مجله کنترل- ویژه‌نامه کووید-۱۹
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
جلد ۱۴، شماره ۵، ویژه‌نامه کووید-۱۹، صفحه ۸۸-۷۹

طراحی و پیاده‌سازی یک کنترلگر مدل پیش‌بین برای مهار انتشارکووید-۱۹ در ایران

مهدی رضائی بهرمند[۱]، حمید خالوزاده[۲]، پرستو ریحانی اردبیلی[۳]

[۱]دانشجوی دکتری، گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور، صندوق پستی، ۹۹۳۱- ۲۳۹۳۱ ،تهران،ایران،RezaeiMahdi2018@gmail.com

[۲] استاد، گروه کنترل، دانشکده برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران،ایران، h_khaloozadeh@kntu.ac.ir

[۳]استادیار، گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور، صندوق پستی، ۹۹۳۱- ۲۳۹۳۱ ،تهران،ایران،P_reihani@pnu.ac.ir

تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۹/۱۱/۰۹، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۹/۱۱/۲۴

چکیده: در این مقاله به منظور مهار انتشار بیماری کووید-۱۹ مبتنی بر اعمال سطوح مختلف محدودیت‌های اجتماعی، یک مدل پیشنهاد شده است. همچنین، یک الگوریتم ژنتیک پارامترهای مدل را با استفاده از داده‌های واقعی گزارش شده از سوی وزارت بهداشت ایران و داده‌های شبیه سازی شده بر مبنای مدل پیشنهادی، شناسایی می‌کند. از آنجایی که کنترل مدل پیش‌بین یک روش محبوب است که به طور گسترده‌ای در کنترل فرآیندها مورد استفاده قرار گرفته است، پس از گسسته سازی مدل با یک روش مرسوم مانند اویلر، می‌توانیم محدودیت-های مناسب را در نظر بگیریم و مسئله بهینه سازی آنلاین را حل نماییم. ما در این مقاله نشان داده‌ایم که کنترلگر مدل پیش بین قادر است نمودار مبتلایان به کووید- ۱۹ را با اعمال سطوح مختلف محدودیت‌های اجتماعی، پهن کند و اوج آن را کاهش دهد. مثال عددی و نتایج شبیه سازی، مبتنی بر داده‌های واقعی به منظور نشان دادن قابلیت این روش آورده شده است.

کلمات کلیدی: کنترل مدل پیش بین، شناسایی سیستم، الگوریتم ژنتیک، کووید-۱۹.

Design and implementation of a model predictive controller for the COVID-19 spread restraint in Iran

Mahdi Rezaei Bahrmand, Hamid Khaloozadeh, Parastoo Reihani Ardabili

Abstract: In this paper, a model is proposed based on the different levels of social restrictions for the COVID-19 spread restraint in Iran. Also, a Genetic Algorithm (GA) identifies parameters of model using reported main data from the Iranian Ministry of Health and simulated data based on proposed model. Whereas Model Predictive Control (MPC) is a popular method which has been widely used in process control, after the discretization of model by a common method like Euler method, then we can consider the appropriate constraints and solve online optimization problem. In this paper, we have shown that the MPC controller able to flatten infected (symptomatic) individual curve and decrease its peak by applying the different levels of social restrictions. Numerical example and simulation results, based on main data, are given to illustrate the capability of this method.

Keywords: Model Predictive Control, System identification, GA algorithm, COVID-19.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.5.15.1]
[DOI: 10.52547/joc.14.5.79]

۱- مقدمه

در دهه های اخیر، الگوریتم‌های مختلف کنترل مدل پیش‌بین به عنوان یک رویه کنترلی پیشرفته، در بسیاری از پژوهش‌ها مورد استفاده قرار گرفته اند. استفاده از مفاهیم اولیه کنترل در طراحی، تنظیم ساده کنترل-کننده، قابلیت توسعه آسان برای سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی، سهولت در پیاده‌سازی قانون کنترل، در نظر گرفتن محدودیت‌های سیگنال کنترل، خروجی و حالت در فرآیند طراحی از مزایای مناسب این رویه به شمار می روند[۱]. از طرفی همواره مسئله کنترل و مهار یک بیماری به عنوان یک پدیده زیستی، مسئله ای جذاب به نظر می رسد. اکنون نیز خطر رخداد یک فاجعه انسانی، با گسترش ویروس کووید-۱۹، به عنوان یک تهدید جهانی برای سلامت بشر کاملا مشهود است. دانشمندان نخستین بار علائم این ویروس را در دسامبر ۲۰۱۹، که موجب یک سندروم حاد تنفسی که به صورت بالقوه کشنده است، در شهر ووهان کشور چین به عنوان ویروس سارس- کووید-۲ شناسایی نمودند. سازمان بهداشت جهانی در انتهای ماه مارس ۲۰۱۹، تعداد موارد تایید شده ابتلا را ۷۰۰۰۰ نفر با تعداد مرگ بیش از ۳۳۰۰۰ تخمین زد. اکنون پس از گذشت بیش از یکسال، در اواسط فوریه ۲۰۲۱، این بیماری تقریبا در تمامی کشورهای جهان شیوع یافته است که موارد ابتلا به بیش از ۱۰۹ میلیون نفر و جان باختگان ناشی از ابتلا به این بیماری بیش از ۲۴۰۰۰۰۰ نفر می‌باشد[۲] و [۳].

برای روشن‌تر شدن اهمیت ارائه راهکاری عملی به منظور مهار بیماری کووید-۱۹، به مرور برخی نظرات در پژوهش‌های اخیر می پردازیم. تعداد زیادی از پژوهشگران بر یافتن راهکاری عملی در پژوهش‌های اخیر بر تلاش و کوشش از طریق به کارگیری دانش جهانی به منظور جلوگیری از گسترش بیماری کووید-۱۹ تاکید نموده‌اند[۴]. بررسی پژوهش‌های اخیر نشان می دهد که همچنان به دلیل عدم تکمیل روند تزریق واکسن به صورت همگانی و اینکه تولید واکسن هنوز در گام‌های آزمایشی خود به سر می برد، استفاده از ابزار محدودیت اجتماعی گزینه ای اجباری اما مناسب می باشد[۵] و [۶]. البته تعیین نوع محدودیت‌های اجتماعی و تشخیص چگونگی اعمال محدودیت‌ها از لحاظ استمرار و شدت، به عنوان یک چالش جدی برای دولت‌ها به شمار می‌رود، که ایران نیز از این قاعده مستثنی نیست. در بین پژوهش‌های یاد شده، بحث در مورد انتخاب راهکار بهینه در خصوص اعمال محدودیت‌های اجتماعی و ملحوظ داشتن قیود کنترلی مرتبط با آن کمتر پرداخته شده است. به عنوان مثال یکی از قیود مهم در کنترل انتشار بیماری کووید-۱۹، کمبود امکانات درمانی نظیر تخت‌های مراقبت‌های ویژه در بیمارستان‌ها است و به نظر می‌رسد یکی از دلایل اصلی قراردادن محدودیت‌های اجتماعی همین مطلب باشد[۷]. همچنین نویسندگان در [۸]،[۹]،[۱۰] و [۱۱] دریافتند که، تعیین زمان مناسب در اعمال محدودیت‌ها به کاهش تعداد بستری‌ها و اشغال تخت‌های مراقبت‌های ویژه کمک بسیاری می کند. همچنین اعمال بی‌رویه اقدامات و محدودیت‌های اجتماعی سختگیرانه، باعث بروز تاثیرات مخرب اقتصادی در آینده آن کشور خواهد بود. از طرفی، ممکن است در اثر اعمال محدودیت‌های اجتماعی، برای قسمتی از جامعه ایمن‌سازی انجام نشود و در پی آن موج بعدی ابتلا به کووید-۱۹ ایجاد گردد و در فصول سرد همه گیری آن مکرر رخ بدهد. همچنین، طبق بررسی‌های انجام شده توسط نویسندگان این مقاله، در مورد انتشار اکثر بیماری‌های همه‌گیر در پیشینه‌های تحقیقاتی نظیر [۱۲]،[۱۳]،[۱۴]و[۱۵] ردپای استفاده از روش‌های کنترل کلاسیک بیش از سایر روش‌ها نمایان است. با وجود مزایای مناسب رویه کنترل مدل پیش بین، تنها در تعداد محدودی از پژوهش‌ها مانند [۱۶]،[۱۷]و [۱۸] از این رویکرد یا از روش‌های مبتنی بر الگوریتم‌های فرا ابتکاری[۱۹] استفاده شده است. از طرفی استفاده بی‌رویه از اعمال محدودیت‌های اجتماعی، بدون در نظر گرفتن تبعات نامطلوب اجتماعی، اقتصادی، روانی آن، راهکاری واقع‌بینانه و قطعی نخواهد بود. لذا انگیزه‌های اشاره شده ما را بر آن داشت، تا نسبت به توسیع استفاده از کنترل مدل پیش‌بین در کارهای محدود انجام شده، گام برداریم و ضمن استفاده از این روش پرکاربرد، به ارائه یک مدل پیشنهادی نیز بپردازیم.

ساختار کلی بخش‌های مقاله حاضر بدین‌گونه است که پس از بخش مقدمه، در بخش دوم به معرفی یک مدل انتشار برای بیماری کووید-۱۹ پرداخته‌ایم. از آنجا که برای استفاده از کنترل مدل پیش بین نیازمند به مدل فرآیند مورد بررسی هستیم، در بخش سوم، یک مدل برای مهار انتشار بیماری کووید-۱۹ با توجه به سطح بندی محدودیت‌های اجتماعی پیشنهاد شده است. در بخش چهارم، یک مسئله کنترل پیش‌بین برای مهار انتشار بیماری بیان شده است. در بخش پنجم، مثال عددی و نتایج حاصل از شبیه-سازی، رویه شناسایی پارامترهای مدل پیشنهادی با استفاده از الگوریتم ژنتیک و تاثیرات اعمال کنترلگر مبتنی بر مدل پیش‌بین مبتنی بر داده‌های واقعی ارائه شده است. همچنین در بخش ششم، نتیجه گیری بیان می گردد.

۲- معرفی یک مدل انتشار برای بیماری کووید-۱۹

بررسی برخی تحقیقات مختلف، نشان می دهد که توصیف رفتار ویروس کووید-۱۹ می تواند تا حد زیادی در قالب مدل، مشکوک-مبتلا-بهبودیافته۱ (SIR)، توصیف شود[۶]، [۲۰]و [۲۱]. با در نظر گرفتن تعداد فوت شدگان، مدل بهبود یافته دیگری به صورت مشکوک-مبتلا-بهبودیافته-فوت شدگان۲(SIRD) نامیده می شود نیز، در مورد بیماری‌های همه گیر مطرح است[۲۲]. همچنین، با جدا سازی هر یک از رده‌های مبتلایان و بهبود یافتگان به دو رده علامت دار و بدون علامت، همانگونه که در شکل ۱ نشان داده شده است، یک مدل با جزئیات بیشتر با عنوان مشکوک-مبتلا-بهبودیافته-فوت شدگان-بدون علامت-دارای علامت۳ (SIRDASD) مطرح گردید که در مدلسازی و توصیف رفتار انتشار برخی از ویروس‌های همه گیر به ویژه ویروس سارس-کووید-۲، دارای اهمیت

[1] Susceptible-Infected-Recovered
[2] Susceptible-Infected-Recovered-Dead
[3] Susceptible-Infected-Recovered-Asymptomatic- Symptomatic-Dead

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.5.15.1]
[DOI: 10.52547/joc.14.5.79]

می باشد[۲۳] و [۲۴].که در اینجا به دلیل جامع تر بودن این مدل به بیان آن می پردازیم.

۲-۱ مدلسازی بیماری کووید-۱۹ با استفاده از مدل SIRDASD

ابتدا توجه می کنیم که مدل SIRDASD دارای متغیرها و پارامترهایی می‌باشد که توصیف آن‌ها به ترتیب در جدول‌های ۱ و ۲ آمده است:

جدول ۱: توصیف متغیرهای مدل SIRASD

متغیر	تعریف متغیر
$S(t)$	تعداد افراد مشکوک در لحظه t
$I(t)$	تعداد افراد مبتلا در لحظه t
$R(t)$	تعداد افراد بهبودیافته در لحظه t
$D(t)$	تعداد افراد فوت شده در لحظه t
$N(t)$	مجموع تعداد افراد مشکوک، مبتلا و بهبودیافته در هر لحظه t
$I_s(t)$	تعداد افراد مبتلای علامت دار در لحظه t
$I_A(t)$	تعداد افراد مبتلای بدون علامت در لحظه t
$R_s(t)$	تعداد افراد بهبود یافته علامت دار در لحظه t
$R_A(t)$	تعداد افراد بهبود یافته بدون علامت در لحظه t

همچنین توصیف پارامترهای مدل SIRDASD و عبارات مشمول در آن، در جدول ۲ آمده است:

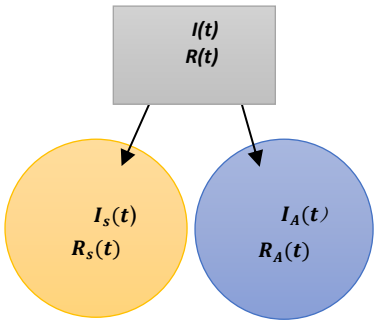
جدول ۲: توصیف پارامترهای مدل SIRASD

پارامتر	توصیف پارامتر	شرح عبارت مربوط به پارامتر مشمول در مدل در هر واحد زمان	
β	میانگین تعداد کمینه تماس‌ها جهت انتقال ویروس در هر واحد از زمان	$\beta I(t)/N(t)$ تعداد کمینه تماس‌ها جهت انتقال ویروس به فرد مشکوک	$\beta I(t)S(t)/N(t)$ تعداد موارد جدید با توجه به تعداد افراد مشکوک
ρ	میزان احتمال اینکه فرد قبل از بهبودی فوت کند	$\frac{\rho}{1-\rho}\gamma I(t)$ تعداد افرادی از جمعیت که در هر واحد زمان فوت می کنند	
γ	نرخ بهبود یا فوت		
p	احتمال ابتلا به صورت دارای علامت		

حال چون با در نظر گرفتن متغیر فوت ناشی از بیماری، تعداد افراد جمعیت در اثر ابتلا کاهش پیدا می کند، داریم:

$$\frac{dN}{dt}(t) = -\frac{\rho}{1-\rho}\gamma I(t) \qquad (1)$$

همچنین اگر متغیر I(t) به صورت زیر به دو رده زیر تفکیک شود، داریم:



شکل ۱)تفکیک افراد مبتلا و بهبودیافته به رده علامت دار و بدون علامت

لذا طبق توضیحات فوق، مدل مشکوک-مبتلا-بهبودیافته-فوت شدگان-بدون علامت-دارای علامت را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dS}{dt}(t) = -(\beta_A I_A(t) + \beta_s I_s(t))\frac{S(t)}{N(t)}$$

$$\frac{dI_A}{dt}(t) = (1-p)(\beta_A I_A(t) + \beta_s I_s(t))\frac{S(t)}{N(t)} - \gamma_A I_A(t)$$

$$\frac{dI_A}{dt}(t) = (1-p)(\beta_A I_A(t) + \beta_s I_s(t))\frac{S(t)}{N(t)} - \gamma_A I_A(t)$$

$$\frac{dI_s}{dt}(t) = p(\beta_A I_A(t) + \beta_s I_s(t))\frac{S(t)}{N(t)} - \frac{\gamma_s I_s(t)}{1-\rho} \qquad (2)$$

$$\frac{dR_A}{dt}(t) = \gamma_A I_A(t)$$

$$\frac{dR_s}{dt}(t) = \gamma_s I_s(t)$$

$$\frac{dD}{dt}(t) = \frac{\rho}{1-\rho}\gamma_s I_s(t)$$

که در بخش ۵ در مورد شبیه‌سازی این مدل به تفصیل به بحث و توضیح پرداخته شده است.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.5.15.1]
[DOI: 10.52547/joc.14.5.79]

۳- مدل پیشنهادی برای مهار انتشار بیماری کووید-۱۹

به منظور طراحی یک استراتژی کنترلی موثر جهت اعمال سیاست‌های دولتی محدودیت‌های اجتماعی مدل SIRASD باید به گونه ای با تصمیمات ستاد مبازه با کرونا، منطبق گردد. بنابراین یک معادله دیفرانسیل جدید که توصیفی از پاسخ جمعیت به این سیاست‌های کنترلی باشد را معرفی می‌کنیم که درآن چهار حالت برای محدودیت‌ها متصور هستیم، که عبارتند از: ۱- بدون اعمال محدودیت ۲-محدودیت خفیف ۳-محدودیت متوسط۴- محدودیت شدید (اعم از تعطیلی گروه‌های شغلی مختلف، محدود نمودن ساعات آمد و شد،عدم منع عبور و مرور شهری و بین شهری و غیره). همچنین $\varphi(t)$ پاسخ به این محدودیت‌ها از طرف جامعه می باشد، اگر $\varphi(t) = ۰$ باشد یعنی تعطیلی کامل انجام شده است. $\varphi(t) = K_\varphi{}^{l}(t)\varphi^{l}$ که در آن l نشان‌دهنده اعمال محدودیت‌های سطوح اول، دوم و سوم یعنی خفیف۴، متوسط۵ و شدید۶ می باشد. همچنین منظور از سطح بدون محدودیت۷، زمانی است که دولت تشخیص می دهد که به هیچگونه محدودیت اجتماعی نیاز نیست. لذا $\varphi(t) = ۱$ به معنای برقراری یک شرایط معمولی بدون تعطیلی مانند قبل از شیوع بیماری است.یعنی اگر فرض کنیم $u_۱(t)$ ، $u_۲(t)$ و $u_۳(t)$ ، به ترتیب متغیرهای تصمیم در مورد اعمال محدودیت سطوح اول، دوم و سوم (خفیف ، متوسط ، شدید) باشند، معادله دیفرانسیل توصیف کننده پاسخ جمعیتی۸ (RPDF) نامیده می شود، به صورت رابطه (۳) زیر می باشد:

$$\frac{d\varphi}{dt}(t) = \begin{cases} \alpha^{Normal}(۳-\varphi(t)) & u_۱(t)=u_۲(t)=u_۳(t)=۰ \\ \alpha^{Mild}\left(K_\varphi{}^{Mild}(t)\varphi^{Mild}-\varphi(t)\right) & u_۱(t)=۱;u_۲(t)=u_۳(t)=۰ \\ \alpha^{Mod}\left(K_\varphi{}^{Moderate}(t)\varphi^{Moderate}-\varphi(t)\right) & u_۳(t)=u_۲(t)=۱;u_۱(t)=۰ \\ \alpha^{hard}\left(K_\varphi{}^{hard}(t)\varphi^{hard}-\varphi(t)\right) & u_۳(t)=u_۲(t)=u_۱(t)=۱ \end{cases}$$

با توجه به مقادیر $u_i(t)$ ها، سطوح $l = ۱,۲,۳$ را به صورت زیر داریم :

$$\begin{aligned} &l=۱ \Rightarrow u_۳(t)=۱;u_۲(t)=u_۱(t)=۰ \Rightarrow u_۳(t)=۱ \\ &l=۲ \Rightarrow u_۳(t)=u_۲(t)=۱;u_۱(t)=۰ \Rightarrow u_۳(t)+u_۲(t)=۲ \quad (۴) \\ &l=۳ \Rightarrow u_۳(t)=u_۲(t)=u_۱(t)=۱ \Rightarrow u_۳(t)+u_۲(t)+u_۱(t)=۳ \end{aligned}$$

گزاره۱-فرض کنیم $u(t) = u_۱(t) + u_۲(t) + u_۳(t)$ و محدودیت‌های (۴) به نوعی دارای سطح بندی باشند که اگر هر محدودیت ارضا شود، محدودیت‌های قبل از آن هم ارضا شوند ولی عکس آن برقرار نباشد، آنگاه $u(t) \in \{۰,۱,۲,۳\}$.

اثبات- به وضوح اگر هیچیک از سطوح محدودیت‌های (۴) برقرار نباشد، $l = ۰$ است و نتیجه می‌دهد $u(t) = ۰$. از طرفی با توجه به مفروضات گزاره، در صورتی که اعمال محدودیت هر سطح، محدودیت‌های سطوح بعدی اعمال نشده باقی می‌مانند، پس همواره از بین ۳ محدودیت بالا انتظار داریم با ترتیب ۱ تا ۳، حداقل یک محدودیت اعمال شود، بنابراین با در نظر گرفتن رابطه $a_۱u_۱(t) + a_۲u_۲(t) + a_۳u_۳(t) = l$، به ازای l های مختلف طبق جدول۳، مقادیر $u(t)$ دارای مقادیر ۱، ۲ یا ۳ است:

جدول۳. مقدار $u(t)$ و ضرایب a_i $i = ۱,۲,۳$، به ازای سطوح مختلف l

$l = ۱$	$a_i = \delta_{in+۲}$	$u(t) = ۱$
$l = ۲$	$a_i = \delta_{in+۱}+\delta_{in}$	$u(t) = ۲$
$l = ۳$	$a_i = \delta_{in} + \delta_{in-۱} + \delta_{in-۲}$	$u(t) = ۳$

که در آن $\boldsymbol{\delta_{ij}}$ دلتای کرونکر با تعریف مرسوم می باشد. ■

در واقع $u(t)$ معرفی شده در گزاره قبل سیاست‌های اعمال محدودیت‌های اجتماعی تنظیمی دولت را مشخص می‌کند، لذا مدل پیشنهادی که ورودی کنترل نیز در آن لحاظ شده است،مدل SIRASD مقید۹ نامیده می شود، به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
&\frac{dS}{dt}(t) = -\varphi(t)(\beta_A I_A(t) + \beta_s I_s(t))\frac{S(t)}{N(t)} \\
&\frac{dI_A}{dt}(t) = (۱-p)\varphi(t)\left(\beta_A I_A(t) + \beta_s I_s(t)\right)\frac{S(t)}{N(t)} - \gamma_A I_A(t) \\
&\frac{dI_s}{dt}(t) = p\varphi(t)\left(\beta_A I_A(t) + \beta_s I_s(t)\right)\frac{S(t)}{N(t)} - \frac{\gamma_s I_s(t)}{۱-\rho} \\
&\frac{dR_A}{dt}(t) = \gamma_A I_A(t) \qquad (۵) \\
&\frac{dR_s}{dt}(t) = \gamma_s I_s(t) \\
&\frac{dD}{dt}(t) = \frac{\rho}{۱-\rho}\gamma_s I_s(t) \\
&\frac{d\varphi}{dt}(t) = \delta_{۱n}\alpha^{Normal}\left(۴-\varphi(t)\right)\left(۱-u(t)\right) \\
&\qquad + \delta_{۲n}\alpha^{Mild}\left(K_\varphi{}^{Mild}(t)\varphi^{Mild}-\varphi(t)\right)u(t) \\
&+ \delta_{۳n}\alpha^{Moderate}\left(K_\varphi{}^{Moderate}(t)\varphi^{Moderate}-\varphi(t)\right)u(t) \\
&\qquad + \delta_{۳n}\alpha^{hard}\left(K_\varphi{}^{hard}(t)\varphi^{hard}-\varphi(t)\right)u(t) \\
&\delta_{۱n}K_\varphi(t)^{Mild} + \delta_{۲n}K_\varphi(t)^{Moderate} + \delta_{۳n}K_\varphi(t)^{hard} \\
&\qquad = ۱ - n\gamma_{intensity}\gamma\frac{\rho}{۱-\rho}\frac{I(t)}{N(t)}
\end{aligned}$$

[7]Normal
[8]Response of Population-Differential Equation
[9]SIRASD-Constrainted
[4]Mild
[5]Moderate
[6]Hard

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.5.15.1]
[DOI: 10.52547/joc.14.5.79]

٤- بیان مسئله کنترل مدل پیش‌بین برای مهار انتشار کووید-۱۹

از آنجا که مراجع بسیار مفید و مشهوری در زمینه آشنایی با کنترل مدل پیش‌بین وجود دارد، خواننده می تواند به [۱]و [۲۵] مراجعه نماید. چنانکه در بخش‌های قبل ذکر شد، اعمال محدودیت‌های اجتماعی در مهار انتشار بیماری کووید-۱۹ امری بدیهی و ضروری می باشد[۲۶]، زیرا همانطور که در ادامه خواهیم دید، اعمال سطوح مختلف این محدودیت‌ها، دارای توانمندی خوبی در جلوگیری از گسترش کووید-۱۹ می باشد[۱۶] و به تعبیر هندسی، می تواند اوج نمودار تعداد مبتلایان (دارای علامت) را پهن کند. چنانکه شکل ۴ در بخش ۵، این مفهوم را به تصویر کشیده است.

اکنون به منظور ورود به بحث استفاده از کنترل مدل پیش‌بین، اهداف کنترلی جهت عدم شیوع کووید-۱۹ را همانطور که در جدول۴ آمده است، در نظر می گیریم:

جدول۴: اهداف کنترلی مسئله کنترل مدل پیش‌بین

	هدف کنترلی	معادل ریاضی
۱	کاهش یافتن اوج نمودار افراد علامت دار تا حد ممکن	کمینه نمودن I_s
۲	اطمینان یافتن از کوچکتر بودن اوج از تعداد تخت های ICU	$\forall t: I_s \le n_{ICU}(1+\varepsilon)$
۳	تشخیص سیاست‌های محدودیت-های اجتماعی برای مدت زمان تا حد ممکن کوتاه	کمینه سازی $u(t)$ که برای زمان تا حد ممکن طولانی صفر باشد.
٤	اجتناب کردن از تغییر یافتن اعمال محدودیت‌ها (استمرار یک دوره زمانی حداقل N_m روز در هر شرایط)	اطمینان یافتن از اینکه $u(t)$ به صورت قطعه ای ثابت می باشد و در هر حالت ۰، ۱، ۲یا ۳ برای نمونه-های N_p می‌باشد.

از این پس، در این مقاله یک سیگنال کنترلی قطعه ای ثابت $u(t)$ را که از اندازه‌های متناوب تولید شده است، $T_s = 1$، در نظر می-گیریم. جهش‌های کنترلی در نظر گرفته شده را با $\Delta u(k)$ نمایش می‌دهیم. بنابراین ایجاب می کند که:

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k) \qquad (۶)$$

لذا قانون واقعی کنترلی که کنترلگر آن را بر سیستم در طول زمان نمونه برداری اعمال می‌کند، $u(k) = u(kT_s)\Delta$ است.

$$\forall t: \quad kT_s \le t \le (k+1)T_s \qquad (۷)$$

و به وضوح، یک سیگنال قطعه ای خطی است.

۱-۲ کنترل مدل پیش‌بین مبتنی بر محدودیت‌های اجتماعی

اکنون، یک تابع هزینه مناسب که به دنبال برآورده ساختن اهداف ۱ تا ۳ در بخش قبل است را، در نظر می‌گیریم که به صورت زیر بیان شده است:

$$J = \sum_{j=1}^{N_p} \frac{I_s(k+j|k)^t Q_I I_s(k+j|k)}{(I_s^{max})^2} + \sum_{j=0}^{N_p-1} u_s(k+j|k)^t (1-Q_I) u_s(k+j|k) \qquad (۸)$$

$$\forall t: I_s(k+j|k) \le n_{ICU}(1+\varepsilon) \;\; \forall j = ۱, \dots, N_p \qquad (۹)$$

$$۰ \le u(k+j|k) \le ۳ \quad \forall j = ۱, \dots, N_p - ۱ \qquad (۱۰)$$

$$u(k+j+1|k) = u(k+j|k) + \Delta u(k+j|k) \quad \forall j = ۱, \dots, N_p - ۱ \qquad (۱۱)$$

$$\Delta u(k+j|k) = ۰ \;\; \forall j = ۱, \dots, N_p - ۱ \qquad (۱۲)$$

$$\Delta u(k+m|k) = ۰, \left|\left|\Delta u(k+j|k) - \Delta u(k+j|k)\right|\right| = ۱ \quad \forall m = j, \dots, j+N_m \qquad (۱۳)$$

اکنون با در نظر گرفتن تابع هزینه و قیود بالا، بر سه مورد زیر تاکید می کنیم:

۱. معادله (۹) تضمین می کند که میزان اوج مبتلایان علامت‌دار کاهش یافته است و بیشتر از تعداد تخت‌های ICU نیست.

۲. معادله (۱۰) اطمینان می دهد که در اعمال محدودیت‌های اجتماعی، سیگنال کنترلی کراندار شده است. معادله (۱۱) نیز در مورد اینکه این که قانون کنترلی، به صورت قطعه ای ثابت است، اطمینان لازم را می دهد. معادله (۱۲) نیز ایجاب می کند که تغییرات سیگنال کنترلی دارای حالت-های چهارگانه ۰، ۱، ۲ یا ۳ است.

۳. معادله (۱۳) ایجاب می کند که کوچکترین زمان توقف نمونه‌های N_m نیزمحاسبه شده است. یعنی میزان جهش کنترلی مشخص می‌کند که سیگنال u برای یک دوره مینیمال از روزهای N_m، که $N_p > N_m$، در یک حالت بدون اعمال محدودیت اجتماعی، خفیف ، متوسط یا شدید باقی بماند.

همچنین باید توجه نمود که متغیر حدود تغییرات ε به عنوان یک متغیر محدود شده و بدون درجه آزادی، باید کمینه شود. بنابراین یک جریمه را به صورت $\varepsilon^t Q_I \varepsilon$ در تابع هزینه در نظر می گیریم. لذا:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.5.15.1]
[DOI: 10.52547/joc.14.5.79]

$$J=\sum_{j=1}^{N_p}\frac{I_s(k+j|k)^t Q_I I_s(k+j|k)}{(I_s{}^{max})^2} + \sum_{j=0}^{N_p-1} u_s(k+j|k)^t\,(1-Q_I)u_s(k+j|k)+\varepsilon^t Q_I \varepsilon \qquad (14)$$

پس به طور خلاصه داریم:

$$\min_{U_k} J$$

$$s.t:$$

$$\begin{cases} \text{گسسته } SIRASD-Constrainted \\ I_s \le n_{ICU}\,(1+\varepsilon) \quad \forall j=1,\dots,N_p \\ \text{محدودیت سیگنال کنترلی}(13-9) \end{cases} \qquad (15)$$

۵-نتایج شبیه سازی

۵-۱ شناسایی پارامترهای مدل SIRASD با استفاده از الگوریتم ژنتیک

در این بخش از داده‌های مربوط به گزارش‌های وزارت بهداشت، درمان و آموزش پزشکی کشور (ستاد ملی کرونا) ، در بازه زمانی ۲۰۵ روز از ۱۳۹۹/۱۲/۰۳ تا ۱۳۹۹/۰۶/۲۱، که از آن به عنوان داده های واقعی یاد می‌کنیم، استفاده شده است .به منظور فراخوانی داده‌ها توسط نرم افزار متلب، ابتدا داده‌ها در نرم افزار اکسل وارد شده است. که ستونهای اول تا نهم آن را به ترتیب مربوط به تاریخ، تعداد افراد مشکوک، مبتلا، بهبود یافته، فوت شده، مبتلای علامت دار، مبتلای بدون علامت، بهبود یافته علامت‌دار، بهبود یافته بدون علامت تشکیل می دهند. سپس شناسایی پارامترها برای هر دو مدل SIRASD و SIRASD-Constrainted انجام شده است. اساس کار شناسایی پارامترها بر چهار زیر برنامه یعنی داده‌های اصلی، استفاده از مدل SIRASD یا SIRASD-Constrainted به منظور شبیه سازی داده‌ها، تابع هزینه و الگوریتم ژنتیک، استوار است. در واقع الگوریتم ژنتیک با هدف کمینه سازی خطای بین داده‌های اصلی و داده-های حاصل ازشبیه سازی با توجه به تابع هزینه زیر به عنوان رابطه (۱۶)

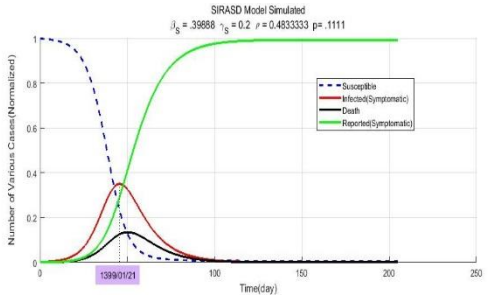
$$\min_{\theta}\frac{1}{2}\sum_{t}\left(Ln(I(t)+R(t)/\overline{I_s}(t)+\overline{I_R}(t))^2+Ln(D(t)/\overline{D}(t))^2\right)$$

از نوع کمینه سازی به شناسایی پارامترها می پردازد. که $\overline{I_s}(t)$، $\overline{I_R}(t)$ و $\overline{D}(t)$ به ترتیب مقادیر به دست آمده از شبیه سازی مدل هستند.ابتدا به منظور شبیه سازی داده‌ها در حالت بدون اعمال محدودیت در ایران، تخمینی از پارامترهای تعداد افراد مبتلا، نرخ انتقال، نرخ فوت و احتمال ابتلا به صورت دارای علامت به دست می آوریم که اگر $\Theta=[\beta_A,\beta_S,\gamma_A,\gamma_S,\rho,\mathrm{p}]$ آنگاه پارامترها مانند آنچه در جدول ۵ آمده است، به دست می آیند:

جدول۵: پارامترهای بدست آمده از مدل SIRASD

پارامتر	p	ρ	γ_s	γ_A	β_S	β_A
مقدار	.۱۱۱۱	.۴۸۳۳۳	.۲	.۱۴	.۳۹۸۸	.۲۳۷۱

شکل ۲ بیانگر شبیه سازی مدل SIRASD بدون اعمال محدودیت اجتماعی در ایران به منظور ارائه یک توصیف از وضعیت انتشار بیماری در بازه زمانی ۹۸/۱۱/۳۰ تا ۱۳۹۹/۰۶/۲۱ با استفاده از نرم افزار متلب است. در این شکل، تعداد موارد مشکوک، مبتلا(علامت دار)، بهبود یافته(علامت دار)، فوت شده بیماری کووید-۱۹ نشان داده شده است. به علاوه در مدل شبیه سازی شده، زمان اوج بیماری در موج اول ۱۳۹۹/۰۱/۲۱ می باشد که با زمان اوج موج اول داده‌های واقعی انطباق مناسبی دارد.



شکل ۲) شبیه سازی مدل انتشار کووید-۱۹ SIRASD در ایران
(بدون اعمال محدودیت اجتماعی)

۵-۲. شناسایی پارامترهای مدل پیشنهادی با استفاده از الگوریتم ژنتیک

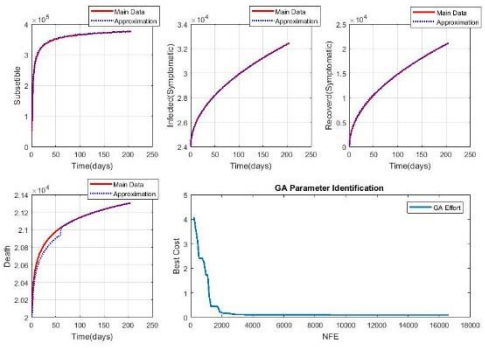
اکنون نتایج شبیه سازی با استفاده از نرم افزار متلب و بهره گیری از جعبه ابزار Yalmip ۱۰ الگوریتم ژنتیک به شناسایی پارامترهای مدل پیشنهادی SIRASD-Constrainted بر اساس داده‌های اصلی در همان دوره زمانی بیان شده در قسمت قبل، پرداخته‌ایم. اکنون بدین منظور داده-های اصلی و داده‌های حاصل شبیه سازی را با در نظر گرفتن تابع هدف (۱۶) و

$$\Theta = [\beta_A,\beta_S,\gamma_A,\gamma_S,\rho,p,\alpha^{Normal},\alpha^{Mild},\alpha^{Moderate},\alpha^{hard},\gamma_{intensity},\varphi_{inf}]$$

به منظور یافتن پارامترهای مدل SIRASD-Constrainted، از الگوریتم ژنتیک استفاده می‌کنیم. بنابراین نتایج شناسایی سیستم مطابق شکل ۳ می‌باشد:.

همچنین مقدار پارامترهای حاصل از شناسایی مدل پیشنهادی در دوره زمانی بیان شده در جدول ۶ آمده است.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.5.15.1]
[DOI: 10.52547/joc.14.5.79]



شکل ۳) شناسایی پارامترهای مدل پیشنهادی با استفاده از الگوریتم ژنتیک

جدول۶: پارامترهای بدست آمده از مدل SIRASD-Constrainted

پارامتر	p	ρ	γ_S	γ_A	β_S	β_A
مقدار	.۱۲	.۰۹۵۲	.۲	.۱۳۹۵	.۰۶۲۵	.۱۴۶۲

در خصوص پاسخ جمعیت به محدودیت‌های اجتماعی، مقادیر پاسخ بیشینه معادله دیفرانسیل و سایر پارامترهای مربوطه در جدول ۷ آمده است:

جدول۷: پارامترهای بدست آمده برای برقراری محدودیت‌های اجتماعی

پارامتر	φ_{inf}	$\gamma_{intensity}$	α^{hard}	$\alpha^{Moderate}$	α^{Mild}	α^{Normal}
مقدار	.۱۲۸۳	.۱۵۰۹	.۲۴۳۹	.۲۸۷۳	.۷۲۴۳	.۶۸۷۱

در ادامه ، جدول ۸ تعداد پایه تخت‌های ICU در دسترس در شهرهای ایران را نشان می‌دهد. آمارهای رسمی و غیر رسمی ارائه شده، این تعداد را در بهترین حالت کمتر از ۱۴۰۰۰ تخت در کل کشور نشان می‌دهد. لذا این تعداد محدود، اهمیت کمینه نمودن تعداد مبتلایان (علامت‌دار) را به طوریکه همواره تعدادشان از تعداد تخت‌های مراقبت‌های ویژه بیشتر نشود، نشان می‌دهد[۲۸].

۳-۵ مقایسه و تحلیل نتایج استفاده از کنترل مدل پیش بین در کنترل انتشار ویروس کووید-۱۹

اکنون به منظور روشن تر شدن مباحث، تحلیلی از نتایج پیاده سازی مثال عددی ارائه شده است. در شکل۴، به منظور انجام یک مقایسه بین وضعیتی که در فروردین‌ماه ۱۳۹۹ در ایران رخ داده است، وضعیت بدون اعمال محدودیت‌های اجتماعی مدل پیشنهادی را به صورت خط پر نشان داده‌ایم. همچنین نتایج اعمال محدودیت‌های اجتماعی با میزان شدت خفیف، متوسط و شدید نیز توسط خط‌چین‌ها مشخص شده است.

جدول ۸: وضعیت تعداد تخت های مراقبت‌های ویژه در بیمارستان‌های سازمان‌ها و وزارت بهداشت ایران

انواع ICU	تعداد تخت در بیمارستان های	
	سازمان‌ها	وزارت بهداشت
جراحی	۱۱۶۴	۸۱۲
جنرال	۴۶۹۶	۳۰۴۳
داخلی	۱۱۶۲	۸۷۴
قلب باز	۱۱۰۶	۶۳۳
سوختگی	۱۳۶	۱۴۲
کل	۸۲۶۴	۵۴۹۴

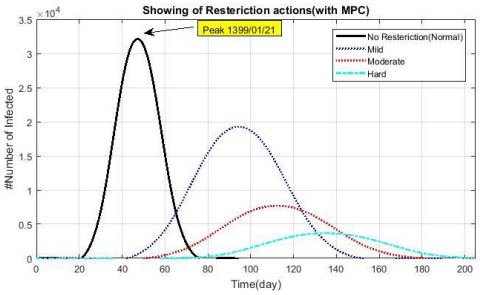
یادآوری می‌کنیم که $u=0$، $u=1$، $u=2$ و $u=3$ به ترتیب نشانگر شرایط بدون اعمال محدودیت مدل پیشنهادی، اعمال محدودیت خفیف، اعمال محدودیت متوسط و اعمال محدودیت شدید است. همانطور که در شکل۴ ملاحظه می‌شود، اوج نمودار تعداد مبتلایان دارای علامت در مقایسه با وضعیت واقعی با استفاده از کنترلگر طراحی شده مبتنی بر کنترل مدل پیش بین و با اعمال سطوح مختلف محدودیت‌ها پهن شده است. به وضوح با اعمال سطوح مختلف محدودیت‌های اجتماعی متناسب با تعداد تخت های مراقبت های ویژه، با میزان کمتری از موارد ابتلای بیماران کووید-۱۹ در مقایسه با آنچه که در ۲۱ فروردین ماه ۱۳۹۹ با عنوان اوج ابتلا در این ماه از آن نام برده می شود، مواجه شده ایم و شرایط بسیار بهتری برای سیستم سلامت رخ داده است. در واقع، حتی یک اعمال محدودیت متوسط یعنی اعمال کنترل $u=2$ هم توانسته است زندگی بیش از ۲۵۰۰۰ نفر را با در نظر گرفتن نتایج سناریو اعمال محدودیت‌های اجتماعی نجات دهد و زمان اوج ابتلا بیش از ۸۵ روز به تاخیر بیفتد. از طرفی با یک اعمال محدودیت احتیاط آمیز $u=1$ باشد، حدود ۱۳۵۰۰ نفر از خطر ابتلا دور مانده‌اند. همچنین اوج ابتلا نیز حدود ۷۰ روز به تاخیر افتاده است. رویکرد سختگیرانه‌تر با اعمال $u=1$ نیز، فارغ از تبعات اقتصادی و روانی جامعه، که در بخش ۱ بدان اشاره شد، حدود ۲۸۰۰۰ نفر کاهش ابتلا و حدود ۱۰۰ روز تاخیر را به دنبال داشته است.در واقع هرگاه $\varphi(t)\neq 3$ یعنی سیاست‌های اعمال محدودیت‌های اجتماعی به کار گرفته می شوند، که به دنبال آن، میزان ابتلا دچارکاهش گردیده و زمان اوج آن نیز به تاخیر افتاده است.

به طور مشابه سایر نتایج حاصل از پیاده سازی مثال توسط نرم افزار متلب و اعمال کنترلگر مدل پیش‌بین با افق‌های پیش بینی مختلف و مناسب، جهت مقایسه نقطه‌ای اوج تعداد مبتلایان (دارای علامت) روزانه در ماه‌های

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.5.15.1]
[DOI: 10.52547/joc.14.5.79]

اردیبهشت تا شهریورماه ۱۳۹۹ در نتیجه اعمال کنترلگر مدل پیش‌بین با وضعیت واقعی در جدول۹ خلاصه شده است.

به وضوح، استفاده از این کنترلگر، اوج تعداد مبتلایان در هر ماه را کاهش و زمان آن را نیز به تاخیر انداخته است. به بیان دیگر، مشابه شکل۴، کنترلگر در پهن کردن اوج نمودار ابتلا قابلیت مناسبی دارد.

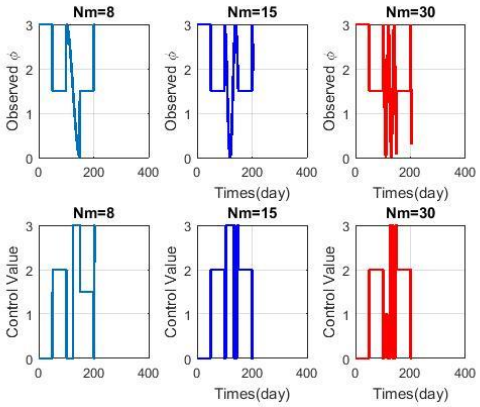


شکل ۴) نتایج به کارگیری محدودیت‌های اجتماعی در کمینه کردن اوج مبتلایان دارای علامت با استفاده از کنترل مدل پیش‌بین

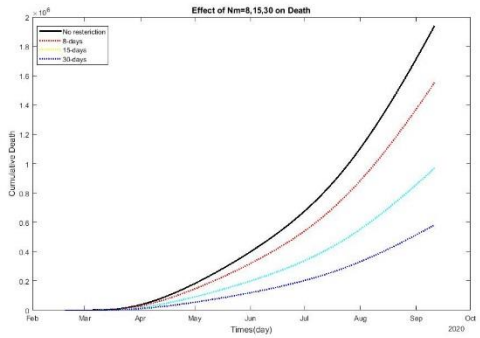
جدول۹: مقایسه وضعیت واقعی رخ داده و وضعیت استفاده از کنترلگر مدل پیش بین در مورد تعداد مبتلایان دارای علامت.

وضعیت واقعی		وضعیت اعمال محدودیت			نتیجه استفاده از کنترلگر مدل پیش بین	
تاریخ	تعداد	$u=۱$	$u=۲$	$u=۳$	کاهش ابتلا (نفر)	میزان تاخیر (روز)
۱۳۹۹/۰۲/۱۷	۱۶۸۰	*			۲۵۱	۷
۱۳۹۹/۰۳/۱۵	۳۵۷۴			*	۱۰۵۱	۴۲
۱۳۹۹/۰۴/۱۸	۲۶۹۱		*		۵۳۷	۱۸
۱۳۹۹/۰۵/۱۴	۲۷۵۱		*		۴۲۰	۱۶
۱۳۹۹/۰۶/۰۳	۲۲۴۵		*		۳۴۹	۱۲

اکنون به ازای مقادیر مختلف افق کنترل N_m ، کنترل مدل پیش بین طبق (۱۵) پیاده‌سازی و نتایج مربوط به آن در ادامه ارائه شده است. برای مثال، با هدف انجام یک بده- بستان کافی بین کاهش اوج و اعمال محدودیت‌های اجتماعی، ماتریس اسکالروزن دهی Q_I انتخاب می‌شود. به دلیل سرعت قابل توجه اشغال تخت‌های ICU بیمارستان‌های ایران در تاریخ ۱۳۹۹/۰۱/۲۱، ماتریس اسکالر $Q_I = ۰۸۹$ را انتخاب می کنیم و این بدان معنی است که پس از یک دوره زمانی بدون اعمال محدودیت‌ها، تلاش کنترلی بیشتری توسط رویه کنترل مدل پیش‌بین برای کاهش تعداد افراد مبتلای علامت دار مورد نیاز است. همچنین در این قسمت، با در نظر گرفتن افق پیش بینی ثابت به صورت N_p برابر ۵۰ روز، نتایج را برای افق- های مختلف کنترل $N_m = ۸, ۱۵, ۳۰$ روز، بررسی کرده‌ایم. شکل ۵، میزان متغیر تصمیم اعمال شده (به وسیله بهینه سازی در کنترل مدل پیش بین) و نتایج میزان اعمال محدودیت‌های اجتماعی φ متناظر را نشان می دهد. در ، سیاست‌های کنترلی که از بکارگیری رویه کنترل مدل پیش بین برای مقادیر مختلف افق پیش بینی N_m نتیجه می گردد، نشان داده شده است. این منحنی‌ها نشان می‌دهند که تقریبا چه زمانی باید سطوح مختلف محدودیت‌های اجتماعی را اعمال و چه زمانی را برای توقف آن‌ها اقدام نمود. در واقع، سیاست‌های واقعی بکار گرفته شده به مجموعه داده‌های اندازه‌گیری شده، وابسته هستند، به طوری که یک بهنگام سازی روزانه از نتایج کنترل مدل پیش بین روی آن انجام می‌شود. همچنین، این نتایج یک پیش بینی از تقریب زمان تعیین یا درخواست این اقدامات را مشخص می- کند. بهترین نتایج، باید تا حدود اواسط خرداد ماه ۱۳۹۹ از اعمال نمودن محدودیت‌های اجتماعی پیروی کنند.



شکل ۵) نتایج اعمال محدودیت‌های اجتماعی با افق‌های کنترل مختلف روز $Nm = ۸, ۱۵, ۳۰$



شکل شماره ۶) مقایسه اعمال سطوح مختلف محدودیت‌های اجتماعی (بدون محدودیت، خفیف، متوسط و شدید) به مدت ۸، ۱۵ و ۳۰ روز بر روی تعداد تجمعی فوت شدگان

تاثیر استمرار در اعمال کنترلگر مدل پیش بین، بر روی تعداد تجمعی فوت شدگان، در خرداد ۱۳۹۹ در شکل۶ نشان داده شده است. که در آن تاثیراعمال محدودیت‌های اجتماعی به مدت ۸، ۱۵ و ۳۰ روز را مقایسه نموده ایم. در شکل۶، خط پر میزان تعداد تجمعی فوت شدگان بدون

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.5.15.1]
[DOI: 10.52547/joc.14.5.79]

اعمال محدودیت اجتماعی با استفاده از مدل پیشنهادی مبتنی بر کنترل مدل پیش بین را نشان می‌دهد. خط چین‌ها نیز معرف این تعداد با اعمال سایر سطوح محدودیت‌های اجتماعی هستند. همانطور که مشخص است در اثر اعمال محدودیت به مدت ۸، ۱۵ و ۳۰ روز، تعداد تجمعی فوت شدگان به ترتیب در حدود ۲۳٪، ۵۰٪ و ۷۴٪ کاهش می‌یابند.

۶- نتیجه گیری

از آنجا که در بین پژوهش‌های انجام شده در زمینه بیماری کووید-۱۹ از روش‌های نوین مانند کنترل مدل پیش‌بین که دارای مزایای مناسبی می‌باشد کمتر استفاده شده است و می‌تواند به مهار انتشار بیماری همه گیر کووید-۱۹ قبل از دسترسی همگانی به واکسن، کمک شایانی نماید. بنابراین با توسیع یک مدل رایج برای توصیف بیماری‌های همه‌گیر، یک مدل پیشنهادی را ارائه نمودیم. همچنین، با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری ژنتیک پارامترهای مدل را شناسایی شده‌اند و با در نظرگرفتن یک تابع هزینه مناسب و محدودیت‌هایی همچون تعداد تخت های ICU در کشور، یک مسئله با ساختارکنترل مدل پیش‌بین مقید مطرح کردیم. پس از حل مسئله بهینه‌سازی مبتنی بر کنترل مدل پیش‌بین، تاثیر مثبت اعمال محدودیت‌های اجتماعی را بر کاهش اوج تعداد مبتلایان دارای علامت و همچنین کاهش تعداد تجمعی فوت شدگان به عنوان قابلیت‌های مناسب در قالب نتایج عددی نشان دادیم.

همچنین پیشنهاد می‌گردد، با توجه به نتایج بدست آمده و پیش بینی‌های انجام شده در شبیه سازی و همچنین بررسی شکل‌ها، جدول۹، و با در نظر گرفتن افق‌های پیش بینی و کنترل مناسب، دست کم تا زمان انجام واکسیناسیون عمومی از اعمال سیاست ایمنی گله‌ای صرفنظر شود. این موارد، نتایج معرفی شده در [۱۷] که بیان می کند، هیچیک از راهکارهای اعمال محدودیت‌های اجتماعی یا ایمنی گله‌ای، به تنهایی برای ریشه‌کنی قطعی همه‌گیری ویروس کووید-۱۹مناسب نیستند را، تایید می‌کند. همچنین این نتایج با [۸] نیز مطابقت دارد.

مراجع

[1] T. van den Boom and A. Stoorvogel. "Model Predictive Control", CRC Press, 2010.

[2]World HealthOrganization. https://www.who.int/emergencies/diseases/novel-coronavirus.

[3] S. Zhao, H. Chen, "Modeling the epidemic dynamics and control of COVID-19 outbreak in China", Quantitative Biology 8 (2020) 11–19.

[4] Bedford, J., Farrar, J., Ihekweazu, C., Kang, G., Koopmans, M., Nkengasong, J. (2019)."A new twenty-frst century science for effective epidemic response."Nature, 575(7781), 130–136.

[5] Chudik, A., Pesaran, M. H., &Rebucci, A. (2020). "Voluntary and mandatory socialdistancing: Evidence on COVID-19 exposure rates from chinese provinces andselected countries. "Technical Report.National Bureau of Economic Research.

[6] Del Rio, C., &Malani, P. N. (2020). "Covid-19 new insights on a rapidly changing epidemic." JAMA.

[7]J. Wu, B. Tang, N.L. Bragazzi, K. Nah, Z.(2020) " Mc Carthy Quantifying the role of social distancing, personal protection and case detection in mitigating covid-19outbreak in Ontario, Canada." J Math Ind, 10 (1) (2020), pp. 1-12.

[8] Hellewell, J., Abbott, S., Gimma, A., Bosse, N. I., Jarvis, C. I., Russell, T. W., Sun, F.,et al. (2020). "Feasibility of controlling COVID-19 outbreaks by isolation of cases andcontacts. "The Lancet Global Health.

[9] Eichenbaum, M. S., Rebelo, S., &Trabandt, M. (2020)." The macroeconomics of epidemics." Working Paper.National Bureau of Economic Research. https://doi.org/10.3386/w26882.

[10] Gormsen, N. J., & Koijen, R. S. J. (2020). " Coronavirus: Impact on stock prices and growth expectations" (pp. 1–27). Working Paper of the University of Chicago.

[11] Kissler, S. M., Tedijanto, C., Goldstein, E., Grad, Y. H., & Lipsitch, M. (2020). "Projecting the transmission dynamics of SARS-COV-2 through the post pandemic period." Science. https://doi.org/10.1126/science.abb5 .

[12] Piunovskiy, A., Plakhov, A., & Tumanov, M. (2020). "Optimal impulse control of a sirepidemic. "Optimal Control Applications and Methods, 41(2), 448–468. https://doi.org/10.1002/oca.2552.

[13] Ullah, S., Khan, M. (2020). " Modeling the impact of nonpharmaceutical interventions on the dynamics of novelCoronavirus with optimal control analysis with a case study." Chaos Solitons and Fractals.

[14] Perkins,T.A., Guido España, G.. (2020)."Optimal Control of the COVID-19 Pandemic with Non-pharmaceutical Interventions".Bulletin of Mathematical Biology, 82-118.

[15] Obsu, L.L., Balcha, S. (2020)."Optimal control strategies for the transmission risk of COVID-19. JOURNAL OF BIOLOGICAL DYNAMICS". VOL. 14, NO. 1, 590–607. https://doi.org/10.1080/17513758.2020.1788182.

[16] Péni,T., Csutak,B., Szederkényi,G., Röst,G.. (2020). "Nonlinear model predictive control with logic constraints for COVID-19 management". NonlinearDyn (2020) 102:1965–1986.

[17] Kohler, € J., Schwenkel, L., Koch, A., Berberich, J., Pauli, P., & Allgower, F. (2020)."Robustand optimal

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.5.15.1]
[DOI: 10.52547/joc.14.5.79]

predictive control of the COVID-19 outbreak ".arXiv:2005.03580.

[18] Zurakowski, R., Messina, M. J., Tuna, S. E., & Teel, A. R. (2004). "HIV treatment scheduling via robust nonlinear model predictive control," Vol. 1. 2004 5th Asian control conference (IEEE cat. no. 04ex904) (pp. 25–32). IEEE.

[19] Hosseini,E., Ghafoor, K.Z, Emrouznejad. (2020)." A. COVID-19 Optimizer Algorithm, Modeling and Controlling of Coronavirus Distribution Process ".IEEE JOURNAL OF BIOMEDICAL AND HEALTH INFORMATICS, VOL. 24, NO. 10, OCTOBER 2020

[20] Kucharski, A. J., Russell, T. W., Diamond, C., Liu, Y., Edmunds, J., Funk, S., Munday, J. D., et al. (2020). "Early dynamics of transmission and control of COVID-19: A mathematical modelling study. The Lancet Infectious Diseases."

[21] Kermack, W. O., & Mc Kendrick, A. G. (1927). "A contribution to the mathematical theory of epidemics." Proceedings of the Royal Society A, 115, 700–721.

[22] Keeling, M. J., & Rohani, P. (2011). "Modeling infectious diseases in humans and animals."

[23] Robinson, M., & Stilianakis, N. I. (2013). "A model for the emergence of drug resistance in the presence of asymptomatic infections." Mathematical Biosciences, 243, 163–177.

[24] Arino, J., Brauer, F., van-den Driessche, P., Watmough, J., & Wu, J. (2008). " How will country-based mitigation measures influence the course of the COVID-19 epidemic? " Journal of Theoretical Biology, 253, 118–130.

[25] Camacho, E. F., &Bordons, C. (2013). "Model predictive control. Springer Science Business Media."

[26] Wu, J., Tang, B., Bragazzi, N., Nah, K., McCarthy, Z. (2020)."Quantifying the role of social distancing, personal protection andcase detection in mitigating COVID-19 outbreak in Ontario ", Canada. J. Math. Ind. 10(1), 15 (2020).

[27] Bastos, S. B., & Cajueiro, D. O. (2020). " Modeling and forecasting the early evolution of the covid-19 pandemic in Brazil ". arXiv:2003.14288.

[۲۸]راهنمای جامع استانداردهای اعتبار بخشی ملی بیمارستان‌های ایران. وزارت بهداشت، درمان و آموزش پزشکی کشور. ویرایش چهارم، سال ۱۳۹۸.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-23]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1399.14.5.15.1]
[DOI: 10.52547/joc.14.5.79]