهمترین مزیت این روش در مقایسه روش‌های موجود مانند روش بهینه سازی ازدحام ذرات تعداد پارامترهای طراحی کمتر، همگرایی سراسری و سرعت اجرای آن است.

در این مقاله برای جلوگیری از پیچیدگی ساختار مدل‌های برگزیده تکه‌ای ، کنترل‌کننده‌های محلی درجه یک درنظر گرفته شده اند. برای برطرف کردن ضربه سیگنال کنترل از کنترل‌کننده‌های محلی خطی نامتغیر با زمان با بعد محدود استفاده شده است. بطوری که کنترل‌کننده‌های غیرفعال کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر بوده و ورودی و خروجی کنترل‌کننده فعال در دسترس باشد.

یکی دیگر از چالش‌های مدل‌های برگزیده تکه‌ای وجود ضربه در هنگام کلیدزنی بین کنترل‌کننده‌ها است. در این مقاله تلاش شده تا با بهینه سازی یک تابع وابسته به خطای کلیدزنی بین کنترل‌کننده‌های سیستم، مشکل ضربه در زمان‌های کلیدزنی حل شده است. روش مذکور برای کاهش نوسانات یک ورق ساندویچی مستطیلی شکل که معادلات دارای نامعینی آن بر اساس رابطه ریلی-ریتز-لاگرانژ شبیه سازی شده است. نتایج نشان می‌دهد که کنترل کننده پیشنهادی توانسته است در برابر عدم قطعیت های سیستم مقاوم بوده و پایداری و عملکرد مناسب از خود نشان دهد.

پس از بدست آوردن روابط غیرخطی ورق ساندویچی، طراحی کنترل‌کننده مناسب جهت حفظ پایداری و عملکرد مطلوب سیستم و رسیدن به سطح مطلوب ارتعاشات هدف اصلی در این مقاله است. برای حصول به طراحی این نوع کنترل‌کننده، الگوریتمی پیشنهاد شده که به کمک آن بتوان کل فضای کاری سیستم را به چند زیرفضا افراز نمود و برای هر زیر فضا یک کنترل‌کننده خطی به گونه‌ای طراحی نمود که شرایط پایداری حلقه بسته و عملکرد مطلوب نهایی را همزمان برآورده نمایند. مهمترین ویژگی این الگوریتم نحوه انتخاب یک معیار مناسب برای دسته‌بندی کل فضای حالت می‌باشد. همچنین کیمنه کنترل‌کننده‌های خطی محلی برای هر زیرفضا بر اساس تعامل میان مدل‌های محلی با سایر زیر فضاها بدست می‌آید. ضرایب کنترل‌کننده‌های خطی به کمک الگوریتم ژنتیک ، ماتریس حساسیت و مکمل حساسیت به صورت بهینه تعیین می‌شوند. از الگوریتم دیکوتومی یا دوبخشی پیشنهادی در افراز کردن متغیر حالت اصلی سیستم با تکیه بر رابطه غیرخطی سیستم استفاده شده است و همچنین الگوریتم پیشنهادی تعیین ماتریس‌های وزنی فیدبک F جهت حذف پرش در زمان‌های کلیدزنی میان کنترل کننده‌های محلی را می‌توان از دیگر نوآوری‌های این مقاله نام برد.

۱۰- مراجع

[1] Fakhari, V., Ohadi, A., 2011," Nonlinear vibration control of functionally graded plate with piezoelectric layers in thermal environment", Journal of Vibration and Control, 17(3):449-469,. doi:10.1177/1077546309354970

[2] Liu, X., Cai, G., Peng, F., Zhang, H., Lv, L., 2018," Nonlinear vibration analysis of a membrane based on large deflection theory", Journal of Vibration and Control, 24(12):2418-2429. Doi: 10.1177/1077546316687924

[3] Rostami, R., Mohamadimehr, M., and Rahaghi, M. I., Jul. 2019, "Dynamic stability and nonlinear vibration of rotating sandwich cylindrical shell with considering FG core integrated with sensor and actuator," Steel and Composite Structures, vol. 32, no. 2, pp. 225–237.

[4] Salighe, S., Mohammadi, H., 2019, "Semi-active nonlinear vibration control of a functionally graded material rotating beam with uncertainties, using a frequency estimator" , Composite Structures, Volume 210, Pages 367-380, ISSN 0263-8223.https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.11.060.

[5] Jin G., Deng M., 2020, "Operator-based nonlinear free vibration control of a flexible plate with sudden perturbations", Transactions of the Institute of Measurement and Control. 42(7):1375-1387. Doi: 10.1177/0142331219891352.

[6] Liu, X., Cai, G., Peng, F., Zhang, H., 2018, "Dynamic model and active vibration control of a membrane antenna structure", J. Vib. Control, Volume 24, 4282–4296.

[7] Golestani, M., Ebadollahi, S., Smaeilzadeh, S. M., 2017, "Robust Adaptive Control for a Class of Uncertain Nonlinear Systems: Integral Sliding Mode Control Approach", JoC, 11 (3) :51-58. URL: http://joc.kntu.ac.ir/article-1-401-fa.html

[8] Shahnazi, R., Pariz, N., Vahidian, A., 2010, "Observer-based Adaptive Fuzzy Control Scheme for a Class of MIMO Uncertain Nonlinear Systems", JoC, 3 (4) :65-75.

[9] Murray-Smith, R., and Johansen, T., "MultipleModel Approaches to Nonlinear Modeling and Control", Taylor & Francis, 1997.

[10] Rewienski, M., and White, J., 2003, "A trajectory piecewise-linear approach to model order reduction and fast simulation of nonlinear circuits and micromachined devices," IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, vol. 22, no. 2, pp. 155-170.

[11] Angelis, G., System Analysis, Modeling and Control with Polytypic Linear Models, PHD Thesis, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, 2001.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]

Volume 138, 106838, ISSN 0098-1354,https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2020.106838.

[23] Ahmadi, M., Haeri, M., August 2020, "An integrated best–worst decomposition approach of nonlinear systems using gap metric and stability margin", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering. doi:10.1177/0959651820949654.

[24] Kucukkoc, I., 2020, "Balancing of two-sided disassembly lines: Problem definition, MILP model and genetic algorithm approach", Computers & Operations Research, V124, 105064, ISSN 0305-0548, https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.105064.

[25] Korjani, S., Serpi, A. and Damiano, A. , 2020, "A Genetic Algorithm Approach for Sizing Integrated PV-BESS Systems for Prosumers", 2nd IEEE International Conference on Industrial Electronics for Sustainable Energy Systems (IESES), Cagliari, Italy, pp. 151-156, doi: 10.1109/IESES45645.2020.9210700.

[26] Haj Salah, A. A., Garna, T., Ragot, J., Messaoud, H., 2016, "Transition and control of nonlinear systems by combining the loop shaping design procedure and the gap metric theory", Transactions of the Institute of Measurement and Control, 38(8):1004-1020. doi:10.1177/0142331215577420.

[27] Saki, S., Bolandi, H., Mousavi, S. K., 2018, "Optimal direct adaptive soft switching multi-model predictive control using the gap metric for spacecraft attitude control in a wide range of operating points", Aerospace Science and Technology, Volume 77, Pages 235-243, ISSN 1270-9638, https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.03.001.

[28] Ho and Farooq M., 2000, "Comparing an interacting multiple model algorithm and a multiple-process soft switching algorithm: equivalence relationship and tracking performance, ", Proceedings of the Third International Conference on Information Fusion, Paris, France, pp. MOD2/17-MOD2/24 vol.1, doi: 10.1109/IFIC.2000.862572.

[29] Martha, L., Abell, James P., Braselton, in Introductory Differential Equations (Fifth Edition), 2018.

[30] Bendre, A. R., Venkataramanan, G. and Divan, D. M., 2002, "Dynamic analysis of loss limited switching full bridge DC-DC converter with multimodal control," APEC. Seventeenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (Cat. No.02CH37335), Dallas, TX, USA, pp. 617-623 vol.2, doi: 10.1109/APEC.2002.989309.

[12] Chen, W., Sun, J., Chen, C., and Chen, J., 2013. "Adaptive control of a class of nonlinear systems using multiple models with smooth controller," International Journal of Robust and Nonlinear Control.

[13] Narendra, K.S., and Han, Z., 2011, "The changing face of adaptive control: The use of multiple models", Annual Reviews in Control, vol. 35, no. 1, pp. 1- 12.

[14] Narendra, K.S., and Han, Z., 2010, "Location of models in multiple-model based adaptive control for improved performance," in American Control Conference (ACC), pp. 117-122.

[15] Meskin, N., Naderi, E., and Khorasani, K., 2013, "A multiple model-based approach for fault diagnosis of jet engines," IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 21, pp. 254-262.

[16] Rodrigues, M., Sahnoun, M., Theilliol, D., and Ponsart, J.C. , 2013, "Sensor fault detection and isolation filter for polytopic LPV systems: A winding machine application," Journal of Process Control, vol. 23, no. 6, pp. 805-816.

[17] Haj Salah, A.A., Garna, T., Ragot, J., and Messaoud, H., 2015,"Synthesis of a robust controller with reduced dimension by the Loop Shaping Design Procedure and decomposition based on Laguerre functions", Transactions of the Institute of Measurement and Control, pp. 1-25.

[18] Ghali, U. M., Usman, A. G., Ali Degm, M. A., Alsharksi, A. N., Naibi, A. M., Abba, S. I. , Jun. 2020, "Applications of Artificial Intelligence-Based Models and Multi-Linear Regression for the Prediction of Thyroid Stimulating Hormone Level in the Human Body", IJAST, vol. 29, no. 04, pp. 3690.

[19] Wang, X., Che, M., Wei, Y., 2020, "Neural network approach for solving nonsingular multi-linear tensor systems", Journal of Computational and Applied Mathematics, Volume 368, 112569, ISSN 0377-0427, https://doi.org/10.1016/j.cam.2019.112569.

[20] Enayat, A., Moallemi, S., Elsawah, M., Ryan, J. , 2020, "Strengthening 'good' modeling practices in robust decision support: A reporting guideline for combining multiple model-based methods", Mathematics and Computers in Simulation, Volume 175, Pages 3-24, ISSN 0378-4754, https://doi.org/10.1016/j.matcom.2019.05.002.

[21] Ma, Z., Xu, H. and Dong, F., 2020, "Multi Model Robust PID Control of Main Steam Temperature based on Gap Metric", IOP Conference Series: Earth and Environmental Science 558: 052074

[22] Wang, J., Song, C., Zhao, J., Xu, Z. , 2020, "A PWA model identification method for nonlinear systems using hierarchical clustering based on the gap metric", Computers & Chemical Engineering,

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]

reinforced nano-composite face sheets," Smart Structures and Systems, vol. 26, no. 2, pp. 185–193.

[44] Mohammadimehr M., Monajemi A., Afshari A., 2020, "H. Free and forced vibration analysis of viscoelastic damped FG-CNT reinforced micro composite beams",. Microsyst Technol, 26, 3085–3099. https://doi.org/10.1007/s00542-017-3682-4.

[31] Hu, W., Lum, G., Mastrangeli, M., 2018, "Small-scale soft-bodied robot with multimodal locomotion", Nature 554, 81–85.

[32] Du, J., Johansen, T. A., 2014, "A gap metric based weighting method for multimodel predictive control of MIMO nonlinear systems", Journal of Process Control, Volume 24, Issue, Pages 1346-1357, ISSN 0959-1524, https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2014.06.002.

[33] Geramifard, O., Xu, J., Zhou, J. and Li, X. , June 2014, "Multimodal Hidden Markov Model-Based Approach for Tool Wear Monitoring," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 61, no. 6, pp. 2900-2911, doi: 10.1109/TIE.2013.2274422.

[34] Galán, O., Romagnoli, J. A., Palazoğlu, A. and Arkun, Y., 2003, "Gap Metric Concept and Implications for Multilinear Model-Based Controller Design." Industrial & Engineering Chemistry Research, 42(10): 2189-2197.

[35] Zhou, K. and Doyle, J.C., "Essentials of robust control", Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998.

[36] Thang, M.T.," Robust stability and robust performance. Part of a set of lecture notes on Introduction to Robust Control, 2002.

[37] Skogestad, S., Postlethwaite, I., Multivariable feedback control – Analysis and design. 2nd Edition, Wiley, 2005.

[38] Toivonen, H., "Robust stability and the H' norm", ṣbo Academy University.

[39] Ahmadi, M., Rikhtehgar, P., Haeri, M., 2020, "A multi-model control of nonlinear systems: A cascade decoupled design procedure based on stability and performance", Transactions of the Institute of Measurement and Control; 42(7):1271-1280. doi:10.1177/0142331219888368

[40] Turner, M. C. and Walker, D. J., 1999, "Modified linear quadratic bumpless transfer," Proceedings of the 1999 American Control Conference (Cat. No. 99CH36251), San Diego, CA, pp. 2285-2289 vol.4, doi: 10.1109/ACC.1999.786421.

[41] Zhang, X., Fang, J., Lin, C. and Ying, Y., 2011, "Complexity analysis of dichotomy method in solving the approximated solution of equations", 2011 IEEE International Symposium on IT in Medicine and Education, Cuangzhou, pp. 257-259, doi: 10.1109/ITiME.2011.6130828.

[42] Amini, A., Mohammadimehr, M., and Faraji, A. R. , Sep. 2019, "Active control to reduce the vibration amplitude of the solar honeycomb sandwich panels with CNTRC facesheets using piezoelectric patch sensor and actuator," Steel and Composite Structures, vol. 32, no. 5, pp. 671–686.

[43] Rostami, R., Rahaghi, M. I., and Mohammadimehr, M. , Aug. 2020, "Nonlinear forced vibration of sandwich plate with considering FG core and CNTs

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.1.2.4]
[DOI: 10.52547/joc.16.1.13]