مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
مقاله پژوهشی
جلد۱۶، شماره ۲، تابستان ۱۴۰۱، صفحه ۹۷-۸۹

کنترل پیش بین مقاوم برای ستون تقطیر با تاکید بر مسیرهای پیش بینی متعدد ناشی از تقریب تکه‌ای مستوی

مسعود عادلی راد[۱]، علی‌اکبر افضلیان[۲]

[۱] دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران m_adelirad@sbu.ac.ir

[۲] دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران afzalian@sbu.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۰/۰۶/۲۲ ویرایش: ۱۴۰۰/۰۹/۲۳ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۱۷

چکیده: در این مقاله روشی جدید برای مدل‌سازی ستون تقطیر با استفاده از تقریب تکه‌ای مستوی پیشنهاد شده و برای آن یک کنترل-کننده پیش‌بین مقاوم با در نظر گرفتن مسیرهای متعدد پیش‌بینی طراحی شده است. ستون‌های تقطیر دارای رفتاری به‌شدت غیرخطی و پیچیده هستند. از این رو مدل‌سازی دینامیکی این سیستم‌ها با ساده‌سازی‌هایی همراه است. مدل‌سازی تکه‌ای مستوی قابلیت تقریب سیستم‌های غیرخطی را با دقت بالا و در بازه عملکردی وسیع دارد. طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین برای سیستم‌های تکه‌ای مستوی به دلیل تغییر پارامترهای سیستم در زیر فضاهای مختلف از فضای حالت، با مشکل وجود مسیرهای متعدد پیش‌بینی مواجه است. این موضوع سبب افزایش نمایی حجم محاسبات با افزایش طول افق پیش‌بینی می‌گردد. در این مقاله برای اولین بار یک روش شبه‌بهینه برای حل مسائل MIQP در کنترل پیش‌بین با وجود نایقینی و اغتشاش مورد استفاده قرار گرفته و همچنین راه‌کاری برای تعمیم این روش برای حل مسائل NP ارائه می‌شود. ابتدا یک ستون تقطیر مربوط به واحد بوتان‌زدایی در پالایشگاه‌های گازی پارس جنوبی به روش تکه‌ای مستوی مدل شده و با استفاده از مدل غیرخطی اعتبارسنجی می‌شود. سپس یک کنترل‌کننده پیش‌بین لوله‌ای با در نظر گرفتن مسیرهای پیش‌بینی متعدد طراحی می‌شود. برای کاهش حجم محاسبات از یک روش شبه‌بهینه در فاز پیش‌بینی استفاده می‌شود که حجم محاسبات آن حداکثر متناسب با افق پیش‌بینی افزایش می‌یابد.

کلمات کلیدی: کنترل پیش بین مقاوم، تقریب تکه ای مستوی، مسیرهای پیش‌بینی، ستون تقطیر.

Piecewise Affine Modeling and Robust Model Predictive Control of a Distillation Column Considering Multiple Prediction Trajectories

Masoud Adelirad, Ali A Afzalian

Abstract: A new method based on piecewise affine approximation is proposed to model a distillation column and a novel robust MPC is addressed for PWA systems considering multiple prediction trajectories. Distillation columns have highly nonlinear and complex behavior. However, even in a rigorous dynamical model a number of model simplifications are included. Piecewise affine maps have universal approximation properties which are useful for modeling of nonlinear systems in a wide range of operation. Model predictive control for PWA systems faces multiple prediction trajectories at each sample time due to different system dynamics over prediction horizon. Thus, the computational burden increases exponentially with the prediction horizon length. In order to decrease the computational burden, a suboptimal method is used to solve MIQP problems in MPC for PWA systems in presents of model uncertainty and disturbances. A real distillation column of a debutanizer unit in South Pars Gas refineries is modeled with PWA method and validated using the appropriate nonlinear model. A tube-based model predictive control proposed in such a way that the optimization problem can be solved considering multiple prediction trajectories at each sample time. In the proposed method, the computational burden is increased linearly by the prediction horizon length.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.7.1]
[DOI: 10.52547/joc.16.2.89]

Keywords: Robust Model Predictive Control, Piecewise Affine Approximation, Prediction Trajectory, Distillation Column.

۱- مقدمه

کنترل پیش‌بین (MPC)[1] یک روش کنترل بهینه با افق محدود است که مسیر حالت بهینه را بر اساس یک تابع هزینه محاسبه می‌کند [۱]. این استراتژی کنترلی با استفاده از مدل دینامیکی سیستم، ضمن تامین قیدهای آن، امکان تعیین مسیر حالت یا خروجی بهینه را با توجه به تابع هزینه مورد نظر در حوزه زمان، فراهم می‌کند [۲]. خطای مدل‌سازی سبب می‌شود که رفتار سیستم واقعی با خروجی پیش‌بینی شده براساس مدل نامی متفاوت باشد. در روش‌های کنترل پیش‌بین مقاوم[2] (RMPC)، اختلاف بین مدل نامی و سیستم واقعی به صورت نایقینی[3] در نظر گرفته می‌شود. کنترل پیش‌بین لوله‌ای[4] یک روش کنترل مقاوم است که با استفاده از یک فیدبک حالت متغیرهای حالت سیستم را در یک لوله اطراف مسیر حالت نامی نگه می‌دارد. در این روش به طور همزمان از یک کنترل‌کننده پیش‌بین برای کنترل مسیر حالت نامی و تامین قیدهای سیستم استفاده می‌شود [۳].

تقریب تکه‌ای مستوی[5] (PWA)، یک روش تقریب عمومی با قابلیت تقریب بسیاری از انواع توابع غیرخطی و سوئیچ‌شونده است [۴]. سیستم‌های تکه‌ای مستوی از تعدادی زیر سیستم در فضای حالت تشکیل می‌شود که هر یک از این زیر سیستم‌ها در یک زیر ناحیه چندوجهی محدب از فضای حالت تعریف می‌شوند [۵]. در سیستم‌های تکه‌ای مستوی علاوه بر متغیرهای حالت از یک متغیر گسسته برای تعیین ناحیه‌ای که متغیرهای حالت سیستم در آن قرار دارند، استفاده می‌شود. این متغیر گسسته مود عملکردی[6] و درنتیجه معادلات حالت سیستم در آن مود را مشخص می‌کند. کنترل پیش‌بین در سیستم‌های تکه‌ای مستوی به دلیل وجود این متغیر گسسته، با مشکل مسیرهای متعدد پیش‌بینی مواجه است [۶]. در واقع مسیر حالت بهینه علاوه بر معادلات دینامیکی زیر سیستم‌های آن، به ترتیب و زمان کلید زنی سیستم بین این زیر سیستم‌ها نیز وابسته است. در یک سیستم تکه‌ای مستوی با s مود عملکردی مختلف و افق پیش‌بینی N، حجم محاسبات تا s^{N-1} برابر سیستم‌های خطی افزایش می‌یابد [۷]. ساده‌ترین راه برای حل این مشکل، پیش‌بینی مسیر حالت سیستم براساس معادلات زیر سیستم فعلی بدون در نظر گرفتن ترتیب و زمان کلید زنی در افق پیش‌بینی است [۸]. این روش از لحاظ حجم محاسبات مشابه کنترل پیش‌بین در سیستم‌های خطی است اما به دلیل نادیده گرفتن تغییرات مدل در افق پیش‌بینی شبه‌بهینه بوده و تضمین پایداری[7] و شدنی بودن[8] ندارد. به منظور تضمین پایداری و شدنی بودن می‌توان یک مجموعه پیش نهایی[9] قبل از مجموعه نهایی در نظر گرفت به نحوی که سیستم در این مجموعه تغییر مود نداشته باشد [۹]. مسیر حالت بهینه خارج از این مجموعه با در نظر گرفتن همه حالت‌ها کلید زنی ممکن حل می‌شود و داخل این مجموعه مساله مشابه کنترل پیش‌بین برای سیستم‌های خطی است. به این ترتیب علاوه بر کاهش حجم محاسبات پایداری و شدنی بودن نیز تضمین می‌شود. این روش نیز شبه‌بهینه است و خارج از مجموعه پیش‌نهایی ترتیب و زمان کلیدزنی سبب افزایش نمایی حجم محاسبات می‌شود. برای کاهش حجم محاسبات می‌توان با استفاده از مفهوم حداقل نمونه قرار[10]، مساله کنترل پیش‌بین در سیستم‌های تکه‌ای مستوی را به تعدادی زیر مساله تقسیم کرد [۶]. در این روش علاوه بر تضمین پایداری و شدنی بودن حداکثر حجم محاسبات مورد نیاز از s^{N-1} به N کاهش می‌یابد.

جداسازی بخش مهمی از اکثر سیستم‌های فرآیندی است. فرآیند جداسازی از یک ستون تقطیر[11] با تعدادی سینی، بازگرمکن[12]، محفظه رفلاکس[13] و چگالنده[14] تشکیل می‌شود. خوراک از بخش میانی ستون وارد می‌شود و جداسازی براساس تفاوت نقطه جوش اجزا انجام می‌شود [۱۰]. کنترل ستون تقطیر به دلیل وجود متغیرهای متعدد و برهم‌کنش آن‌ها، بسیار دشوار بوده و نقطه کار آن تحت تاثیر واحدهای بالادستی و پایین دستی قرار دارد [۱۱]. در کنترل ستون تقطیر، هدف حداقل کردن ناخالصی جزء سنگین در محصول بالایی و حداقل کردن ناخالصی جزء سبک در محصول پایینی ستون است. به دلیل هزینه بالای نصب و نگهداری آنالایزرهای غلظت، ستون‌های تقطیر معدودی هستند که این ساختار کنترلی ایده‌آل را داشته باشند [۱۲]. از این رو در اغلب موارد کنترل ستون تقطیر به طور غیر مستقیم و از طریق کنترل پارامترهای دیگر مانند دما، فشار، جریان و سطح انجام می‌شود [۱۳]. کاهش مصرف انرژی و بهبود کیفیت محصولات در ستون تقطیر با استفاده از یک کنترل‌کننده مناسب امکان‌پذیر است. در حال حاضر نرم افزارهایی برای شبیه‌سازی استاتیکی و دینامیکی فرآیند توسعه داده شده‌اند و به طور گسترده‌ای به منظور طراحی این سیستم‌ها و شبیه‌سازی سیستم کنترل آنها مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱۴]. این نرم افزارها برای طراحی کنترل‌کننده‌هایی که مبتنی بر مدل فرآیند هستند، کارایی ندارند و فقط به منظور تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده موثر هستند. در صنعت، در اکثر موارد کنترل فرآیند برای شرایط ایستا طراحی می‌شود. تغییر در مشخصات خوراک مانند درصد ترکیبات، دما و غلظت سبب کاهش کیفیت محصول می‌شود [۱۵]. کنترل ستون

[1] Model Predictive Control
[2] Robust Model Predictive Control
[3] Uncertainty
[4] Tube-based MPC
[5] Piecewise Affine
[6] Operating mode
[7] Stability
[8] Feasibility
[9] Pre-terminal set
[10] Minimum dwell sample
[11] Distillation Column
[12] Reboiler
[13] Reflux drum
[14] Condenser

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.7.1]
[DOI: 10.52547/joc.16.2.89]

تقطیر به دلیل رفتار غیرخطی، وجود قیدها و اغتشاش با دشواری‌هایی مواجه است [۱۰]. مدل دقیق ستون تقطیر با استفاده از معادلات موازنه دینامیکی جرم هر یک از اجزای خوراک ورودی، معادلات موازنه کلی جرم و معادلات موازنه انرژی در هریک از سینی‌های ستون به‌دست می‌آید [۱۶]. در اغلب موارد این معادلات دینامیکی با استفاده از فرض‌هایی در دینامیک فاز بخار، دینامیک فاز مایع و موازنه انرژی ساده سازی می‌شوند [۱۳].

در مرجع [۶] یک روش شبه‌بهینه برای حل مساله کنترل پیش‌بین در سیستم‌های PWA بدون در نظر گرفتن نایقینی و اغتشاش پیشنهاد شده است. در این مقاله با تلفیق این روش شبه‌بهینه و استراتژی کنترل پیش‌بین لوله‌ای، روشی برای حل مسائل MIQP با وجود نایقینی و اغتشاش پیشنهاد شده است. همچنین با استفاده از تقریب تکه‌ای مستوی، روش شبه‌بهینه به حل مسائل NP توسعه داده شده است. به این منظور ابتدا یک ستون تقطیر با پارامترهای واقعی برگرفته از برگه مشخصات فنی واحد متان زدایی مربوط به یکی از پالایشگاه‌های گاز پارس جنوبی به روش تکه‌ای مستوی مدل‌سازی می‌شود. این مدل به دلیل تعداد زیاد متغیرهای حالت دارای مودهای عملکردی متعددی است. از این رو هنگام حل مساله کنترل‌کننده پیش‌بین در هر نمونه زمانی، تعداد مسیرهای پیش‌بینی بسیار زیاد است. برای کاهش حجم محاسبات، مساله در فاز پیش‌بینی به تعدادی زیر مساله تقسیم می‌شود. به این ترتیب در هر نمونه زمانی، مساله کنترل پیش‌بین در سیستم‌های تکه‌ای مستوی به تعدادی مساله کنترل پیش‌بین در سیستم‌های معمولی تبدیل می‌شود.

در بخش دوم تعاریف و مبانی ریاضی مطرح می‌شود. مدل غیرخطی یک ستون تقطیر در بخش سوم به صورت تکه‌ای مستوی تقریب می‌شود. در بخش چهارم یک روش شبه‌بهینه به منظور کاهش حجم محاسبات کنترل پیش‌بین در سیستم‌های تکه‌ای مستوی مورد بررسی قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی و نتایج حاصل از پیاده‌سازی روش کنترلی بر ستون تقطیر در بخش پنجم ارائه می‌شود.

۲- تعاریف و مبانی ریاضی

مفاهیم و تعاریف زیر از [۱۷] مورد استفاده قرار گرفته‌اند :

تعریف ۱: چند وجهی[1] مجموعه حاصل از تلاقی تعداد محدودی نیم‌فضا است.

تعریف ۲: یک مجموعه از مجموعه‌های $\mathcal{R}_1$ $\mathcal{R}_2$ ...، $\mathcal{R}_s$ یک افراز از مجموعه Θ است اگر: ۱) $\bigcup_{i=1}^{s}\mathcal{R}^i = \Theta$، ۲) اشتراک هر زوج مجموعه $\mathcal{R}^i$ و $\mathcal{R}^j$ به ازای هر i و j تهی یا مزر مشترک دو مجموعه باشد.

تعریف ۳: تابع $h: \Theta \to \mathbb{R}^n$ که در آن $\Theta \subseteq \mathbb{R}^p$، یک تابع تکه‌ای مستوی است اگر یک افراز $\mathcal{R}_1$ $\mathcal{R}_2$ ...، $\mathcal{R}_s$ از مجموعه Θ وجود داشته باشد و $h(\theta) = H^i\theta + k^i \quad \forall\theta \in \mathcal{R}_i, i \in \{1,\cdots,s\}$.

همه توالی‌های ممکن برای سوئیچ شوندگی با تعداد محدود p به صورت $\{v_j\}_{j=1}^{p}$ نمایش داده می‌شود. المان kام از دنباله v_j، با v_j^k مشخص می‌شود. اندازه وزنی بردار x برای هر ماتریس اکیدا مثبت M، به صورت $\|x\|_M^2 = x^TMx$ تعریف می‌شود.

۳- مدل تکه‌ای مستوی ستون تقطیر

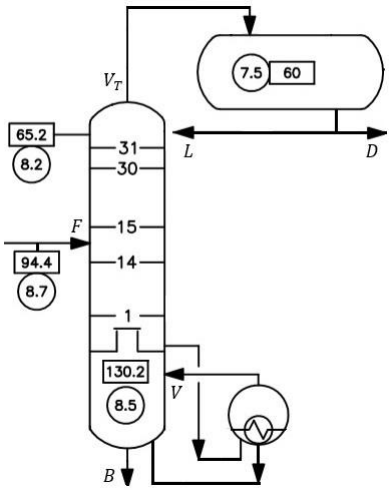
در یک نگاه کلی، یک برج تقطیر دارای بازگرمکن، محفظه رفلاکس و چگالنده است. خوراک، گرما و رفلاکس ورودی‌ها و جریان‌های محصول پایینی و محصول بالایی خروجیهای ستون تقطیر هستند. جریان و ترکیبات خوراک ورودی ثابت فرض می‌شود و تغییرات آن‌ها به عنوان ورودی اغتشاش در نظر گرفته می‌شوند. مدل دقیق ستون تقطیر معمولا یک مدل مرحله بندی شده شامل موازنه جرم و انرژی روی هر مرحله، مدل جریان دینامیکی مایع (تغییرات انباشتگی۲) و مدل دینامیکی فشار است. دراین مقاله ستون تقطیر واحد بوتان زدایی یکی از پالایشگاه‌های گازی پارس جنوبی مورد استفاده قرار گرفته است. این ستون تقطیر دارای ۱۷ سینی در بخش غنی‌سازی۳ و ۱۴ سینی در بخش تخلیه۴ است و نمای شماتیک آن در شکل ۱ نشان داده شده است [۲۱]. سایر مشخصات فرایندی سیستم بر اساس برگه مشخصات فنی آن در جدول ۱ آورده شده است. برای ساده‌سازی مدل این سیستم سینی‌ها ایده‌آل و ضریب فراریت نسبی برای هر جزء ثابت فرض شده، از انباشتگی بخار صرف‌نظر شده و توزیع فشار خطی است. جزئیات بیشتر در مورد ساده‌سازی معادلات در [۱۸, ۱۹] بیان شده است.

جدول ۱: پارامترهای ستون بوتان‌زدایی [۲۰]

پارامتر	مقدار/شرایط		واحد
تعداد سینی‌ها	۳۱		–
محل ورود خوراک	بالای سینی f =۱۴		–
شرایط خوراک	دو فازی		–
دمای خوراک	۹۴/۴		°C
فشار خوراک	۸/۷		bara
جریان خوراک	فاز مایع	۱۳۵۰۲×۲	Kg/h
	فاز بخار	۱۱۵۲۹×۲	
جریان رفلاکس	۵۵۶۲۵		Kg/h
دمای ستون	بالای ستون	۶۵/۲	°C
	پایین ستون	۱۳۰/۲	
فشار ستون	بالای ستون	۸/۲	bara
	پایین ستون	۸/۵	
دمای رفلاکس	۶۰		°C

[1] Polyhedron
[2] Holdup
[3] Rectifying section
[4] Stripping section

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.7.1]
[DOI: 10.52547/joc.16.2.89]



شکل ۱: نمای شماتیک ستون تقطیر واحد بوتان زدایی یکی از پالایشگاه‌های گازی پارس جنوبی.

مدل دینامیکی ستون تقطیر در فضای حالت به صورت زیر بیان می‌شود [۱۹].

$$\dot{x} = \sum_{j=1}^{2} g_j(x)\,u_j + \sum_{j=1}^{2} d_j(x)\,w_j \qquad (۱)$$

که در آن $x = [x_B, x_1, \cdots, x_n, x_D]^T$ و

$$g_1(x) = \begin{bmatrix} \frac{H}{H_B}(x_1 - x_B) \\ x_2 - x_1 \\ \vdots \\ x_D - x_n \\ 0 \end{bmatrix}, d_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n-f+1)\times 1} \\ x_F \\ \mathbf{0}_{f\times 1} \end{bmatrix}$$

$$g_2(x) = \begin{bmatrix} \frac{H}{H_B}(x_B - K_B x_B) \\ K_B x_B - K_1 x_1 \\ \vdots \\ K_{n-1}x_{n-1} - K_n x_n \\ \frac{H}{H_D}(K_n x_n - x_D) \end{bmatrix} \; d_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n-f)\times 1} \\ y_F \\ \mathbf{0}_{(f+1)\times 1} \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

$$u_1 = \frac{L}{H}, u_2 = \frac{V}{H}, \quad w_1 = \frac{L_F}{H}, w_2 = \frac{V_F}{H}$$
$$K_j(x_j) = \frac{\alpha_j}{1 + (\alpha_j - 1)x_j}, \; j \in \{0,1,2,\dots,n\}$$
$$K_B = K_0, \alpha_B = \alpha_0$$

می‌باشد و متغیرهای مورد استفاده در این روابط در جدول ۲ تعریف شده‌اند.

مدل ستون تقطیر یک مدل غیرخطی است. می‌توان این مدل غیرخطی را در اطراف نقطه کار ستون با یک سری معادلات تکه‌ای خطی در فضای حالت که به نواحی چند وجهی محدب افراز شده، تقریب زد.

جدول ۲: متغیرهای معادلات ستون تقطیر

n	تعداد سینی‌های ستون	V_F و L_F	جریان مایع و بخار خوراک
B	طبقه باز گرم‌کن	y_F و x_F	درصد مایع و بخار در ترکیب خوراک
D	طبقه چگالنده	x_D ،x_j و x_B	درصد مایع در ترکیب سینی jام، بالا و پایین
f	سینی ورود خوراک	H_D ،H و H_B	انباشتگی مایع در سینی، چگالنده و پایینی
L و V	جریان مایع و بخاردر ستون	α_j	فراریت نسبی در سینی jام

قضیه ۱- تابع $h: \Theta \to \mathbb{R}^n$ یک تقریب تکه‌ای مستوی از تابع $g: \mathcal{P} \to \mathbb{R}^n$ است اگر Θ یک افزار محدب از مجموعه $\mathcal{P} = \cup_{i=1}^{s} \mathcal{P}^i$ بوده و $h(\theta) = H^i\theta + k^i \;\; \forall\theta \in \mathcal{P}^i, i \in \{1,\cdots,s\}$ باشد. به این ترتیب ماتریس‌های H^i و k^i از حل مساله بهینه‌سازی زیر بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned} \mathcal{U}^* = \underset{\mathcal{U}^i \; i\in\{1,\cdots,s\}}{arg\,min} & \sum_{i=1}^{s} \left\| W_i\mathcal{U}^i - G_i \right\|_{Q_i}^2 \\ s.t. & \\ (H^i - H^j)\theta = k^j - k^i \;\; & if \;\; \theta \in \mathcal{P}^i \cap \mathcal{P}^j \\ & \forall i,j \in \{1,\cdots,s\} \end{aligned} \qquad (۳)$$

در رابطه (۳)، $\mathcal{U}^i$، پارامترهای تابع $h(.)$ هستند که به صورت برداری بازنویسی شده‌اند. نمایش سطری H^i، $\mathcal{U}^i$ به شکل زیر است:

$$H^i = \begin{bmatrix} H_1^i \\ \vdots \\ H_n^i \end{bmatrix}; \quad \mathcal{U}^i = \begin{bmatrix} {H_1^i}^T \\ \vdots \\ {H_n^i}^T \\ k^i \end{bmatrix}$$

ماتریس‌های W_i و G_i با محاسبه تابع $g(.)$ در نقاط مختلف از هر یک از زیر فضاهای $\mathcal{P}^i$ تشکیل می‌شوند. ماتریس Q_i، هر یک از این نقاط را در مساله بهینه‌سازی وزن دهی می‌کند. با این فرض که مجموعه نقاط $\left\{\underbrace{\theta_1, \dots, \theta_{m_1}}_{\in \mathcal{P}^1}, \cdots, \underbrace{\theta_{m_{s-1}+1}, \dots, \theta_{m_s}}_{\in \mathcal{P}^s}\right\}$ مورد نظر باشند،

$$G_i = \begin{bmatrix} g(\theta_{m_{i-1}+1}) \\ \vdots \\ g(\theta_{m_i}) \end{bmatrix}, m_0 = 0, i \in \{1,\cdots,s\}$$

$$W_i = \begin{bmatrix} W_{i1} & I_{n\times n} \\ \vdots & \vdots \\ W_{im_i} & I_{n\times n} \end{bmatrix}, W_{ij} = \begin{bmatrix} \theta_j^T \\ \vdots \\ \theta_j^T \end{bmatrix}_{n\times n}, j = m_{i-1}+1, \dots, m_i, i \in \{1,\cdots,s\}$$

اثبات: تابع h بر اساس تعریف ۳ یک تابع تکه‌ای مستوی است. تابع h را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.7.1]
[DOI: 10.52547/joc.16.2.89]

$$h(\theta) = H^i\theta + k^i = \begin{bmatrix} H_1^{i^T} \\ \vdots \\ H_n^{i^T} \end{bmatrix}\theta + k^i = \begin{bmatrix} H_1^i\theta + k_1^i \\ \vdots \\ H_n^i\theta + k_n^i \end{bmatrix} = \cdots$$

$$\begin{bmatrix} \theta^T H_1^{i^T} + k_1^i \\ \vdots \\ \theta^T H_n^{i^T} + k_n^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta^T \\ \vdots \\ \theta^T \end{bmatrix} \quad I_{n\times n} \begin{bmatrix} H_1^{i^T} \\ \vdots \\ H_n^{i^T} \\ k^i \end{bmatrix}$$

به این ترتیب رابطه (۳) یک مساله حداقل مربعات خطای بین توابع h و g در نقاط مختلف از دامنه g است. برای حفظ پیوستگی h در مرز نواحی، مساله با یک شرط تساوی مقید شده است.

■

برای تبدیل مدل ستون تقطیر به یک مدل تکه‌ای مستوی، تابع غیرخطی $g(x,u) = \sum_{j=1}^{2} g_j(x)\,u_j$ با تابع تکه‌ای مستوی $\tilde{g}(x,u) = \bar{A}^i x + \bar{B}^i u + \bar{f}^i$ تقریب می‌شود و بخش مربوط به اغتشاش به طور کلی به صورت $w^i = \sum_{j=1}^{2} d_j(x)\,w_j$ در هر ناحیه در نظر گرفته می‌شود. در این صورت معادلات دینامیکی ستون تقطیر به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{gathered} \dot{x} = \bar{A}^i x + \bar{B}^i u + \bar{f}^i + \bar{w}^i \\ x \in \mathcal{P}^i, i \in \{1,\cdots,s\} \\ \mathcal{P} = \bigcup_{i=1}^{s} \mathcal{P}^i \end{gathered} \qquad (۴)$$

در این رابطه ضرایب $\bar{A}^i$، $\bar{B}^i$ و $\bar{k}^i$ با استفاده از قضیه ۱ محاسبه می‌شوند. این معادلات با استفاده از روش اویلر پیشرو[1] با زمان نمونه برداری T به معادلات حالت گسسته زمان تبدیل می‌شوند.

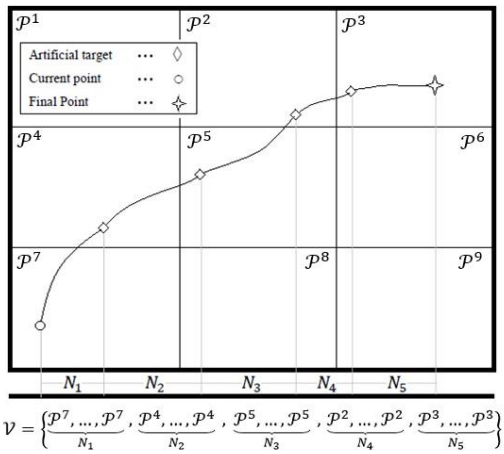
$$\begin{gathered} x^+ = A^i x + B^i u + f^i + w^i \\ x \in \mathcal{P}^i, i \in \{1,\cdots,s\} \\ \mathcal{P} = \bigcup_{i=1}^{s} \mathcal{P}^i \end{gathered} \qquad (۵)$$

در رابطه (۵)، $A^i = I + T\bar{A}^i$، $B^i = T\bar{B}^i$، $f^i = T\bar{f}^i$ و $w^i = T\bar{w}^i$ هستند.

٤- کنترل پیش‌بین برای ستون تقطیر با مدل تکه‌ای مستوی

کنترل پیش‌بین یک استراتژی کنترلی بهینه در افق محدود است که به دلیل سادگی و قابلیت مواجه شدن با قیدهای سیستم، در صنعت کاربرد فراوانی دارد. این روش برای پیش‌بینی رفتار سیستم در آینده و محاسبه بردار ورودی‌ها در طول افق پیش‌بینی از مدل نامی سیستم بهره می‌گیرد. کنترل پیش‌بین برای مدل‌ها و محدودیت‌های خطی یک مساله QP بوده و دارای راه حل مشخص است. از این رو جهت استفاده از راه حل‌های موجود، در اغلب موارد سیستم واقعی با یک مدل خطی تقریب شده و کنترل پیش‌بین براساس این مدل خطی طراحی و پیاده سازی می‌شود. در مواردی که تغییرات سیستم اطراف نقطه کار، به قدری باشد که خطای ناشی از خطی‌سازی بیش از حد مطلوب باشد باید در فاز پیش‌بینی از مدل غیرخطی استفاده کرد. در این صورت مساله به یک NP[2] تبدیل می‌شود که با مشکلات متعددی از جمله نامحدب بودن مساله، حجم محاسبات و همگرایی به پاسخ مواجه است. در این بخش برای اجتناب از حل مساله NP، مدل غیرخطی داده شده در (۱)، با استفاده از قضیه ۱، با یک مدل تکه‌ای مستوی با دقت دلخواه تقریب می‌شود.

در مساله کنترل پیش‌بین برای یک سیستم تکه‌ای مستوی با s مود عملکردی و افق پیش‌بینی N، زمان و ترتیب تغییر مود سیستم بر پاسخ تاثیر گذار است. برای حل این مشکل، می‌توان بجای پیش‌بینی مسیر حالت از لحظه فعلی تا حالت نهایی که احتمال عبور از $\mathcal{P}^i$های مختلف را دارد، مسیر حالت را با استفاده از مفهوم هدف فرضی به صورت چند بخشی با تعدادی زیر مساله، پیش‌بینی کرد [۶]. در این روش هر بخش از مسیر در یک ناحیه $\mathcal{P}^i$ از فضای حالت قرار می‌گیرد و سیستم در هر بخش تغییر مود عملکردی ندارد. بنابراین هر یک از زیر مساله‌ها یک مساله QP است. محل هدف فرضی در هر زیر مساله یکی از پارامترهای بردار بهینه سازی بوده و در هنگام حل زیر مساله محاسبه می‌شود. این روش در شکل ۲ نمایش داده شده است [۶].



شکل ۲: مسیر حالت از نقطه فعلی تا نقطه نهایی با استفاده از چهار هدف فرضی به پنج زیر مسیر تقسیم شده است.

در شکل ۲ مسیر پیش‌بینی از نقطه فعلی تا نقطه نهایی در یک نمونه زمانی نشان داده شده است. در ایجاد این مسیر پنج زیرمساله QP حل شده است. برای افق پیش‌بینی در هر زیرمساله یک مقدار اولیه فرض شده و تا زمانی که زیرمساله به یک پاسخ شدنی منجر شود، طول افق پیش‌بینی افزایش داده می‌شود. به این ترتیب برای حل هر زیرمساله حداکثر به تعداد طول افق پیش‌بینی در آن زیرمساله، به حل مساله بهینه‌سازی نیاز است. در نتیجه تعداد مساله QP مورد نیاز برای به‌دست آوردن مسیر پیش‌بینی در هر

[1] Forward Euler's Rule

[2] Nonlinear Programming

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.7.1]
[DOI: 10.52547/joc.16.2.89]

نمونه زمانی حداکثر با مجموع طول افق پیش‌بینی در زیرمساله‌ها در آن نمونه زمانی برابر است.

تابع هزینه برای زیرمساله mام به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{J}_m(\mathcal{U}, x_0, \hat{x}_m) = \sum_{k=0}^{N_m-1} \|x(k)-\hat{x}_m\|_Q^2 + \|u(k)\|_R^2 + \|x(N_m)-\hat{x}_m\|_P^2 + \|x_s-\hat{x}_m\|_T^2 \quad (۶)$$

در رابطه (۶)، Q، R، P و T ماتریس‌های وزنی، N_m افق پیش‌بینی در زیرمساله mام، x_0 متغیر حالت فعلی، x_s مقدار نهایی و $\hat{x}_m$ هدف فرضی است که در هنگام حل زیرمساله به صورت بهینه بدست می‌آید.

به این ترتیب زیرمساله mام به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} &\mathcal{J}_m^*(\tilde{x}_0) = \min_{\mathcal{U},\hat{x}_m,N_m} \mathcal{J}_m(\mathcal{U},\tilde{x}_0,\hat{x}_m) \\ &s.t. \\ &\tilde{x}^+ = A^i\tilde{x} + B^i\tilde{u} + f^i \\ &\big(x(k),u(k),\Delta u(k)\big) \in Z_m \\ &\tilde{x}_k \in \mathcal{P}^i \qquad k = 0,\dots,N_m-1 \\ &\hat{x}_m, \tilde{x}_{N_m} \notin \mathcal{P}^i,\ \hat{x}_m, \tilde{x}_{N_m} \in \mathcal{P}^j \qquad i,j \in \{1,\cdots,s\} \\ &\hat{x}_m = \lambda_m\tilde{x}_k + (1-\lambda_m)x_s \qquad 0 \le \lambda_m \le 1 \end{aligned} \quad (۷)$$

در رابطه (۷)، $\tilde{x}$، مقادیر نامی متغیرهای حالت سیستم، $\tilde{u}$، ورودی به مدل نامی، Z_m، مجموعه قیدهای سیستم در ناحیه $\mathcal{P}^i$ و λ_m متغیر بهینه سازی است که محل $\hat{x}_m$ را در $\mathcal{P}^j$ مشخص می‌کند. همانگونه که در شکل ۲ مشخص شده است، مقدار نهایی در هر زیرمساله، $x(N_m)$، مقدار فعلی برای زیرمساله بعدی است. این روش با جزئیات در [۶] بررسی شده است.

با توجه به اینکه در مدل (۵) تغییر ترکیبات و جریان ورودی به صورت اغتشاش در نظر گرفته شده‌اند، از یک فیدبک حالت برای محدود کردن خطای ناشی از ورودی اغتشاش استفاده می‌شود. به این ترتیب استراتژی کنترلی به کنترل پیش‌بین لوله‌ای تبدیل می‌شود.

$$u_k = \kappa(x_k, v) + K_{Tube}(x-\tilde{x}) \quad (۸)$$

u_k سیگنال کنترل ورودی به سیستم واقعی بوده و ماتریس K_{Tube} با استفاده از ماتریس‌های A^i و B^i در هر ناحیه به نحوی تعیین می‌شود که نامساوی زیر برقرار باشد [۲۲]:

$$P + (A^i + B^iK_{Tube})^T P(A^i + B^iK_{Tube}) - \forall i \in \{1,\cdots,s\} K_{Tube}^T R K_{Tube} \ge Q, \quad (۹)$$

ماتریس‌های P، Q و R ماتریس‌های وزنی تابع هزینه (۶) هستند. فیدبک حالت سبب تنگ‌تر شدن قیدهای سیستم می‌شود و در هر نمونه زمانی، باید مجموعه قیدهای سیستم در (۷)، Z_m، بر اساس سیگنال فیدبک حالت در آن نمونه زمانی محاسبه شود.

در روش مطرح شده همه متغیرهای حالت فعلی سیستم برای پیش‌بینی مسیر حالت بهینه و محاسبه ورودی کنترلی در گام بعدی مورد نیاز است. در ستون تقطیر، متغیرهای حالت مربوط به سینی‌ها اندازه‌گیری نمی‌شوند. هدف از کنترل ستون تقطیر ثابت نگه‌داشتن ترکیبات محصول پایینی، x_B، و محصول بالایی، x_D، است. در این مقاله فرض می‌کنیم که متغیرهای حالت ستون تخمین زده می‌شوند. برای تضمین همگرایی تخمین‌گر فرض می‌کنیم x_D قابل اندازه‌گیری باشد [۱۹]. ستون تقطیر در حالت کلی یک سیستم با پنج ورودی و پنج خروجی است.

$$u = [L \quad V \quad D \quad B \quad V_T]^T, \quad y = [y_D \quad x_B \quad M_D \quad M_B \quad M_V]^T$$

ورودی‌های V و V_T با کنترل دما تنظیم می‌شوند. ارتفاع مایع در چگالنده، M_D و ارتفاع مایع در پایین ستون، M_B با جریان‌های L، D، B و V تثبیت می‌شوند. در نهایت ستون تقطیر به یک سیستم با دو ورودی L و V و دو خروجی x_D و x_B ساده می‌شود.

۵- شبیه‌سازی کنترل پیش‌بین لوله‌ای برای ستون بوتان‌زدایی

در این بخش ابتدا یک ستون بوتان‌زدایی با پارامترهای واقعی با استفاده از قضیه ۱ به صورت تکه‌ای مستوی مدل‌سازی شده و سپس با استفاده از مدل تکه‌ای مستوی بدست آمده یک کنترل‌کننده پیش‌بین لوله‌ای طراحی می‌شود. مقادیر فراریت نسبی، α_j، برای هریک از سینی‌های ستون در جدول ۳ آورده شده است.

جدول ۳: فراریت نسبی در سینی‌ها [۲۰]

$\alpha_B = 0.68$	$\alpha_8 = 3.94$	$\alpha_{16} = 2.63$	$\alpha_{24} = 2.73$
$\alpha_1 = 4.05$	$\alpha_9 = 3.89$	$\alpha_{17} = 2.63$	$\alpha_{25} = 2.75$
$\alpha_2 = 2.83$	$\alpha_{10} = 3.81$	$\alpha_{18} = 2.64$	$\alpha_{26} = 2.76$
$\alpha_3 = 1.55$	$\alpha_{11} = 2.61$	$\alpha_{19} = 2.66$	$\alpha_{27} = 2.77$
$\alpha_4 = 1.33$	$\alpha_{12} = 2.61$	$\alpha_{20} = 2.67$	$\alpha_{28} = 2.78$
$\alpha_5 = 1.15$	$\alpha_{13} = 2.61$	$\alpha_{21} = 2.68$	$\alpha_{29} = 2.78$
$\alpha_6 = 0.66$	$\alpha_{14} = 2.62$	$\alpha_{22} = 2.70$	$\alpha_{30} = 2.78$
$\alpha_7 = 3.97$	$\alpha_{15} = 2.62$	$\alpha_{23} = 2.72$	$\alpha_{31} = 2.72$

مشخصات جریان‌های ورودی به ستون و جریان‌های خروجی از آن در حالت تعادل در جدول ۴ جمع‌آوری شده‌اند.

جدول ۴: مشخصات جریان‌های ورودی و خروجی ستون [۲۳]

Stream	Liquid Flow rate (kg/hr)	Total Flow rate (Kmol/hr)	Temperature (°C)	Pressure (bara)	Vapor mole fraction	Molecular weight
F	27003.8	745.3	94.4	8.7	0.49	67.2
B	23913.2	294.9	130.2	8.5	0	81.1
V_T	0	1408.5	65.2	8.2	1	58.1
L	55625.2	958.1	60	8.2	0	58.1
D	26148.4	450.4	60.9	21.9	0	58.1

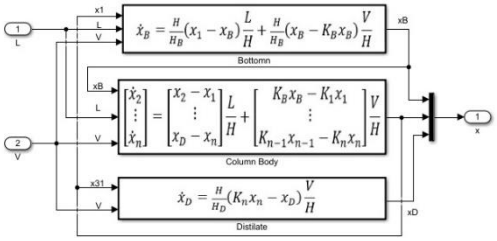
مقادیر متغیرهای حالت ستون در حالت تعادل سیستم در جدول ۵ آورده شده است.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.7.1]
[DOI: 10.52547/joc.16.2.89]

جدول ۵: متغیرهای حالت ستون در نقطه کار سیستم

$x_B = 0.12$	$x_8 = 0.02$	$x_{16} = 0.52$	$x_{24} = 0.50$
$x_1 = 0.02$	$x_9 = 0.02$	$x_{17} = 0.52$	$x_{25} = 0.50$
$x_2 = 0.04$	$x_{10} = 0.03$	$x_{18} = 0.51$	$x_{26} = 0.50$
$x_3 = 0.07$	$x_{11} = 0.04$	$x_{19} = 0.51$	$x_{27} = 0.50$
$x_4 = 0.09$	$x_{12} = 0.05$	$x_{20} = 0.51$	$x_{28} = 0.52$
$x_5 = 0.11$	$x_{13} = 0.12$	$x_{21} = 0.51$	$x_{29} = 0.54$
$x_6 = 0.13$	$x_{14} = 0.52$	$x_{22} = 0.50$	$x_{30} = 0.60$
$x_7 = 0.02$	$x_{15} = 0.52$	$x_{23} = 0.50$	$x_{31} = 0.70$
		$x_D = 0.91$	

ستون بوتان‌زدایی دارای ۳۳ متغیر حالت است، در صورت ناحیه بندی فضای حالت روی همه متغیرها، تعداد بسیار زیادی مود عملکری برای سیستم ایجاد می‌شود. با توجه به اینکه در برج تقطیر کنترل متغیرهای x_D و x_B از اهمیت بیشتری برخوردارند، برای کاهش تعداد مودهای عملکردی، فضای حالت را در هر یک از این دو متغیر به سه ناحیه تقسیم‌بندی می کنیم. به این ترتیب سیستم تکه‌ای مستوی حاصل دارای ۹ مود عملکردی متفاوت خواهد بود. با مشاهده روابط (۲) مشخص است که معادلات ستون تقطیر را می‌توان به صورت سه سیستم که باهم در ارتباط هستند، تفکیک کرد. سیستم تفکیک شده در شکل ۳ به صورت شماتیک نمایش داده شده است.



شکل ۳: نمای شماتیک ستون تقطیر با معادلات تفکیک شده

پس از دسته‌بندی معادلات، بخش‌های مربوط به دو متغیر حالت x_D و x_B را با استفاده از قضیه ۱ به صورت معادلات تکه مستوی تبدیل کرده و سایر معادلات را در نقطه کار خطی می کنیم. معادلات x_B و x_D به صورت زیر تکه‌ای مستوی شده‌اند.

$$\begin{cases}\dot{x}_B = a_{11}^m x_B + a_{12}^m x_1 + b_{11}^m u_1 + b_{12}^m u_2 + f_{11}^m \\ \dot{x}_D = a_{21}^m x_D + a_{22}^m x_{31} + b_{22}^m u_2 + f_{21}^m \end{cases}$$
$$for\ \ m \in \{1,\cdots,9\}$$

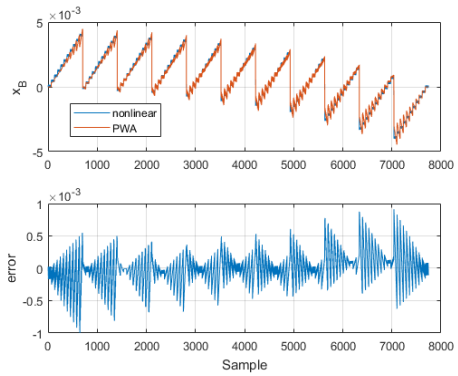
سیستم حاصل دارای ۹ مود عملکردی مطابق جدول ۶ است.

همانطور که از جدول ۶ مشخص است، نقطه کار سیستم در مود ۷ آن قرار دارد. مقادیر پارامترهای سیستم تکه‌ای مستوی در جدول ۷ آورده شده‌اند.

جدول ۶: مودهای عملکردی ستون تقطیر تکه‌ای مستوی

x_B \ x_D	$0 \le x_B \le 0.33$	$0.33 \le x_B \le 0.66$	$0.66 \le x_B \le 1$
$0.66 \le x_D \le 1$	$m = 7$	$m = 8$	$m = 9$
$0.33 \le x_D \le 0.66$	$m = 4$	$m = 5$	$m = 6$
$0 \le x_D \le 0.33$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$

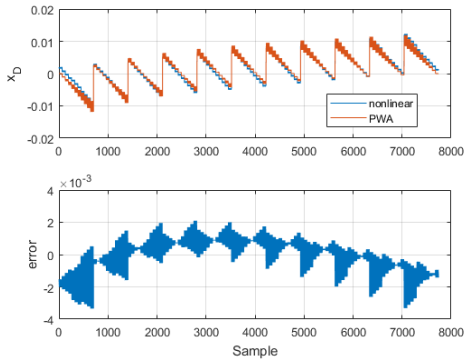
برای اعتبار سنجی مدل تکه‌ای مستوی، مقادیر $\dot{x}_B$ و $\dot{x}_D$ به ازای تغییرات L، V و متغیرهای حالت مطابق جدول ۸، به ترتیب در شکل‌های ۴ و ۵، با مدل غیرخطی مقایسه شده است.



شکل ۴: مقایسه منحنی تغییرات $\dot{x}_B$ حاصل از معادلات تکه‌ای مستوی و غیرخطی

جدول ۸: مقادیر متغیرهای حالت و ورودی‌ها جهت اعتبارسنجی مدل تکه‌ای مستوی

	min	max	span
x_B, x_1, x_{31}, x_D	0	1	0.1
L	128	192	8
V	351	511	20



شکل ۵: مقایسه منحنی تغییرات $\dot{x}_D$ حاصل از معادلات تکه‌ای مستوی و غیرخطی

تغییرات خوراک $|\Delta F| \le 0.2F$ به عنوان ورودی اغتشاش در نظر گرفته شده است. شبیه‌سازی برای شرایط اولیه $x_B = 0.6$ و $x_D = 0.6$ در

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.7.1]
[DOI: 10.52547/joc.16.2.89]

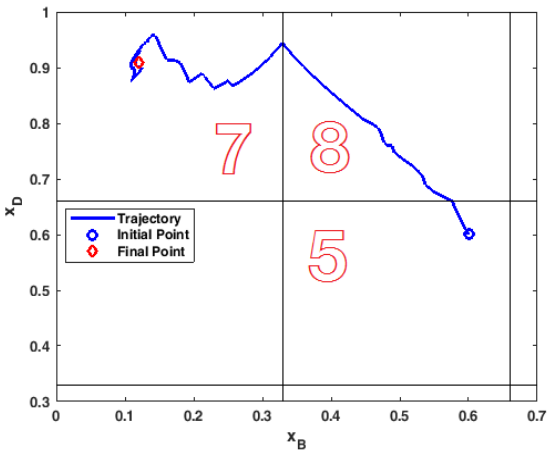
مود ۵ انجام شده و هدف انتقال سیستم به نقطه کار در مود ۷ است. قیدهای سیستم روی متغیرهای حالت و ورودی‌ها به صورت

$$0 \le x_D, x_B, x_i \le 1 \quad for\ i = 1, \cdots, 33$$
$$0.5L \le u_1 \le 1.5L, \quad 0.5V \le u_2 \le 1.5V$$

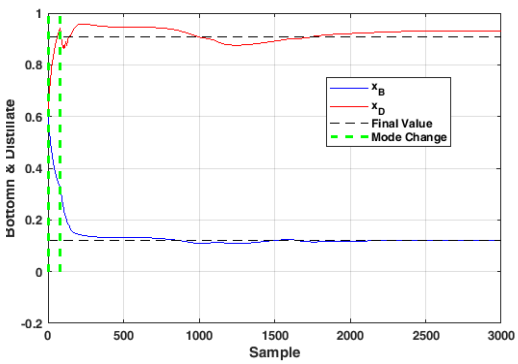
و ضریب فیدبک حالت برابر با،

$$K_{Tube} = \begin{bmatrix} -0.49, -0.10, -0.07, -0.07, -0.10, -0.13, -0.23, \\ -0.03, -0.01, -0.01, -0.01, -0.01, -0.01, -0.01, \\ -0.32, -0.36, -0.39, -0.43, -0.46, -0.47, -0.35, \\ -0.01, -0.01, -0.01, -0.01, -0.01, -0.01, -0.01, \\ -0.50, -0.54, -0.61, -0.70, -0.80, -0.91, -1.03, \\ -0.01, -0.01, -0.02, -0.02, -0.02, -0.03, -0.03, \\ -1.16, -1.30, -1.45, -1.60, -1.77, -1.95, -2.14, \\ -0.03, -0.04, -0.04, -0.05, -0.06, -0.07, -0.07, \\ -2.40, -2.75, -3.32, -4.54, -4.81 \\ -0.08, -0.09, -0.11, -0.07, -1.22 \end{bmatrix}$$

در نظر گرفته شده اند. شبیه‌سازی برای زمان نمونه‌برداری پنج ثانیه انجام شده است. مسیر متغیرهای حالت x_B و x_D در شکل ۶ نشان داده شده است. مسیرحالت از مود ۵ شروع شده سپس وارد مود ۸ شده و پس از آن به مودعملکردی نقطه کار سیستم یعنی مود ۷ می‌رسد.



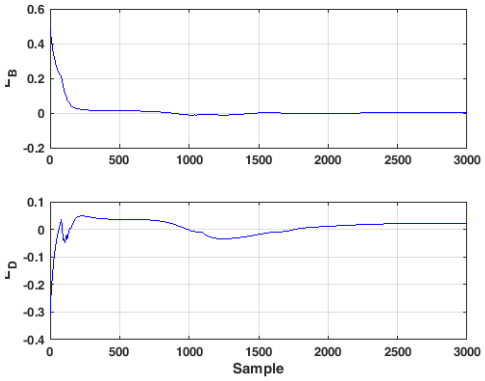
شکل ۶: مسیر حالت متغیرهای x_B و x_D



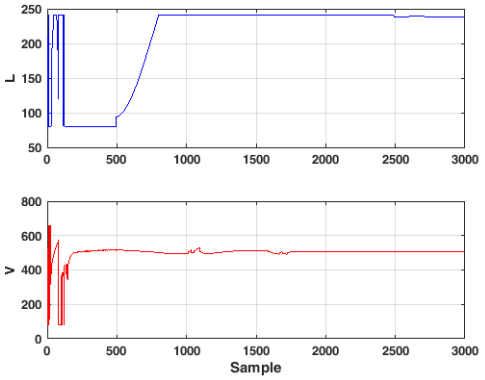
شکل ۷: منحنی تغییرات x_B و x_D

ترتیب سوئیچ شدن و افق پیش‌بینی در نمونه‌های زمانی مختلف متفاوت است. برای مثال در نمونه زمانی اول طول افق پیش‌بینی لازم برای شدنی بودن مساله ۱۳۱ است که ۴ نمونه در مود پنج، ۷۳ نمونه در مود هشت و ۵۴ نمونه در مود هفت قرار دارند. به این ترتیب برای حل مساله در نمونه اول حداکثر به 131^9 بار حل مساله بهینه سازی نیاز است که با روش پیشنهادی به حداکثر ۱۳۱ بار کاهش می‌یابد. منحنی تغییرات x_B و x_D در شکل ۷ آورده شده است. با توجه به اینکه مدل غیرخطی با مدل تکه‌ای مستوی تقریب شده است، نقطه کار آن در متغیر حالت x_D کمی تغییر کرده است و سیستم پس از رسیدن به مقدار نهایی حدود یک صدم خطا دارد.

منحنی خطا در شکل ۸ و سیگنال کنترل پیش‌بین در شکل ۹ نمایش داده شده‌اند.



شکل ۸: منحنی خطا در متغیرهای حالت x_B و x_D



شکل ۹: سیگنال کنترل پیش‌بین

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی برای مدل سازی تکه‌ای مستوی سیستم‌های غیرخطی پیشنهاد شده است. این روش، امکان تقریب سیستم‌های غیرخطی با هر تعداد متغیر حالت را به سیستم تکه‌ای مستوی با دقت دلخواه فراهم می‌کند. کنترل پیش‌بین برای سیستم‌های تکه‌ای مستوی با مشکل مسیرهای پیش‌بینی متعدد مواجه است و حجم محاسبات آن به صورت نمایی با افق پیش‌بینی افزایش می‌یابد. از این رو از یک روش زیر بهینه برای کاهش حجم محاسبات متناسب با افق پیش‌بینی استفاده می‌شود. در نهایت یک ستون تقطیر واقعی موجود در پالایشگاه‌های پارس جنوبی با استفاده از برگه‌های مشخصات فنی به صورت تکه‌ای مستوی مدل‌سازی شده است. در مدل سازی ستون تقطیر، بجای تقسیم فضای حالت در همه متغیرها که

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.7.1]
[DOI: 10.52547/joc.16.2.89]

به مودهای عملکردی بسیار زیاد و پیچیدگی سیستم حاصل منجر می‌شود، تقریب تکه‌ای مستوی فقط در متغیرهای مهمتر انجام شده است. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که کنترل پیش‌بین سیستم را به صورت گام به گام در مودهای عملکردی متفاوت قرار داده و به نقطه کار مورد نظر نزدیک می‌کند. به این ترتیب، روش پیشنهادی، هنگام راه‌اندازی سیستم‌ها، خاموش کردن آن‌ها و یا تغییر کیفیت محصول نیز قابل اجرا است که این موضوع آن را نسبت به روش‌های کنترلی متداول متمایز می‌کند.

مراجع

[1] P. Petsagkourakis, W. P. Heath, and C. Theodoropoulos, "Stability analysis of piecewise affine systems with multi-model predictive control," Automatica, vol. 111, p. 108539, 2020.

[2] A. Pavlov, I. Shames, and C. Manzie, "Minimax strategy in approximate model predictive control," Automatica, p. 108649, 2019.

[3] F. Ke, Z. Li, and C. Yang, "Robust Tube-Based Predictive Control for Visual Servoing of Constrained Differential-Drive Mobile Robots," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 65, pp. 3437-3446, 2018.

[4] J. Xu and L. Xie, "2 - Piecewise affine systems," in Control and Estimation of Piecewise Affine Systems, J. Xu and L. Xie, Eds., ed: Woodhead Publishing, 2014, pp. 17-39.

[5] R. Iervolino, D. Tangredi, and F. Vasca, "Lyapunov stability for piecewise affine systems via cone-copositivity," Automatica, vol. 81, pp. 22-29, 2017.

[6] M. Adelirad and A. A. Afzalian, "Multiple prediction trajectories in MPC for PWA systems," in 2020 28th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), 2020, pp. 1-6.

[7] M. Peña, E. F. Camacho, and S. Piñón, "Hybrid Systems for Solving Model Predictive Control of Piecewise Affine System," IFAC Proceedings Volumes, vol. 36, pp. 57-62, 2003.

[8] M. S. Ghasemi and A. A. Afzalian, "Robust tube-based MPC of constrained piecewise affine systems with bounded additive disturbances," Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, vol. 26, pp. 86-100, 2017.

[9] K. Hariprasad and S. Bhartiya, "An Efficient and Stabilizing Model Predictive Control of Switched Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 62, pp. 3401-3407, 2017.

[10] A. P. Tharadevi, G. G. Devadhas, and M. M. Shinu, "Survey on Different Control Schemes for Distillation Columns," in 2018 International Conference on Control, Power, Communication and Computing Technologies (ICCPCCT), 2018, pp. 605-609.

[11] Y. Shin, R. Smith, and S. Hwang, "Development of model predictive control system using an artificial neural network: A case study with a distillation column," Journal of Cleaner Production, vol. 277, p. 124124, 2020.

[12] P. Rofouie and M. Shahrokhi, "Model Predictive Inferential Control of a Distillation Column," Journal of Chemical and Petroleum Engineering, vol. 44, pp. 31-42 ,2011.

[13] S. Skogestad, "Dynamics and Control of Distillation Columns - A Critical Survey," IFAC Proceedings Volumes, vol. 25, pp. 11-35, 1992.

[14] B. Medi and H. Bakuei Katrimi, "Dynamic Simulation and Control of the Demethanizer Unit in Natural Gas Refining Plant," joc-isice, vol. 14, pp. 47-61, 2020.

[۱۵] م. رزازان و ا. رمضانی، "دفع اثر اغشاشات ورودی و خروجی و تضعیف نویزهای وارد بر فرآیند برج تقطیر نفت خام با استفاده از یک ساختار فیلتر شده الگوریتم کنترل پیش‌بین تعمیم یافته،" پژوهش نفت، vol. 26، pp. 57-67، 2016.

[16] S. Skogestad and M. Morari, "Understanding the dynamic behavior of distillation columns," Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 27, pp. 1848-1862, 1988.

[17] F. Borrelli, M. Baotić, A. Bemporad, and M. Morari, "Dynamic programming for constrained optimal control of discrete-time linear hybrid systems," Automatica, vol. 41, pp. 1709-1721, 2005.

[18] A. K. Jana, "Differential Geometry-Based Adaptive Nonlinear Control Law: Application to an Industrial Refinery Process," IEEE Transactions on Industrial Informatics, vol. 9, pp. 2014-2022, 2013.

[19] R. Castro, J. Alvarez, and J. Alvarez, "Nonlinear disturbance decoupling control of a binary distillation column," Automatica, vol. 26, pp. 567-572, 1990.

[20] P. O. G. Company, "PROCESS DATA SHEET FOR DEBUTANISER 107-C-102," in SPP-1516-107-C-102, ed: CONSORTIUM of GHORB, IOEC, ISOICO, and SAFF, 2008.

[21] P. O. G. Company, "NGL Fractionation Process Flow Diagram," in PFD-1516-107-0020-0001 ,ed: CONSORTIUM of GHORB, IOEC, ISOICO, and SAFF, 2008.

[22] K. Hariprasad and S. Bhartiya, "A computationally efficient robust tube based MPC for linear switched systems," Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, vol. 19, pp. 60-76, 2016.

[23] P. O .G. Company, "NGL Fractionation Process Flow Diagram," in PFD-1516-107-0020-0002, ed: CONSORTIUM of GHORB, IOEC, ISOICO, and SAFF, 2008.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-22]
[DOR: 20.1001.1.20088345.1401.16.2.7.1]
[DOI: 10.52547/joc.16.2.89]