مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
مقاله پژوهشی
جلد۱۶، شماره ۳، پاییز ۱۴۰۱، صفحه ۶۹-۵۹

کنترل‌کننده خودتنظیم فازی-PID دو درجه آزادی برای سیستم زیرتحریک آونگ وارون با عدم قطعیت‌های مدل

سما ناظران[۱]، محمد فرخی[۲]

[۱] فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران samanazeran@yahoo.com

[۲] استاد، دانشکدهٔ مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران ، تهران، ایران farrokhi@iust.ac.ir

قطب علمی مدل‌سازی و کنترل سیستم‌های پیچیده

دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۰۷ ویرایش اول: ۱۴۰۰/۱۲/۰۹ ویرایش دوم: ۱۴۰۱/۰۴/۲۰ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۳۱

چکیده: در این مقاله، برای کنترل سیستم آونگ وارونِ آزمایشگاهی از کنترل‌کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی استفاده شده است. قوام کنترل‌کننده طراحی‌شده، درمقابل عدم قطعیت در پارامترهای سیستم آزمایشگاهی و اغتشاش خارجی مورد بررسی قرارگرفته است. علاوه بر آن، کنترل‌کننده پیشنهادی درمقابل نویز اندازه‌گیری آزمایش شده است. تحلیل پایداری روش پیشنهادی با استفاده از نمودارهای بودی در حوزه فرکانس بررسی شده است. عملکرد کنترل‌کننده فازی-PID دودرجه آزادی با کنترل‌کننده PID دودرجه آزادی مقایسه شده. نتایج آزمایشگاهی نشان از کارآیی بهتر کنترل‌کننده پیشنهادی دارد.

کلمات کلیدی: کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی ، آونگ وارون آزمایشگاهی، عدم قطعیت پارامتری، اغتشاش خارجی، سیستم فازی.

2-DoF Self-tuning Fuzzy PID Controller for Under-actuated Inverted Pendulum System with Uncertainties in Model

Sama Nazeran, Mohammad Farrokhi

Abstract: In this manuscript, the laboratory inverted pendulum mounted on a cart has been controlled using 2-DOF self-tuning fuzzy PID controller. The robustness of the proposed method is investigated against the uncertainties in the system's parameters and external disturbances. Moreover, the proposed method is tested against measurement noises. Stability of the proposed method is investigated using Bode diagrams in frequency domain. Performance of the 2Dof-fuzzy-PID controller is compared with the 2-DoF PID controller. The practical results indicates better performance of the proposed method.

Keywords: 2-DOF PID controller, laboratory inverted pendulum, parametric uncertainty, external disturbance, fuzzy system

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.3.6.2]
[DOI: 10.52547/joc.16.3.59]

۱- مقدمه

کنترل و تجزیه و تحلیل کردن سیستم‌ها با دینامیک پیچیده و غیرخطی به‌کمک کنترل‌کننده‌های کلاسیک بسیار پیچیده می‌باشد. در سال ۱۹۶۵ میلادی با معرفی روش‌های فازی کنترل این دسته از سیستم‌ها ساده‌تر شد.

کنترل فازی بر اساس منطق فازی مقادیر ورودی را تحلیل می‌کند. متغیرها در این روش، مقادیری بین صفر و یک دارند. منطق فازی می‌تواند درست، نادرست و به‌صورت جزئی درست یا نادرست باشد. از مزایا این روش، استفاده از تجربیات شخص خبره برای کنترل سیستم است.

امروزه دراکثر فرآیندهای صنعتی جهان از کنترل‌کننده PID استفاده می‌شود. ولی عملکرد آن نه تنها به تنظیم پارامترها بلکه به پدیده‌هایی مانند اشباع کنترل‌کننده و فیلتر نقطه تنظیم بستگی دارد.

از مزایا طراحی کنترل‌کننده PID به‌کمک روش منطق فازی عبارت است از:

۱- در شرایط ایده‌آل، تقریب خوبی بین کنترل‌کننده PID و خودتنظیم فازی به وجود می‌آید.

۲- کنترل‌کننده PID به‌صورت بهره متغیر، کنترل سیستم‌های پیوسته را مشکل می‌سازد.

کنترل فازی راه‌حلی مناسب در این زمینه می‌باشد. در طراحی کنترل‌کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی، از تمام قواعد و توابع عضویت تعریف شده برای طراحی کنترل‌کننده خودتنظیم فازی PID استفاده خواهد شد.

آونگ وارون یکی از ساختارهای مطرح در مهندسی کنترل است به‌طوری‌که در آزمایشگاه‌های کنترل معمولا یافت می‌شود. مساله اصلی در سیستم آونگ وارون، پایدارکردن زاویه آونگ نسبت به محور عمودی است. روابط حاکم بر این سیستم با معادلات حالت بیان می‌شود. از آن‌جایی‌که این سیستم، غیرخطی و نامینیمم فاز است، پیداکردن ارتباط بین نیروی اعمالی به ارابه و زاویه آونگ به‌سادگی امکان‌پذیرنیست و نیاز به قوانین پیچیده‌ای دارد. از نتایج کنترل این سیستم می‌توان در کاربردهای مختلف مانند ربات‌های پادار استفاده‌کرد.

از روش‌های کنترلی متفاوتی برای سیستم آونگ وارون استفاده شده است. هر کدام از این روش‌ها دارای مزایا و معایبی هستند و به طور کلی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

دسته اول: روش‌های کلاسیک مانند کنترل مقاوم، حسابان کسری و تنظیم‌کننده خطی مرتبه دو

دسته دوم: روش‌های هوشمند مانند الگوریتم ژنتیک، منطق فازی و شبکه‌های عصبی

تنظیم ضرایب به‌کمک روش‌های هوشمند مزایای خاص خودش را دارد [۱]. در این مقاله، هدف استفاده از منطق فازی برای تنظیم ضرایب کنترل‌کننده PID مرتبه دو است.

برای طراحی کنترل‌کننده به روش حسابان کسری ($PI^{\lambda}D^{\mu}$) که در آن پارامترهای λ و μ مقادیری بین صفر و یک دارند، نیازمند به‌کارگیری روش‌های محاسباتی مبتنی بر حسابان کسری است. از مزایا این روش می‌توان افزایش مقدار پایداری، دفع اغتشاش سریع‌تر، افزایش زمان استقرار و کاهش میزان بالازدگی نام‌برد و از معایب آن پیچیده بودن محاسبات است. طراحی کنترل‌کننده به این روش باعث افزایش مقاومت در برابر تغییرات شرایط محیطی می‌شود. با محاسبه تابع حساسیت می‌توان این موضوع را ثابت کرد. از معایب آن می‌توان به پیچیده بودن محاسبات اشاره کرد [۲ و ۳].

در کنترل سیستم آونگ وارون هدف، طراحی کنترل‌کننده‌ای است که توانایی دفع اغتشاشات خارجی را داشته و بتواند در برابر تغییر پارامترهای سیستم و شرایط محیطی نیز مقاومت کند. پایدار کردن سیستم‌ها در این شرایط کار دشواری است. جهت دستیابی به این اهداف، از روش تنظیم‌کننده خطی مرتبه دو و کنترل مد لغزشی استفاده شده است. از مزایا این روش تحمل اغتشاش و عدم قطعیت به‌صورت همزمان در سیستم است [۴]. نتایج نشان می‌دهد که پاسخ حالت ماندگار در این طراحی بهبود یافته و زمان استقرار افزایش پیداکرده؛ همچنین زمان صعود کاهش و زاویه آونگ و موقعیت ارابه به سرعت به مقادیر مطلوب خود رسیده‌اند.

از روش کنترل مد لغزشی نیز می‌توان برای کنترل آونگ وارون دوار نیز استفاده کرد. ابتدا مختصات مرکز ثقل المان‌ها تعیین می‌شود. سپس قانون پایستگی انرژی (مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل) محاسبه و رابطه لاگرانژ به کمک این قانون محاسبه شده است. متغیرهای فضای حالت (معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم) به‌کمک روش مد لغزشی کنترل شده است. مقادیر بهینه وزن‌های شبکه عصبی به‌کمک الگوریتم ژنتیک محاسبه شده است. نتایج نشان داد که مقدار خطا به مقدار صفر نزدیک شده است [۵].

در روش الگوریتم ژنتیک، ضرایب PID در بازه‌های از پیش تعیین شده تغییر می‌کنند. از مزایا این روش، بهبود زمان صعود، کاهش مقدار بالازدگی و بهترین راه برای کنترل سیستم‌های غیرخطی است [۶]. در این روش ابتدا می‌بایست معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم را با در نظر گرفتن سروو موتور DC نوشت. جهت اطمینان حاصل‌کردن از مدل به‌دست آمده، پارامترهای سیستم را تغییر داده و در هر مرحله کنترل‌کننده PID را طراحی کرده‌اند. پس از به‌دست‌آوردن مدل قطعی سیستم، کنترل‌کننده نهایی را طراحی کرده و ضرایب آن را به‌کمک الگوریتم ژنتیک تنظیم کرده‌اند. در نهایت سیستم را در برابر شرایط محیطی متفاوت قرار داده و مقدار مقاومت آن مورد سنجش قرار گرفته است [۷].

برای تنظیم ضرایب کنترل‌کننده PID می‌توان از روش شبکه‌های عصبی نیز استفاده کرد. پس از خطی‌سازی معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم آونگ وارون، به‌کمک روش بسط تیلور، PID را طراحی کرده و ضرایب آن را تنظیم می‌کنند. پس از پایدارشدن سیستم، اثر نویز اندازه‌گیری (نویز برروی سنسور) و اثر نویز برروی پارامترهای سیستم مورد بررسی قرار گرفته است [۸].

یکی از راه‌های پایدارسازی سیستم آونگ وارون، استفاده از روش

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.3.6.2]
[DOI: 10.52547/joc.16.3.59]

فازی است. پایگاه قواعد، موتور استنتاج، فازی‌گر و فازی‌زدا از اجزا مهم سیستم فازی هستند. از مزایای کنترل‌کننده‌های فازی، استفاده از تجربه شخص خبره، عدم نیاز به تعریف قوانین کنترلی پیچیده به صورت کلاسیک و قابلیت استفاده در سیستم‌های غیرخطی است [۱۱-۹]. با کنترل سیستم آونگ وارون به کمک منطق فازی خطای حالت ماندگار کاهش ولی زمان استقرار مقدار چشمگیری افزایش می‌یابد.

برای سنجش خطای ردیابی، یافتن بهترین کنترل‌کننده از لحاظ معیارهای کنترلی و پایداری سیستم می‌توان از روش مد لغزشی و شبکه‌های عصبی با توابع پایه‌ای شعاعی(RBF) استفاده کرد. نتایج به دست آمده نشان داد که مقدار چترینگ کاهش، پایداری سیستم افزایش و مقدار خطا در کنترل موقعیت ارابه به مقدار قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته است [۱۲]. همچنین با شبیه‌سازی نشان داده شده که سرعت همگرایی پاسخ نیز افزایش یافته است[۱۳].

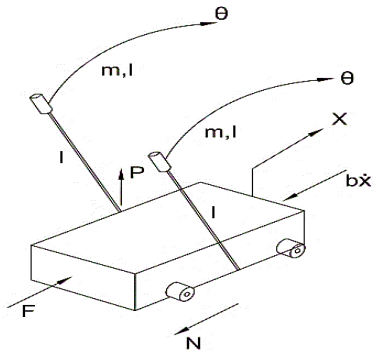
در این مقاله، از کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی استفاده شده است. از سیستم فازی به‌عنوان ناظر برای تنظیم ضرایب PID با دو درجه آزادی در طول زمان بهره‌گرفته شده است. عملکرد سیستم حلقه‌بسته در حضور اغتشاش و تغییر پارامترهای سیستم بررسی شده است. عدم‌قطعیت‌هایی مانند تغییر در جرم آونگ و ارابه نیز درنظرگرفته شده است. همچنین، عملکرد کنترل‌کننده‌ها در حضور نویز اندازه‌گیری با یکدیگر مقایسه شده است. علاوه برآن، با استفاده از روش‌های حساسیت و نمودارهای بودی، دفع اغتشاش ورودی و حذف نویز در کنترل‌کننده‌های خود تنظیم فازی PID و فازی PID با دو درجه آزادی مورد تجزیه و تحلیل قرارگرفته است.

ساختار این مقاله متشکل از موارد زیر است. در بخش دوم به خطی‌سازی معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم آونگ وارون و طراحی کنترل‌کننده‌های PID و فازی PID با دو درجه آزادی پرداخته شده است. نتایج آزمایشگاهی به‌دست‌آمده از کنترل این سیستم در حضور کنترل‌کننده‌های طراحی شده در بخش سوم نشان داده شده است. تجزیه و تحلیل نتایج و نتیجه‌گیری نیز در بخش چهارم مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم بر سیستم آونگ وارون

سیستم آونگ وارون دارای یک ورودی (نیروی وارد بر ارابه) و دو خروجی (موقعیت ارابه و زاویه آونگ) است (شکل ۱). روابط دینامیکی حاکم بر سیستم عبارت است از [۱۴]

$$\begin{aligned}(M+m)\ddot{x}(t)+b\dot{x}(t)+ml\ddot{\theta}(t)\cos\theta(t)-ml\dot{\theta}^2(t)\sin\theta(t)&=F\\(I+ml^2)\ddot{\theta}(t)-mgl\sin\theta(t)+ml\ddot{x}(t)\cos\theta(t)&=0\end{aligned} \quad (۱)$$



شکل ۱: سیستم آونگ وارون ساخت شرکت Feedback[۱۴]

جدول ۱: پارامترهای سیستم آونگ وارون [۱۴]

M	جرم ارابه	۴٫۲ Kg
m	جرم آونگ	۰٫۲۳ Kg
B	ضریب اصطکاک ارابه	۰٫۰۵ $\frac{\text{Nm}}{\text{sec}}$
F	نیروی وارد بر ارابه	N
L	طول آونگ از مرکز ثقل	۰٫۳۶ - ۰٫۴ m
I	ممان اینرسی آونگ	۰٫۰۹۹ kgm^2
x	موقعیت ارابه	m
θ	زاویه آونگ	Deg
g	گرانش زمین	۹٫۸۱ $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

در جدول۱ پارامترهای سیستم آونگ وارون ساخت شرکت فیدبک آورده شده است [۱۴].

برای طراحی کنترل‌کننده‌ها به توابع تبدیل سیستم نیاز است. برای محاسبه این توابع تبدیل ابتدا معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم را خطی‌سازی کرده و سپس نسبت خروجی‌ها (موقعیت موقعیت ارابه و زاویه آونگ) به ورودی (نیرو حاکم بر سیستم) به‌دست‌آورده می‌شود. تابع تبدیل سیستم خطی‌شده (یعنی زاویه آونگ به ورودی کنترلی و موقعیت ارابه به ورودی کنترلی) به‌صورت زیر به‌دست‌می‌آید:

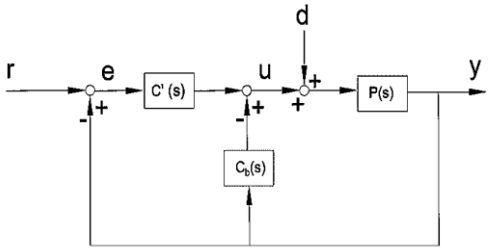
$$\frac{\theta(s)}{F(s)}=\frac{(ml/q)s}{s^4+\frac{b(I+ml^2)}{q}s^3-\frac{(M+m)mgl}{q}s^2-\frac{bmgl}{q}s} \quad (۲)$$

$$\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{\frac{(I+ml^2)}{q}s^2-\frac{mgl}{q}}{s^4+\frac{b(I+ml^2)}{q}s^3-\frac{(M+m)mgl}{q}s^2-\frac{bmgl}{q}s} \quad (۳)$$

که در آن‌ها

$$q=[(M+m)(I+ml^2)-(ml)^2]$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.3.6.2]
[DOI: 10.52547/joc.16.3.59]



شکل ۲: بلوک دیاگرام کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی با ساختار پسخورد

۲-۱ طراحی کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی

کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی ۵ ساختار معادل دارد[۱۵] که در این مقاله از ساختار پسخورد استفاده شده است (شکل۲). دلیل استفاده از این ساختار این است که در این طراحی، مقدار مطلوب برای موقعیت ارابه و زاویه آونگ برابر با صفر است. روابط حاکم در کنترل‌کننده PID با ساختار پسخورد عبارت است از [۱۵]

$$C'(s) = k_p \left\{ (1-\gamma) + \frac{1}{T_i\, s} + (1-\beta) T_d\, s \right\} \qquad (۴)$$

$$C_b(s) = k_p \left\{ \gamma + \beta T_d\, s \right\} \qquad (۵)$$

که در آن‌ها γ وزن بخش تناسبی و β وزن بخش مشتق‌گیر است.

پاسخ به ورودی مرجع و پاسخ به اغتشاش در کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی با توجه به شکل ۲ برابر است با

$$G_{yr} = \frac{P(s)C'(s)}{1+P(s)C'(s)} + \frac{P(s)C_b(s)}{1+P(s)C_b(s)} \qquad (۶)$$

$$G_{yd} = \frac{P(s)}{1+P(s)C'(s)} \qquad (۷)$$

که در آن‌ها G_{yr} پاسخ خروجی به ورودی مرجع، G_{yd} پاسخ خروجی به اغتشاش، $C_b(s)$ کنترل‌کننده مسیر پسخورد (PD)، $C'(s)$ کنترل‌کننده PID و P(s) تابع تبدیل سیستم موردنظر می‌باشد. با تنظیم‌کردن پارامترهای $C_b(s)$، پاسخ سیستم به ورودی در کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی تنظیم خواهد شد. نشان‌داده می‌شود که می‌توان مقدار بالازدگی در این PID را به مقادیر خیلی کوچک تقلیل داد [۱۵].

۲-۲- طراحی کنترل‌کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی

برای طراحی کنترل‌کننده PID، ضرایب تناسبی، انتگرال‌گیر و مشتق‌گیر باید به‌طور مناسب تعیین‌شوند. معادله این کنترل‌کننده در حوزه زمان برابر است با

$$U_{\mathrm{PID}} = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \dot{e}(t) \qquad (۸)$$

که در آن $e(t)$ و $\dot{e}(t)$ به‌ترتیب خطای ردیابی و مشتق آن، k_p، k_i و k_d به ترتیب ضرایب تناسبی، انتگرالی و مشتق‌گیر و U_{PID} سیگنال کنترلی است.

در کنترل‌کننده PID، معمولا ابتدا ضرایب تناسبی و مشتق‌گیر به‌صورت مستقیم تعیین و ضریب انتگرال‌گیر به‌صورت نسبتی از این دو ضریب به‌صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$T_i = \alpha T_d$$
$$k_i = \frac{k_p}{\alpha T_d} = \frac{k_p^2}{\alpha k_d} \qquad (۹)$$

که در آن‌ها T_i ثابت انتگرالی، T_d ثابت مشتقی و α ضریبی است که توسط طراح و با توجه به سیستم مورد نظر تعیین‌می‌شود. برای راحتی محاسبات، از مقادیر نرمال‌شده ضرایب k_p و k_d بین صفر و یک به‌صورت زیر استفاده می‌شود:

$$k'_p = \frac{k_p - k_{p\min}}{k_{p\max} - k_{p\min}} \qquad (۱۰)$$

$$k'_d = \frac{k_d - k_{d\min}}{k_{d\max} - k_{d\min}} \qquad (۱۱)$$

که در آن‌ها $k_p \in [k_{p\min}, k_{p\max}]$ و $k_d \in [k_{d\min}, k_{d\max}]$. مقادیر کمینه و بیشینه ضرایب معمولا توسط شرکت سازنده سیستم ارائه‌می‌شود. برای سیستم آونگ وارون به‌کاررفته در این مقاله $k_p \in [0,\ 0.1]$ و $k_d \in [0,\ 5]$ می‌باشد. در این مقاله، از روش توضیح‌داده‌شده در بالا در طراحی کنترل‌کننده فازی PID استفاده می‌شود.

برای تنظیم هرکدام از ضرایب k'_p، k'_d و α از یک سیستم فازی استفاده شده است. بنابراین، در مجموع به ۵ سیستم فازی (۳ سیستم فازی برای کنترل‌کننده PID در مسیر پیشخورد و ۲ سیستم فازی برای کنترل‌کننده PD در مسیر پسخورد) مطابق با شکل ۲ نیازمی‌باشد. ورودی سیستم‌های فازی، خطای ردیابی مربوط به موقعیت ارابه و مشتق آن است. از ۷ تابع عضویت مثلثی برای ورودی‌های سیستم فازی استفاده شده است (شکل ۳). شکل‌های ۴ و ۵ توابع عضویت خروجی سیستم فازی برای تنظم ضرایب k'_p، k'_d و α را نشان می‌دهد. قواعد فازی اگر-آنگاه نیز در جداول ۲ تا ۴ نشان داده شده است [۱۶].

با استفاده از موتور استنتاج ضرب ممدانی، فازی‌گر تکین و فازی‌زدا میانگین مرکز، خروجی نرمال‌شده این سه سیستم فازی عبارت است از

$$k'_p(t) = \frac{\sum_{l=1}^{49} \bar{y}_p^l \mu_{A^l}(e(t)) \mu_{B^l}(\dot{e}(t))}{\sum_{l=1}^{49} \mu_{A^l}(e(t)) \mu_{B^l}(\dot{e}(t))} \qquad (۱۲)$$

$$k'_d(t) = \frac{\sum_{l=1}^{49} \bar{y}_d^l \mu_{A^l}(e(t)) \mu_{B^l}(\dot{e}(t))}{\sum_{l=1}^{49} \mu_{A^l}(e(t)) \mu_{B^l}(\dot{e}(t))} \qquad (۱۳)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.3.6.2]
[DOI: 10.52547/joc.16.3.59]

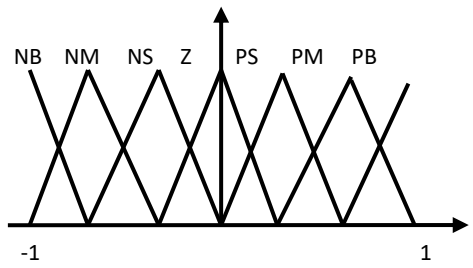
$$\alpha(t)=\frac{\sum_{l=1}^{49}\bar{y}_{\alpha}^{l}\,\mu_{A^l}(e(t))\mu_{B^l}(\dot{e}(t))}{\sum_{l=1}^{49}\mu_{A^l}(e(t))\mu_{B^l}(\dot{e}(t))} \qquad (۱۴)$$

که در آن‌ها A^l و B^l توابع عضویت تعریف شده در شکل ۳، و $\bar{y}_p^l$، $\bar{y}_d^l$ و $\bar{y}_\alpha^l$ به ترتیب مرکز توابع عضویت در شکل‌های ۴ و ۵ است [۱۶]. پس از تعیین خروجی سیستم‌های فازی، مقدار ضرایب k_p، k_i و k_d با استفاده از معادلات (۹) تا (۱۱) به‌دست می‌آیند.

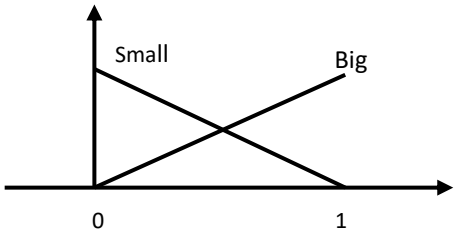
بلوک دیاگرام روش پیشنهادی در شکل ۶ نشان داده شده است. برطبق این بلوک دیاگرام، کنترل‌کننده پیشنهادی از دو بخش تشکیل می‌شود:

۱) برای بخش تحریک‌شده سیستم (یعنی x) از «کنترل‌کننده PID با دودرجه آزادی» استفاده شده است. ضرایب بخش PID این کنترل‌کننده که در مسیر پیشخورد قراردارد (یعنی $C'(s)$ در شکل ۲) توسط سیستم فازی پیشنهادی تنظیم‌می‌شود و ضرایب بخش پسخورد آن (یعنی $C_b(s)$ در شکل۲) کنترل‌کننده PD معمولی است. به‌منظور ساده‌شدن ساختار این کنترل‌کننده و کاهش تعداد قواعد، ورودی سیستم فازی برای تنظیم ضرایب بخش PID این کنترل‌کننده، خطای موقعیت ارابه (e_x) و مشتق آن (de_x/dt) درنظر گرفته شده است.

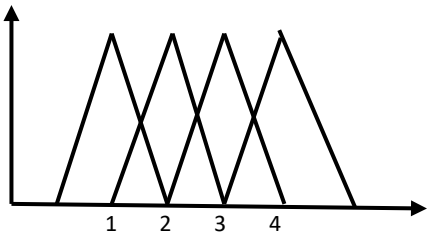
۲) برای بخش تحریک‌نشده سیستم (یعنی θ) از کنترل‌کننده PID معمولی استفاده شده است



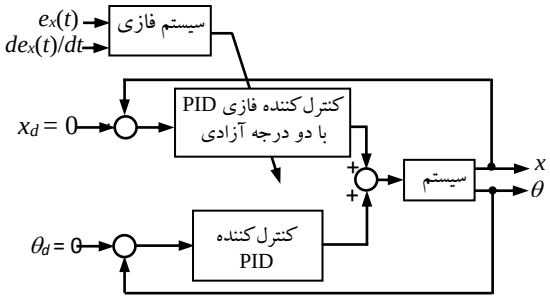
شکل ۳: توابع عضویت $e_x(t)$ و $\dot{e}_x(t)$



شکل ۴: توابع عضویت تنظیم ضرایب k_p' و k_d'



شکل ۵: توابع عضویت تنظیم ضریب α



شکل ۶: بلوک دیاگرام کنترل‌کننده فازی PID با دو درجه آزادی

جدول ۲: قواعد تنظیم ضرایب k_d'

$e(t)$ \ $\dot{e}(t)$	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	S	S	S	S	S	S	S
NM	B	B	S	S	S	B	B
NS	B	B	B	S	B	B	B
ZO	B	B	B	B	B	B	B
PS	B	B	B	S	B	B	B
PM	B	B	S	S	S	B	B
PB	S	S	S	S	S	S	S

جدول ۳: قواعد تنظیم ضرایب k_p'

$e(t)$ \ $\dot{e}(t)$	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	B	B	B	B	B	B	B
NM	S	B	B	B	B	B	S
NS	S	S	B	B	B	S	S
ZO	S	S	S	B	S	S	S
PS	S	S	B	B	B	S	S
PM	S	B	B	B	B	B	S
PB	B	B	B	B	B	B	B

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.3.6.2]
[DOI: 10.52547/joc.16.3.59]

جدول ۴: قواعد تنظیم ضرایب α

$e(t)$	$\dot{e}(t)$						
	N	N	N	Z	P	P	P
NB	2	2	2	2	2	2	2
N	3	3	2	2	2	3	3
NS	4	3	3	2	3	3	4
ZO	5	4	3	3	3	4	5
PS	4	3	3	2	3	3	4
PM	3	3	2	2	2	3	3
PB	2	2	2	2	2	2	2

ضرایب وزنی در معادلات (۴) و (۵) برای تابع تبدیل خطی آونگ (معادله (۲)) برابر $\beta = 0.1$ و $\gamma = 0.3$ و برای تابع تبدیل خطی ارابه (معادله (۳)) برابر $\beta = 0.3$ و $\gamma = 0.1$ درنظر گرفته شده است.

آزمایش‌های انجام شده برروی سیستم آزمایشگاهی آونگ وارون که ساخت شرکت فیدبک انگلستان است، برای دو حالت ارایه شد

۱- اعمال عدم قطعیت در پارامترهای سیستم و اغتشاش خارجی در حرکت swing up.

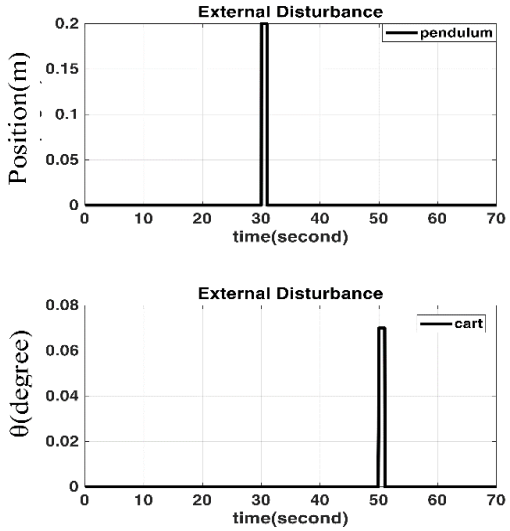
۲- اعمال نویز اندازه‌گیری به حسگرهای زاویه آونگ و موقعیت ارابه.

۳-۱- بررسی عدم‌قطعیت در پارامترهای سیستم و اغتشاش خارجی در حرکت swing up

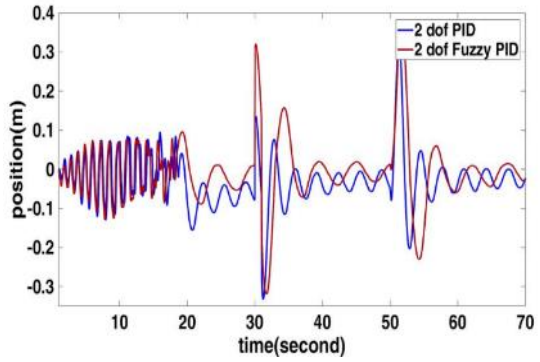
عدم قطعیت بررسی شده در این آزمایش از نوع پارامتری می‌باشد. بدین منظور وزنه‌ای به جرم ۱۰۰ گرم به آونگ متصل شده است. علاوه برآن، در زمان ۳۰-۳۱ ثانیه اغتشاش به ارابه و در زمان ۵۰-۵۱ ثانیه اغتشاش به آونگ وارد شده است (شکل ۷). نتایج عملکرد کنترل‌کننده‌های PID با دو درجه آزادی و خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی در شکل‌های ۸ تا ۱۰ آورده شده است. شکل ۱۱ تغییرات ضرایب کنترل‌کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی را نشان می‌دهد.

از مقایسه عملکرد کنترل‌کننده‌ها با یکدیگر می‌توان نتیجه گرفت که کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی و خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی بیشترین مقدار اغتشاش را دفع کرده است. درواقع این امری که انتظار نیز می‌رفت زیرا کنترل‌کننده خود تنظیم فازی PID با دودرجه آزادی قابلیت دفع اغتشاش بیشتری را دارد.

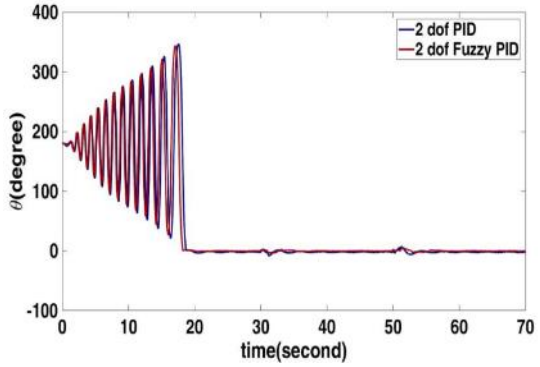
برای اعمال اغتشاش خارجی، پالس به مدت یک ثانیه و با بیشینه دامنه‌ای که قابل تحمل برای کنترل‌کننده باشد، به صورت جداگانه به ارابه و آونگ وارد شد. در کنترل ارابه، کنترل‌کننده PID دو درجه آزادی مقدار ۰٫۲ متر و فازی PID دو درجه آزادی ۰٫۳ متر اغتشاش خارجی را تحمل کرده‌اند. در کنترل آونگ، کنترل‌کننده PID دو درجه آزادی مقدار ۵٫۴ درجه و فازی PID دو درجه آزادی ۳٫۶ درجه اغتشاش خارجی را تحمل کرده‌اند. پس می‌توان نتیجه گرفت که در کنترل ارابه، کنترل‌کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی بیشترین مقدار اغتشاش را تحمل کرد و در کنترل آونگ، کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی بیشترین مقدار اغتشاش را تحمل کرده است.



شکل ۷: اغتشاش خارجی وارد شده به ارابه و آونگ

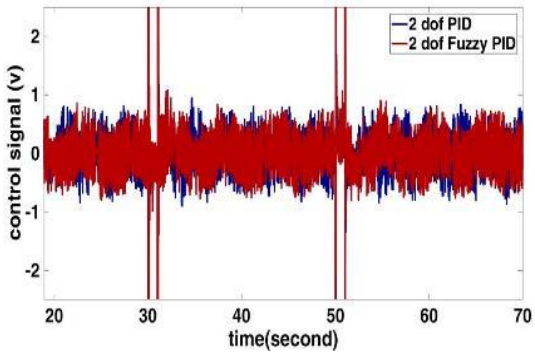


شکل ۸: عملکرد کنترل‌کننده‌ها در پایدارسازی موقعیت ارابه (swing up به همراه اغتشاشات خارجی)

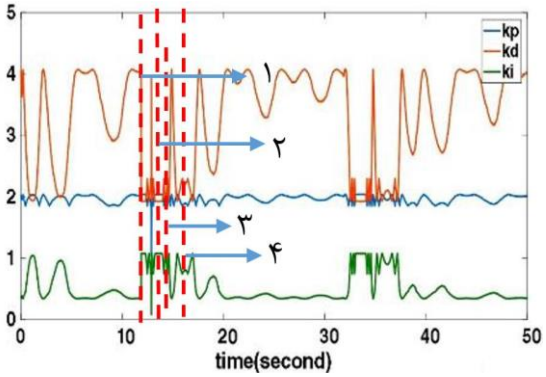


شکل ۹: عملکرد کنترل‌کننده‌ها در پایدارسازی زاویه آونگ (swing up به همراه اغتشاشات خارجی)

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.3.6.2]
[DOI: 10.52547/joc.16.3.59]



شکل ۱۰: سیگنال‌های کنترلی (swing up به همراه اغتشاشات خارجی)



شکل ۱۱: ضرایب کنترل‌کننده‌های خود تنظیم فازی PID با دو درجه آزادی در حضور اغشاشات خارجی

برای تحلیل قابلیت دفع اغتشاش در حضور کنترل‌کننده‌های مختلف از تابع حساسیت و رسم نمودارهای بودی استفاده می‌شود. زیرا برطبق تحلیل حساسیت، در فرکانس‌هایی که اغتشاش بیشترین مقدار دامنه را دارد، تابع حساسیت کمترین مقدار را خواهد داشت. رابطه محاسبه حساسیت (مبانی کنترل مقاوم) عبارت است از

$$T(s) = \frac{1}{1+G(s)C(s)} \qquad (۱۵)$$

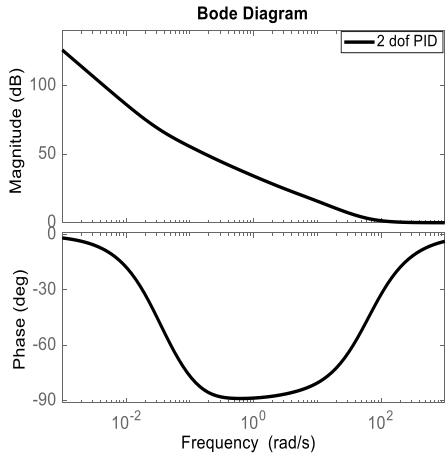
که در آن $G(s)$ تابع تبدیل سیستم خطی شده مورد بررسی و $C(s)$ تابع تبدیل کنترل‌کننده طراحی شده است.

مقدار ضرایب انتخاب‌شده برای ترسیم نمودارهای بودی درحضور کنترل‌کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی با توجه به شکل ۱۱ برای چهار لحظه مختلف استخراج‌شده است (جدول ۵). در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ پاسخ فرکانسی تابع تبدیل ارابه در حضور کنترل‌کننده‌های PID با دو درجه آزادی و فازی PID با دو درجه آزادی نشان داده شده است.

با توجه به نتایج به دست آمده دامنه حساسیت در حضور کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی حدودا ۱۲۰ dB است. در آزمایشگاه، ارابه در حضور این کنترل‌کننده مقدار ۰٫۲ متر اغتشاش را تحمل کرده است در حالی‌که کنترل‌کننده فازی PID با دو درجه آزادی مقدار ۰٫۳ متر اغتشاش را در آزمایشگاه تحمل کرده و دامنه حساسیت آن حدودا ۲۰۰dB است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که کنترل‌کننده فازی PID با دو درجه آزادی اغتشاش خارجی بیشتری را تحمل کرده است. پس دامنه تابع حساسیت آن هم بزرگتر شده است. با واردشدن اغتشاش خارجی به ارابه، کنترل‌کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی با افزایش حاشیه پایداری توانستند سیستم را پایدار نگه دارند.

جدول ۵: ضرایب انتخاب شده از نمودار تغییرات ضرایب کنترل‌کننده خود تنظیم فازی PID با دو درجه آزادی

حالت	PID	PD
حالت اول	k_{p1} =۲ k_{i1} =۰٫۲ k_{d1} =۴	k_p =۰٫۱ k_d =۰٫۳
حالت دوم	k_{p2} =۲ k_{i2} =۰٫۲ k_{d2} =۴	k_p =۰٫۱ k_d =۰٫۳
حالت سوم	k_{p3} =۲ k_{i3} =۱٫۵ k_{d3}=۴	k_p =۰٫۱ k_d =۰٫۳
حالت چهارم	k_{p4} =۲ k_{i4} =۱٫۵ k_{d4} =۴	k_p =۰٫۱ k_d =۰٫۳



شکل ۱۲: پاسخ فرکانسی تابع تبدیل ارابه حضور کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی در حضور اغتشاش خارجی

۳-۲- بررسی نویز اندازه‌گیری در سیستم آونگ وارون

برای ایجاد نویز از بلوک نویز سفید با پهنای باند محدود در نرم افزار متلب استفاده شده است (شکل ۱۴). نتایج عملکرد کنترل‌کننده‌ها در شکل‌های ۱۵ تا ۱۷ نشان داده شده است. نمودار تغییر ضرایب کنترل‌کننده فازی PID با دو درجه آزادی نیز در شکل ۱۸ نشان داده شده است.

از مقایسه کنترل‌کننده‌ها با یکدیگر می‌توان نتایج زیر را گرفت:

۱- برای کنترل ارابه، کنترل‌کننده فازی PID با دو درجه آزادی عملکرد بهتری را داشته است.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.3.6.2]
[DOI: 10.52547/joc.16.3.59]

۲- کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی نسبت به فازی PID با دو درجه آزادی درمقابل حذف نویز اندازه‌گیری مقاوم‌تراست. یعنی نویز با توان بیشتری را تحمل می‌کند.

مقدار ضرایب انتخاب‌شده برای ترسیم نمودار بودی در حضور فازی PID با دو درجه آزادی با توجه به شکل ۱۳ برای چهار لحظه مختلف استخراج‌شده است (جدول ۶).

برای نشان‌دادن قابلیت مقابله با نویز در حضور کنترل‌کننده‌های مختلف می‌توان از تابع مکمل حساسیت استفاده کرد. زیرا در فرکانس‌هایی که نویز بیشترین مقدار دامنه را دارد، تابع مکمل حساسیت کمترین مقدار را خواهد داشت. رابطه محاسبه تابع مکمل حساسیت (مبانی کنترل مقاوم) چنین است

$$C'(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)\,C(s)} \qquad (۱۶)$$

که در آن $G(s)$ سیستم مورد بررسی و $C(s)$ کنترل‌کننده طراحی شده است.

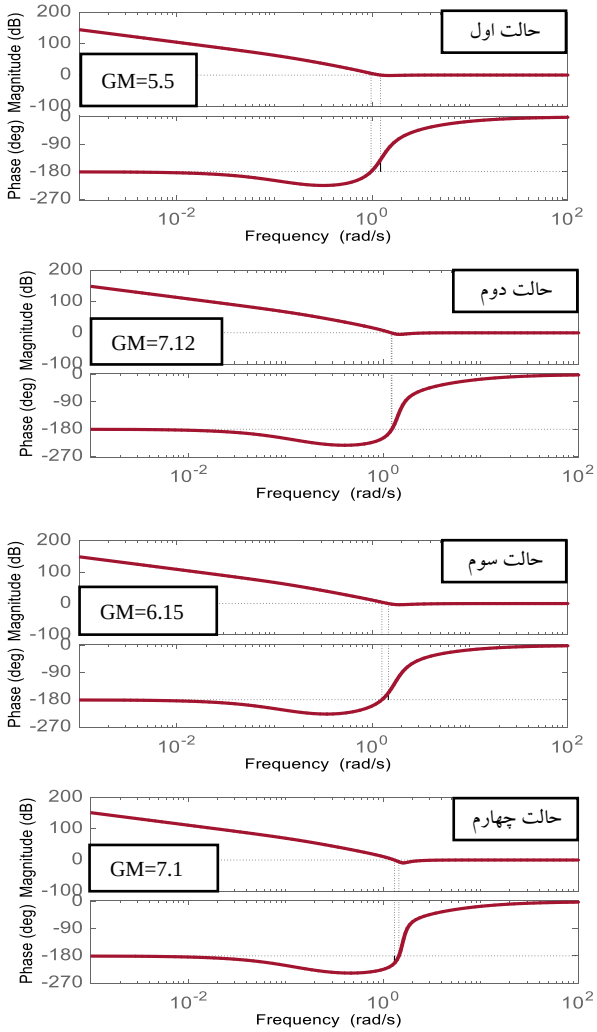
برای محاسبه تابع مکمل حساسیت نیاز به تابع تبدیل نویز می‌باشد که برای محاسبه آن، ابتدا از داده‌های نویزی تبدیل فوریه سریع (FFT) گرفته‌می‌شود. در اثر این عملیات، داده‌ها به‌صورت اعداد مختلط به‌دست می‌آیند. اندازه این اعداد را به‌دست آورده و به‌کمک دستور $t_{xy}=\text{tfestimate}(x,y)$ درمتلب (xورودی سیستم، yخروجی سیستم، t_{xy} تابع تبدیل حاصل) تابع تبدیل نویز به‌دست خواهدآمد که برابر است با

$$T_{\text{noise}}=\frac{0.02s^2+0.02617s+0.003807}{s^3+0.07145s^2+0.001642s+4.705\times10^{-14}} \qquad (۱۷)$$

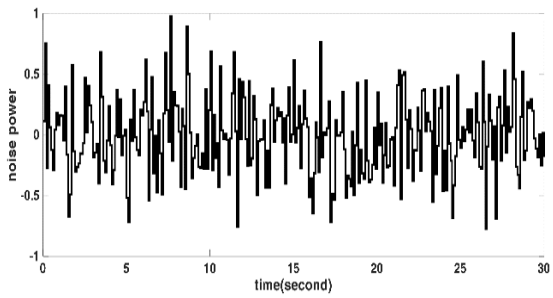
در نهایت این تابع تبدیل را با روابط (۲) و (۳) جمع‌کرده و توابع تبدیل آغشته به نویز برای ارابه و آونگ به‌دست خواهد آمد. نمودار بودی تابع-تبدیل ارابه در حضور کنترل‌کننده‌های PID با دو درجه آزادی و فازی PID با دو درجه آزادی در حضور نویز اندازه‌گیری برای چهار مقدار مختلف ضرایب در شکل‌های ۱۹ و ۲۰ نشان داده شده است.

با توجه به نتایج به‌دست آمده از نمودارهای بودی، دامنه مکمل حساسیت در حضور کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی برابر با صفر dB است. نتایج به‌دست آمده در آزمایشگاه نشان می‌دهد که این کنترل‌کننده مقدار ۰٫۰۱ نویز اندازه‌گیری را تحمل کرده است. نتایج به‌دست آمده در آزمایشگاه با نمودارهای بودی معادل یکدیگرند.

با توجه به نتایج به‌دست آمده در آزمایشگاه، کنترل‌کننده فازی PID با دو درجه آزادی مقدار ۰٫۰۰۱ نویز اندازه‌گیری را تحمل کرده است. نتایج به‌دست‌آمده از نمودارهای بودی نشان‌می‌دهد که دامنه تابع مکمل حساسیت در حضور کنترل‌کننده خودتنظیم فازی PID با دو درجه آزادی برابر با صفر dB است. از آنجایی که کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی مقدار بیشتری نویز اندازه‌گیری را تحمل کرده است پس دامنه تابع مکمل حساسیت آن هم بزرگتر خواهد بود. در جدول ۷ مقایسه‌ای بین نتایج به دست آمده از نمودارهای بودی و آزمایشگاه در حضور کنترل‌کننده‌های طراحی شده، آورده شده است.

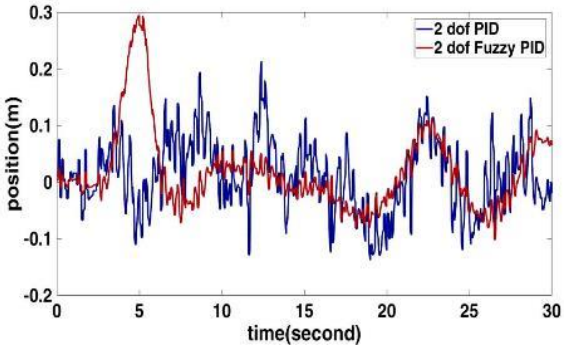


شکل ۱۳: پاسخ فرکانسی تابع تبدیل ارابه در حضور کنترل‌کننده خود تنظیم فازی PID با دو درجه آزادی در حضور اغتشاش خارجی

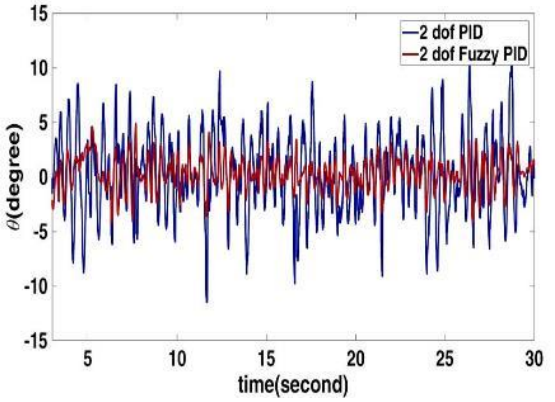


شکل ۱۴: نویز سفید وارد شده به سیستم

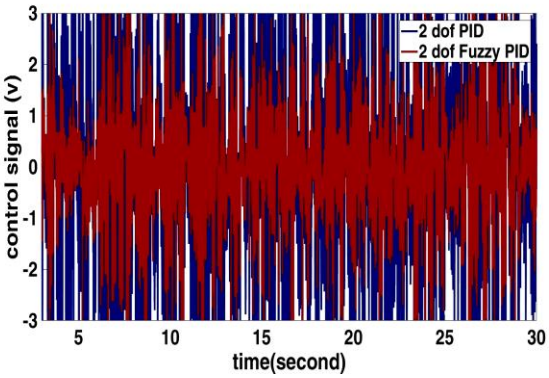
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.3.6.2]
[DOI: 10.52547/joc.16.3.59]



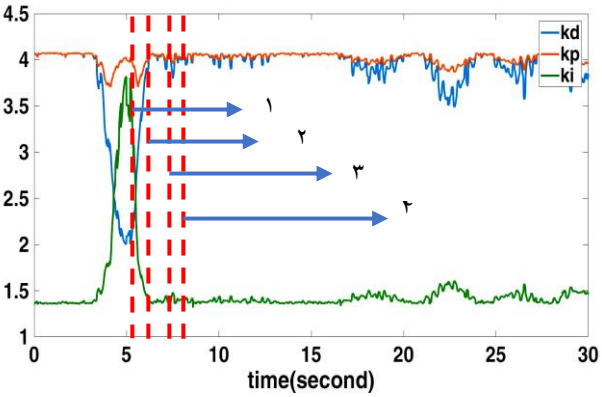
شکل ۱۵: عملکرد کنترل‌کننده‌ها در پایدارسازی موقعیت ارابه در حضور نویز اندازه‌گیری



شکل ۱۶: عملکرد کنترل‌کننده‌ها در پایدارسازی زاویه آونگ در حضور نویز اندازه‌گیری



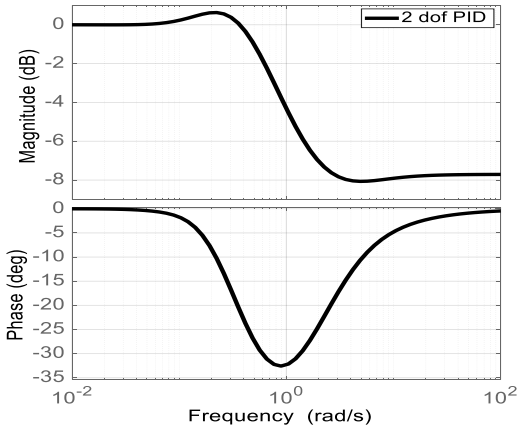
شکل ۱۷: سیگنال‌های کنترلی در حضور نویز اندازه‌گیری



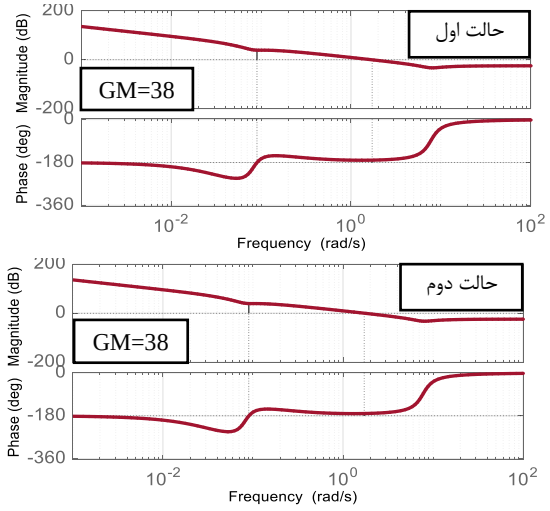
شکل ۱۸: ضرایب کنترل‌کننده فازی PID با دو درجه آزادی در حضور نویز اندازه‌گیری

جدول ۶: ضرایب انتخاب شده از نمودار تغییرات ضرایب کنترل‌کننده خود تنظیم فازی PID با دو درجه آزادی

حالت	PID	PD
حالت اول	k_{p1} =۳٫۹ k_{i1} =۳٫۹ k_{d1} =۴	k_p =۰٫۱ k_d =۰٫۳
حالت دوم	k_{p2} =۲٫۵ k_{i2} =۲٫۵ k_{d2} =۴	k_p =۰٫۱ k_d =۰٫۳
حالت سوم	k_{p3} =۲٫۵ k_{i3} =۲ k_{d3}=۴	k_p =۰٫۱ k_d =۰٫۳
حالت چهارم	k_{p4} =۴ k_{i4} =۲٫۵ k_{d4} =۴	k_p =۰٫۱ k_d =۰٫۳

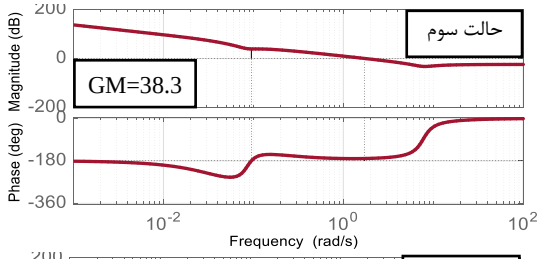


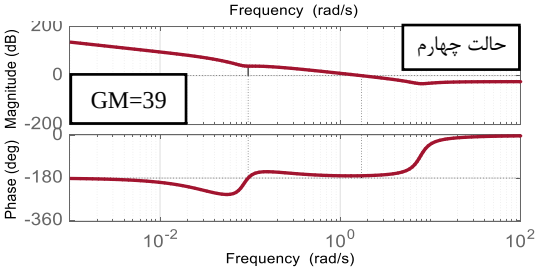
شکل ۱۹: پاسخ فرکانسی ارابه در حضور کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی در حضور نویز اندازه‌گیری



شکل ۲۰: پاسخ فرکانسی تابع تبدیل ارابه در حضور کنترل‌کننده خود تنظیم فازی PID با دو درجه آزادی در حضور نویز اندازه‌گیری

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.3.6.2]
[DOI: 10.52547/joc.16.3.59]





شکل ۲۰: ادامه

جدول ۷: مقایسه عملکرد کنترل‌کننده‌ها در مقابل نویز اندازه‌گیری

کنترل‌کننده / نتایج	PID با دو درجه آزادی	فازی PID با دو درجه آزادی
	موقعیت	موقعیت
نتایج به‌دست‌آمده در آزمایشگاه	۰٫۰۱	۰٫۰۰۱
مقادیر دامنه در نمودارهای بودی	۰ dB	۰ dB

جدول ۸: نتیجه‌گیری

کنترل‌کننده / معیار	PID با دو درجه آزادی	فازی PID با دو درجه آزادی
بیشترین مقدار توان نویز قابل تحمل (ارابه)	۰٫۰۱	۰٫۰۰۱
بیشترین مقدار اغتشاش خارجی قابل تحمل (ارابه)	۰٫۲ متر	۰٫۳ متر
بیشترین مقدار اغتشاش خارجی قابل تحمل (آونگ)	۵٫۴ درجه	۳٫۶ درجه
بیشترین مقدار عدم قطعیت پارامتری قابل تحمل (آونگ)	۲۰۰ گرم	۲۰۰ گرم

٤- نتیجه‌گیری

در این مقاله هدف، کنترل سیستم آونگ وارون آزمایشگاهی با استفاده از کنترل‌کننده فازی PID دودرجه‌آزادی بوده است. از سیستم فازی به‌عنوان ناظر برای تنظیم ضرایب PID با دو درجه آزادی در طول زمان بهره‌گرفته شده است. از مزایای منطق فازی، استفاده از تجربیات شخص خبره بدون نیاز به دانستن مدل دقیقی از سیستم و قابلیت کاربرد برای سیستم‌های غیرخطی با مرتبه بالا است. از مزایا کنترل‌کننده PID با دو درجه آزادی قابلیت دفع اغتشاش خارجی بالا و کاهش میزان بالازدگی در پاسخ سیستم می‌باشد. پس از پیاده‌سازی این سیستم در آزمایشگاه می‌توان مشاهده کرد که PID با دو درجه آزادی نسبت به سایر کنترل‌کننده‌ها دفع اغتشاش بیشتری داشت. برای بررسی صحت نتایج به دست آمده در آزمایشگاه از تابع حساسیت و نمودارهای بودی کمک گرفته شد. عملکرد این کنترل‌کننده‌ها نیز در حضور نویز اندازه‌گیری نیز بررسی شد. برای بررسی صحت نتایج آزمایشگاهی از تابع مکمل حساسیت و نمودارهای بودی کمک گرفته شد. در جدول ۸ مجموعه آزمایش‌های انجام شده برروی سیستم آونگ وارون آزمایشگاهی شرکت فیدبک آورده شده است.

مراجع

[1] H. Omur Ozer, “Genetic algorithm optimized PID control of a pendulum,” *International Conference on Engineering Technology and Innovation*, Istanbul, Turkey, 2017.

[2] A. A. Hakim and I. M. Sanhoury, “Stabilizing x-y inverted pendulum via fractional order PID controller,” *International Conference on Computer, Control, Electrical, and Electronics Engineering*, Khartoum, Sudan, 2018.

[3] P. Dwivedi, S. Pandey, and A. Junghare, “Performance analysis and experimental validation of 2 dof fractional order controller for underactuated rotary inverted pendulum,” *Arabic Journal of Science and Engineering*, vol. 42, no. 12, pp. 5121–5145, 2017.

[4] S. Irfan, A. Mehmood, M. T. Razzaq, and J. Iqbal, “Advanced sliding mode control techniques for inverted pendulum modelling and simulation,” *International Journal of Engineering Science and Technology*, vol. 21, no. 4, pp. 753-759, 2018.

[5] M. Aydin, O. Yakut, and H. Tutumlu, “Implementation of the network based moving sliding mode control algorithm to the rotary inverted pendulum system,” *Journal of Engineering and Technology*, vol. 3, no. 1, pp. 32-41, 2019.

[6] P. Kumar, O.N. Mehrotra, and J. Mahto, “Tuning PID controller of inverted pendulum using genetic algorithm,” *International journal of Research in Engineering and Technology*, vol. 1, no. 3, pp. 359-363, 2018.

[7] M. Magdy, A. Al Marhomy, and M. A. Attia, “ Modeling of inverted pendulum system with gravitational search algorithm optimized controller, ” *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 1, no. 10, pp. 129-149, 2019.

[8] C. Mahapatra, S. Chauhan, and B. Hemakumar, “ Servo control and stabilizing of linear inverted pendulum on a cart using LQG,” *International Conference on Power Energy, Environment and Intelligent Control*, Greater Noida, India 2018.

[9] N. Bintiismail, *Fuzzy Logic Controller Design for Inverted Pendulum System*, Master Thesis, Tun

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.3.6.2]
[DOI: 10.52547/joc.16.3.59]

Hussein Onn, University Electrical Engineering, Malaysia, 2013.

[10] M. Shahrieel Mohd Aras, M. Sulaiman, A. Khamis, M. Hendra Hairi, M. Md Ghazaly, M. Khairi Mohd Zambri and H. Nizam Mohd Shah, **"** Evaluation of transient response for rotary inverted pendulum positioning using fuzzy logic controller,**"** *International Journal of Electrical Engineering and Applied Sciences*, vol. 1, no. 1 pp. 9-16, 2018.

[11] S. Khan and S. Paliwal, " Optimal control of nonlinear inverted pendulum system using fuzzy controller," *Journal of Engineering Research and Application*, vol. 8, no. 5, pp. 62-66, 2018.

[12] A. Yadav, *Sliding-Mode Control with RBF Neural Network for Two Link Robot Manipulator and an Inverted Pendulum System*, Master Thesis, Delhi Technological University, Department of Electrical Engineering, Bawana Road, Delhi, 2019.

[13] A. Kumar Sharma and B. Bhushan, " Sliding mode control of inverted pendulum with decoupling algorithm," *International Journal of Computer Applications*, vol. 181, no. 27, pp. 1-5, 2018.

[14] *Feedback Manual For Digital Pendulum*, www.feedback-instruments.co, 2015.

[15] M. Araki and H. Taguchi, "Two degree of freedom PID controllers," *International Journal Control Automatic Sy*stem, vol. 1, no. 4, pp. 401–411, 2003.

[16] L. X. Wang, *A Course in Fuzzy Systems and Control*, second ed., John Wiley & Sons, New Jercy, 1996.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.3.6.2]
[DOI: 10.52547/joc.16.3.59]