مجله کنترل
ISSN (print) 2008-8345
ISSN (online) 2538-3752
مقاله پژوهشی
جلد۱۷، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۲، صفحه ۳۳-۲۱

بهبود ردیابی اهداف گروهی جداشونده به کمک چگالی حالت هدف اصلی در فیلتر PMBM

ایمان میرصدرائی[۱]، سیدمحمدمهدی دهقان بنادکی[۲]، علی محمدی[۳]

[۱] دانشجوی دکتری، پژوهشکده کنترل و رباتیک، مجتمع برق، جنگال و مهندسی سایبرنتیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران، i.mirsadraiy@gmail.com

[۲] دانشیار، پژوهشکده کنترل و رباتیک، مجتمع برق، جنگال و مهندسی سایبرنتیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران، smmd@mut.ac.ir

[۳] استادیار، پژوهشکده کنترل و رباتیک، مجتمع برق، جنگال و مهندسی سایبرنتیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران، alimohammadi@mut.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۲۰ ویرایش: ۱۴۰۲/۰۹/۲۹ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۰/۲۰

چکیده: یکی از کارآمدترین فیلترها برای ردیابی اهداف گروهی فیلتر پوآسون ترکیب‌های برنولی چندتایی است. این فیلتر به‌طور معمول تخم‌ریزی اهداف به معنی ظهور یک هدف جدید از یک هدف حاضر در فضای نظارت را در قالب تولد جدید اهداف گروهی مدل‌سازی می‌نماید. این رویکرد منجر به از دست رفتن اهداف واقعی و یا ردیابی اهداف غیرواقعی می‌گردد. در این مقاله، با استفاده از اطلاعات مفید موجود در چگالی حالت اهداف گروهی، امکان پیش‌بینی وقوع جداشوندگی برای تمامی اهداف حاضر در فضای نظارت برای این فیلتر به وجود می‌آید. در این فیلتر مدل تولد در بخش پوآسون براساس آخرین وضعیت اهداف گروهی موجود در فضای نظارت که در بخش برنولی در حال ردیابی هستند اصلاح شده و در نتیجه احتمال تشخیص تخم‌ریزی اهداف به نحو مناسبی افزایش یافته و خطای از دست رفتن ردیابی کمینه می‌شود. با این روش می‌توان مزیت این فیلتر مبنی بر مدیریت پیچیدگی محاسباتی را در خصوص اهداف گروهی یا فردی جداشونده نیز حفظ نمود و از اختصاص برنولی‌های جدید برای ردیابی اهداف گروهی جداشونده کشف نشده اجتناب کرد. نتایج شبیه‌سازی به روش مونت‌کارلو برای حرکت اهداف گروهی جداشونده نشان می‌دهد که با استفاده از فیلتر پوآسون ترکیب‌های برنولی چندتایی اصلاح شده، تعداد اهداف از دست رفته و ردیابی‌های اشتباه کاهش و قابلیت اطمینان ردیابی اهداف افزایش می‌یابد.

کلمات کلیدی: ردیابی اهداف گروهی، تخم‌ریزی اهداف، فیلتر PMBM، چگالی GGIW، معیار GOSPA.

Improving Tracking of Splitting Group Targets Using the Main Target Density in the PMBM Filter

Iman Mirsadraei, Seyed Mohammad-Mahdi Dehghan Bonadaki, Ali Mohammadi

Abstract: The Poisson Multi-Bernoulli Mixture filter is one of the most efficient filters for group target tracking. In this filter, target spawning, i.e., the appearance of a new target in the proximity of an existing one in the surveillance area is modeled as a newborn group target. Using this approach may result in missed targets or false alarms. In this paper, profiting from useful information provided by the density of existing group targets, it is possible to predict spawning for all members in the surveillance area. With modification in the birth model in the Poisson density of the filter based on the latest state of detected group targets in the Bernoulli part, the spawning detection probability increases, and the error caused by missed targets is reduced. This approach benefits from the moderated computational complexity property of this filter, particularly for splitting group/point

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]

[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]

targets, and prevents generating new Bernoulli components for spawned and undetected group targets. The results of Monte Carlo simulations confirm that the modified Poisson Multi-Bernoulli Mixture filter can reduce missed targets and false alarms and increase the reliability of tracking.

Keywords: Group Target Tracking, Targets Spawning, PMBM Filter, GGIW density, GOSPA metric.

۱- مقدمه

در ردیابی چند هدف درصورتی‌که اهداف در مجاورت یکدیگر قرار بگیرند به‌طوری‌که تفکیک آنها از همدیگر امکان‌پذیر نبوده و یا به جهت صرفه‌جویی در منابع محاسباتی به‌عنوان یک هدف واحد در نظر گرفته شوند، مسئله ردیابی چند هدف تحت عنوان ردیابی اهداف گروهی شناخته می‌شود [۱]. در این نوع از ردیابی می‌توان مجموعه‌ای متشکل از چندین هدف نقطه‌ای یا گسترده را در قالب یک گروه متصور شد [۲]. ردیابی اهداف گروهی نیازمند در نظر گرفتن تمهیدات ویژه‌ای در سازوکار تخمین چگالی حالت فیلتر ردیاب بوده که این امر منجر به ایجاد فضای مطالعاتی جدیدی در حوزه ردیابی اهداف شده است [۳].

یکی از چالش‌های جدی ردیابی اهداف گروهی، مسئله جداشوندگی اعضا از گروه اصلی یا تخم‌ریزی است که به دلیل وجود عدم قطعیت‌های مختلف از جمله زمان، چگونگی و تعدد اهداف جداشونده، می‌تواند چالش‌های جدی را در فرایند تخمین ایجاد کند. در صورت عدم انعطاف فیلتر تخمین در رویارویی با فرایند جداشوندگی اهداف، ردیابی دیرهنگام هدف جدید و یا حتی از دست رفتن هدف جداشده و یا هدف اصلی کاملاً محتمل است. احتمال از دست رفتن ردیابی دسته‌ای از پهپادها که به‌منظور انجام یک مأموریت از گروه اصلی جدا می‌شوند [۴] و یا عدم ردیابی عابران پیاده‌ای که از یک وسیله نقلیه مورد ردیابی پیاده می‌شوند [۵] و همچنین بمب‌های هدایت‌شونده که توسط یک هواپیمای نظامی پرتاب می‌شوند [۶]، ازجمله مثال‌های قابل‌توجه در حوزه جداشوندگی اهداف گروهی می‌باشد. واضح است که عدم اتخاذ تدابیر مناسب برای ردیابی صحیح در این شرایط می‌تواند خسارات قابل‌ملاحظه‌ای به بار آورد.

فیلترهای تخصیص داده توأم احتمالاتی [۷]، فیلترهای ردیابی چند فرضیه‌ای [۸] و فیلترهای مبتنی بر نظریه مجموعه‌های تصادفی متناهی [۹] سه روش شناخته‌شده و متداول هستند که با رویکردهای متفاوتی به حل مسئله ردیابی چند هدف و تخصیص مشاهدات می‌پردازند. بدیهی است که هرکدام از این رویکردها مزایا و محدودیت‌های مختص به خود را دارند. دو روش اول محدودیت‌های جدی در تعداد اهداف و همچنین سناریو حرکت اهداف مورد ردیابی دارند [۱۰] و با افزایش تعداد حالات بخصوص در سناریوهایی که اهداف در مجاورت یکدیگر حضور دارند، فیلتر تخمین با احتمال بالایی دچار واگرایی می‌گردد [۱۱].

ساختار فیلترهای مبتنی بر نظریه RFS انعطاف مناسبی را برای مواجهه با پدیده‌های متداول در ردیابی اهداف از جمله تخم‌ریزی ارائه می‌کند. دو مدل معروف مجموعه‌های تصادفی، فرایند نقطه‌ای پوآسون و ترکیب برنولی چندتایی می‌باشند. فیلترهایی همچون فیلتر چگالی فرض احتمالاتی ([۱۲-۱۴]) و فیلتر PHD اندازه‌شده ([۱۵]) با استفاده از RFS پوآسون و فیلتر برنولی چندتایی برچسب‌دار ([۱۶]) و LMB تعمیم‌یافته ([۱۷]) با استفاده از RFS برنولی چندتایی برای تخمین چگالی چند هدف توسعه‌یافته‌اند. مزیت مدل‌سازی با PPP کاهش حجم محاسباتی بوده که از طرفی با کاهش دقت ردیابی نیز همراه است [۱۸]. با استفاده از RFSهای برنولی امکان افزایش دقت تخمین وجود دارد که البته حجم و پیچیدگی محاسبات نیز به‌تبع آن افزایش می‌یابد [۱۹]. فیلتر پوآسون ترکیب‌های برنولی چندتایی یک فیلتر مبتنی بر نظریه RFS و با هدف بهره‌برداری توأم از مزایای RFSهای پوآسون و برنولی مبنی بر کاهش حجم محاسبات و افزایش دقت توسعه یافته است [۲۰]. در این فیلتر اهداف کشف نشده با توجه به اهمیت کمتر در بخش پوآسون و اهداف کشف‌شده که نیازمند محاسبات دقیق‌تری هستند در بخش برنولی مورد ردیابی قرار می‌گیرند. همچنین مدل‌سازی تولد اهداف نیز در بخش پوآسون انجام می‌شود [۲۱]. مقایسه عملکرد فیلتر PMBM با سایر فیلترهای مبتنی بر نظریه RFS نشان می‌دهد که این فیلتر می‌تواند عملکرد برتری را در کاهش حجم محاسبات و افزایش کیفیت ردیابی اهداف در سناریوهای مختلف ارائه نماید [۲۲].

تخم‌ریزی اهداف تاکنون با رویکردهای مختلفی در سامانه‌های ردیابی مبتنی بر RFS مدل‌سازی شده است. دسته زیادی از پژوهش‌های انجام‌شده در خصوص ردیابی اهداف با این استدلال که در فرایند تخم‌ریزی به‌نوعی یک هدف جدید به وجود می‌آید، مدل‌سازی تخم‌ریزی را به‌صورت جداگانه انجام نداده و آن را در قالب مدل تولد هدف در نظر گرفته‌اند [۴]. معمولاً مدل تولد اهداف در فیلترهای ردیاب به‌صورت از پیش تعریف‌شده و مشخص در مسائل فرض می‌شوند [۲۳]. به‌بیان‌دیگر چگالی حالت تولد اهداف به‌صورت ثابت و معلوم در فضای نظارت تعیین می‌شود. بنابراین احتمال تولد هدف جدید صرفاً با توجه به این چگالی حالت ارزیابی می‌شود. این در حالی است که در مسائل واقعی هرکدام از اهداف گروهی حاضر در فضای نظارت امکان تخم‌ریزی و ایجاد یک هدف جداشونده را دارند به‌عبارت‌دیگر مکان و تعداد تخم‌ریزی از یک هدف نامشخص است. یک راهکار برای بهبود این مدل در نظر گرفتن مدل تولد به‌صورت یکنواخت در سرتاسر فضای نظارت است. هرچند که این نوع مدل‌سازی تولد می‌تواند تشخیص و ردیابی اهداف تخم‌ریزی را تا حدی بهبود بخشد، اما افزایش توزیع‌های معرف تولد در فضای نظارت احتمال تشخیص اشتباه را در شرایطی که کلاتر شدیدی وجود دارد و یا نرخ کلاتر مورداستفاده در فیلتر با نرخ واقعی

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]

[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]

کلاتر محیط تفاوت دارد بشدت بالا می‌برد. به‌طوری‌که درصورتی‌که مقدار این تفاوت زیاد باشد، به‌سادگی واگرایی در تخمین فیلتر رخ می‌دهد. حتی درصورتی‌که کلاتر محیط نیز شدید نباشد امکان افزایش ردیابی اهداف غیرواقعی وجود دارد. بنابراین هرچند سادگی این نوع مدل‌سازی مشهود است، اما عملکرد چنین سامانه‌ای می‌تواند به‌سادگی تحت تأثیر عوامل مختلف قرار گیرد [۲۴]. در [۲۵] مدل تولد تطبیقی برای فیلتر PHD و در [۲۶] برای فیلترهای PHD و CPHD پیشنهاد شده است که نیاز به تعیین مدل تولد به‌صورت از پیش تعیین‌شده را از بین می‌برد. هرچند که این روش می‌تواند در شرایطی وضعیت تشخیص تولد جدید هدف را بهبود بخشد اما نتایج نشان می‌دهد که این روش تعداد اهداف ازدست‌رفته بیشتری نسبت به فیلتر PMBM دارد [۲۷]. مدل‌سازی تخم‌ریزی به‌صورت مستقیم با استفاده از روش‌های MHT در [۲۸] صورت گرفته است. این روش همچون سایر روش‌های مدل‌سازی با رویکرد MHT، محدودیت‌های جدی در تعداد اهداف مورد ردیابی و تخم‌ریزی شده دارد. بنابراین در مسائل واقعی که زمان تخم‌ریزی و تعداد اهداف جداشونده از هدف اصلی نامعلوم است؛ به عبارتی در هرلحظه از زمان امکان جدا شدن هدف یا گروهی از اهداف از هدف اصلی وجود دارد، عملکرد الگوریتم MHT مختل می‌شود. در [۲۹] ترکیب و جداشوندگی برای اهداف گسترده با ردیابی به کمک روش ماتریس تصادفی انجام شده است. در این مقاله به‌منظور عدم پیچیدگی محاسباتی صرفاً تخم‌ریزی یک هدف در نظر گرفته شده است.

در این مقاله به‌منظور ردیابی اهداف جداشونده گروهی، یک روش برمبنای اصلاح مدل تولد اهداف با استفاده از چگالی حالت اهداف موجود در فیلتر PMBM پیشنهاد می‌شود. به‌بیان‌دیگر، برخلاف روش‌های متداول مدل‌سازی تولد که توزیع مدل تخم‌ریزی اهداف را در سرتاسر فضای نظارت به‌صورت یکنواخت فرض می‌کنند؛ در روش پیشنهادی این مقاله، با استفاده از اطلاعات چگالی حالت اهداف موجود در بخش برنولی فیلتر ردیاب، مکان‌های احتمالی تخم‌ریزی و ظهور تولد جدید محدود می‌شود. محدودسازی پراکندگی مدل تولد در فضای نظارت با روش پیشنهادی، این امکان را فراهم می‌کند تا در شرایط وجود کلاتر در محیط، ردیابی اهداف غیرواقعی کمینه شود؛ چراکه در مدل پیشنهادی با اضافه کردن فرض وقوع تخم‌ریزی اهداف در مجاورت اهداف قبلی، مدل احتمال تخم‌ریزی اهداف واقعی‌تر شده و به‌روزرسانی مدل تولد جدید با مشاهدات کلاتر با احتمال بسیار کمتری انجام می‌شود. این مدل‌سازی بدون محدودیت در زمان و تعداد تخم‌ریزی و با افزایش ناچیز پیچیدگی محاسباتی، قابلیت شناسایی جداشوندگی اهداف گروهی را در فضای نظارت افزایش می‌دهد.

برای ارائه روش پیشنهادی در این مقاله، ابتدا به سازوکار ردیابی اهداف در فیلتر PMBM اشاره می‌شود. سپس روش پیشنهادی این مقاله برای اصلاح مدل‌سازی تولد در فیلتر PMBM به‌منظور بهبود ردیابی اهداف گروهی جداشونده تشریح می‌شود. در بخش آخر نیز روند شبیه‌سازی مونت‌کارلوی فیلتر PMBM اصلاح‌شده برای سناریوی تخم‌ریزی اهداف گروهی ارائه شده و نتایج آن با فیلتر PMBM با مدل تولد متداول مقایسه می‌شود.

۲- مروری بر ساختار فیلتر PMBM

در این بخش روابط حاکم بر فیلتر PMBM و بخش‌های مختلف آن تشریح می‌شود. ازآنجاکه این فیلتر مبتنی بر نظریه RFS است؛ لازم است تا مجموعه‌های حاضر در این فیلتر معرفی شوند . در ردیابی اهداف گروهی مجموعه اهداف و مشاهدات دارای تعداد نامعلوم و متغیر با زمان عضو هستند. مجموعه اهداف در لحظه k با نماد X_k نشان داده می‌شود. اندازه این مجموعه (تعداد اعضای حاضر در آن) یک متغیر تصادفی گسسته و حالت هر هدف نیز یک متغیر تصادفی می‌باشد. بنابراین X_k یک مجموعه تصادفی است که شامل n_k عضو مطابق با رابطه (۱) می‌باشد:

$$X_k = \left\{ x_k^i \right\}_{i=1}^{n_k} \qquad (۱)$$

که در آن n_k تعداد اهداف در لحظه k می‌باشد. برای هر هدف گروهی، چگالی حالت به‌صورت چگالی گاما-گوسی-ویشارت معکوس به‌صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود:

$$x_k \triangleq \left(\gamma_k , \boldsymbol{x}_k , \boldsymbol{X}_k \right) \qquad (۲)$$

که شامل سه پارامتر γ_k نرخ مشاهدات دریافتی از هدف، $\boldsymbol{x}_k$ بردار مشخصات حرکتی (موقعیت، سرعت، شتاب، نرخ چرخش و ...) و $\boldsymbol{X}_k$ ماتریس شکل هدف می‌باشد که به ترتیب با توزیع‌های گاما، گوسی و ویشارت معکوس توصیف می‌شوند.

مجموعه مشاهدات در لحظه k که با Z_k نشان داده می‌شود نیز یک RFS است که در هر لحظه شامل تعدادی عضو نامعلوم بوده و به‌صورت رابطه (۳) تعریف می‌شود:

$$Z_k = \left\{ z_k \right\}_{j=1}^{m_k} \qquad (۳)$$

که در آن m_k تعداد مشاهدات دریافتی از سنجنده در لحظه k می‌باشد. اعضای این مجموعه را می‌توان به دو دسته تقسیم‌بندی کرد. یک دسته مشاهدات کلاتر و دسته دوم نیز مشاهدات ناشی از اهداف موجود در فضای نظارت می‌باشند که البته منبع این مشاهدات نامعلوم است. یعنی تخصیص اعضای مجموعه مشاهدات ناشی از اهداف به مجموعه اهداف نامشخص می‌باشد.

در فیلتر PMBM چگالی حالت چند هدف با اجتماع دو فرایند پوآسون نقطه‌ای و ترکیب برنولی‌های چندتایی در طی دو مرحله پیش‌بینی و تصحیح به‌صورت بازگشتی محاسبه می‌شود. همچنین یک مرحله کاهش

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]
[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]

فرضیات به‌منظور محدودسازی تعداد فرضیات تخصیص سراسری بعد از مرحله به‌روزرسانی انجام می‌شود. در این فیلتر اجتماع غیر توأم اهداف کشف‌شده و کشف‌نشده، چگالی چندهدفه را به‌صورت رابطه (۴) تشکیل می‌دهند:

$$f(X_k)=\sum_{X^u \uplus X^d = \boldsymbol{X}} f_k^u\left(X^u\right) f_k^d\left(X^d\right) \qquad (۴)$$

که در آن $f_{\mathrm{k}}^{\mathrm{u}}\left(X^{\mathrm{u}}\right)$ و $f_{\mathrm{k}}^{\mathrm{d}}\left(X^{\mathrm{d}}\right)$ به ترتیب چگالی اهداف کشف‌نشده و کشف‌شده هستند. نماد $\uplus$ بیانگر اجتماع غیر توأم دو مجموعه می‌باشد. در رابطه (۴)، چگالی پوآسون با شدت $\lambda_{\mathrm{k}}^{\mathrm{u}}\left(X\right)$ به صورتی که در رابطه (۵) نشان داده‌شده، نوشته می‌شود.

$$f_k^u\left(X^u\right)=e^{-\int \lambda_k^u(X)dx}\prod_{X\in X^u}\lambda_k\left(X\right) \qquad (۵)$$

برای توصیف $f_k^{\mathrm{d}}\left(X^{\mathrm{d}}\right)$ ابتدا لازم است مجموعه از نوع برنولی تعریف شود. یک RFS برنولی X یک نوع از مجموعه تصادفی متناهی است که با احتمال $1-r$ تهی بوده و با احتمال r شامل یک عضو منفرد با تابع چگالی احتمال $f\left(x\right)$ است. پارامتر r که احتمال حضور اهداف را بیان می‌کند یک عدد در بازه صفر تا یک است ($r\in(0,1]$). بنابراین چگالی یک برنولی به‌صورت رابطه (۶) نوشته می‌شود.

$$f(X)=\begin{cases}1-r, & X=\emptyset\\ rf(x), & X=\{x\}\\ 0, & |X|\geq 2\end{cases} \qquad (۶)$$

بدیهی است که در ردیابی چند هدف، یک برنولی بیانگر یک هدف است که احتمال وجود داشتن هدف و چگالی احتمال حالت هدف در آن وجود دارد. بنابراین برای توصیف فضای حالت برای چند هدف، یک مجموعه از برنولی‌ها بکار گرفته می‌شود که به آن برنولی چندتایی گفته شده و در رابطه (۷) آورده شده است:

$$f^{MB}\left(X\right)=\sum_{X_1\uplus X_2\uplus\ldots\uplus X_n=X}\prod_{i=1}^{N}f_i\left(X_i\right) \qquad (۷)$$

که در آن $f_i\left(X_i\right)$ چگالی برنولی با احتمال وجود داشتن r_i و تابع چگالی احتمال $f_i(x)$ است. در فیلتر PMBM بخش برنولی فیلتر شامل ترکیبی از چندین چگالی برنولی چندتایی است که این قسمت با عنوان ترکیب برنولی‌های چندتایی شناخته می‌شود. ترکیب خطی توزیع اهداف کشف‌شده دارای چگالی MBM بوده که به‌صورت رابطه (۸) تعریف می‌شود.

$$f_k^d\left(\boldsymbol{X}^d\right)\propto \sum_{a\in A_k} w_k^a \sum_{\uplus \boldsymbol{X}_i=\boldsymbol{X}^d}\prod_{i=1}^{N} f_k^{i,a^i}\left(\boldsymbol{X}_i\right) \qquad (۸)$$

در اینجا a بیانگر یک فرضیه تخصیص داده سراسری از میان مجموعه فرضیه‌های تخصیص داده، i یک رد از میان مجموعه ردها و a^i فرضیه a برای رد i است. وزن هر فرضیه سراسری (w_k^a) نیز به‌صورت ترکیبی از وزن‌های هر فرضیه منفرد w_k^{i,a^i} و به‌صورت رابطه (۹) بیان می‌شود.

$$w_k^a=\prod_{i=1}^{N} w_k^{i,a^i} \qquad (۹)$$

با این تعریف، ازآنجاکه هر برنولی چندتایی را می‌توان با دو پارامتر احتمال وجود داشتن (r_k^{i,a^i}) و چگالی برنولی (f_k^{i,a^i}) بیان کرد، چگالی PMBM با پارامترهای نشان داده‌شده در رابطه (۱۰) تعریف می‌شود.

$$\lambda_k^u(.),\left\{w_k^{i,a^i}, r_k^{i,a^i}, f_k^{i,a^i}(.)\right\}_{a\in A_k, i\in I_k} \qquad (۱۰)$$

الف) مرحله پیش‌بینی در فیلتر PMBM

گام پیش‌بینی در فیلتر PMBM شامل هر دو بخش پوآسون و برنولی فیلتر است. در این بخش اهداف کشف‌شده و کشف‌نشده‌ای که در گام $k-1$ حضور داشتند، با احتمال بقا p_s در لحظه k حضور دارند. بخش پوآسون فیلتر در گام پیش‌بینی با رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود.

$$\lambda_{k|k-1}^u\left(X\right)=\lambda_k^b\left(X\right)+ \int f_{k|k-1}\left(X_k|X_{k-1}\right)p_s\left(X_{k-1}\right)\times \lambda_{k-1|k-1}^u\left(X_{k-1}\right)dX_{k-1} \qquad (۱۱)$$

درصورتی‌که پیاده‌سازی فیلتر با روش ترکیبات گوسی با احتمال بقا ثابت در نظر گرفته شود، تخمین پیشین تابع شدت بخش پوآسون فیلتر که توصیف‌کننده حالت اهداف کشف‌نشده است، به‌صورت رابطه (۱۲) درمی‌آید [۴]:

$$\lambda_{k|k-1}^u\left(X\right)=\sum_{i=1}^{n_b} w^{b,i} f_k^b\left(X\right)+ p_s\sum_{i=1}^{n_u} w_{k-1|k-1}^{u,i} f_{k-1|k-1}^{u,i}\left(X\right) \qquad (۱۲)$$

پیش‌بینی برای بخش برنولی فیلتر که دربردارنده‌ی چگالی حالت اهداف کشف‌شده است، به‌صورت روابط (۱۳) تا (۱۵) نوشته می‌شود.

$$f_{k|k-1}^{i,a^i}\left(X\right)=\frac{\int f_{k|k-1}\left(X_k|X_{k-1}\right)p_{sk-1}f_{k-1|k-1}^{i,a^i}\left(X_{k-1}\right)dX_{k-1}}{\langle f_{k-1|k-1}^{i,a^i}; p_{sk-1}\rangle}, \quad \forall i,a^i \qquad (۱۳)$$

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]
[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]

$$r_{k|k-1}^{i,a^i}(X) = r_{k|k-1}^{i,a^i}\langle f_{k-1|k-1}^{i,a^i}; p_{sk-1}\rangle, \forall i, a^i, \quad (۱۴)$$

$$w_{k|k-1}^{i,a^i}(X) = w_{k-1|k-1}^{i,a^i}, \forall i, a^i, \quad (۱۵)$$

که در این روابط $\langle f; g\rangle = \int f(x)g(x)dx$ است.

ب) به‌روزرسانی فیلتر PMBM

به‌منظور محاسبه چگالی پسین چندهدفه، در این بخش روابط مربوط به مرحله تصحیح فیلتر PMBM تشریح می‌گردد. در بخش به‌روزرسانی، فیلتر با سه نوع از اهداف مواجه می‌شود: اهداف کشف‌نشده، اهداف قبلی و اهداف کشف‌شده بالقوه. نوع اول اهداف از جنس پوآسون و دو نوع بعدی از جنس برنولی چندتایی می‌باشد. در ادامه سازوکار به‌روزرسانی برای دو نوع اول تشریح شده و به‌روزرسانی اهداف کشف‌شده بالقوه در بخش سوم بیان می‌شود.

- **به‌روزرسانی برای اهداف کشف‌نشده قبلی**

ازآنجاکه در بخش پوآسون اهداف کشف‌نشده حضور دارند؛ یعنی اهدافی که تاکنون مشاهده‌ای به آنها تعلق نگرفته است؛ بنابراین در بخش به‌روزرسانی فیلتر با فرض عدم تخصیص مشاهده به این اهداف به‌روزرسانی مطابق رابطه (۱۶) انجام می‌شود:

$$\lambda_{k|k}^{u}(X) = (1 - p_D(X))\lambda_{k|k-1}^{u}(X) \quad (۱۶)$$

که در آن پارامتر p_D احتمال کشف یک هدف توسط سنجنده می‌باشد.

- **به‌روزرسانی برای اهداف موجود قبلی**

به‌منظور به‌روزرسانی اهداف موجود قبلی بایستی فرضیه‌های مختلف تخصیص مورد ارزیابی قرار گیرد. الگوریتم تخمین فیلتر PMBM یک هدف موجود را در دو دسته کشف و عدم‌کشف جای می‌دهد. اگر هیچ مشاهده‌ای به هدف تخصیص پیدا نکند، یک فرضیه عدم کشف تشکیل می‌شود و یک فرض به مجموعه فرضیه‌های تخصیص داده سراسری اضافه می‌شود که روابط مربوط به به‌روزرسانی آن در روابط (۱۷) تا (۱۹) آورده شده است.

$$r_{k|k}^{i,a^i} = \frac{r_{k|k-1}^{i,a^i}\langle f_{k|k-1}^{i,a^i}; 1-p_D\rangle}{1 - r_{k|k-1}^{i,a^i}\langle f_{k|k-1}^{i,a^i}; p_D\rangle} \quad (۱۷)$$

$$f_{k|k}^{i,a^i}(X) = \frac{(1-p_D) f_{k|k-1}^{i,a^i}(x)}{\langle f_{k|k-1}^{i,a^i}; 1-p_D\rangle} \quad (۱۸)$$

$$w_k^{i,a^i} = w_{k|k-1}^{i,a^i}\left(1 - r_{k|k-1}^{i,a^i}\langle f_{k|k-1}^{i,a^i}; p_D\rangle\right) \quad (۱۹)$$

درصورتی‌که تخصیص مشاهده به هدف صورت گرفته و به‌بیان‌دیگر هدف مورد کشف واقع شود، به‌روزرسانی با این فرضیه به کمک روابط (۲۰) تا (۲۲) انجام می‌گردد:

$$r_{k|k}^{i,a^i} = 1 \quad (۲۰)$$

$$f_{k|k}^{i,a^i}(X) = \frac{P_D g(z_k^j \mid X) f_{k|k-1}^{i,\tilde{a}^i}(x)}{\langle f_{k|k-1}^{i,\tilde{a}^i}; g(z_k^j \mid .) p_D\rangle} \quad (۲۱)$$

$$w_k^{i,a^i} = w_{k|k-1}^{i,\tilde{a}^i} r_{k|k-1}^{i,\tilde{a}^i}\langle f_{k|k-1}^{i,\tilde{a}^i}; g(z_k^j \mid .) p_D\rangle \quad (۲۲)$$

که در آن به‌روزرسانی وزن فرضیه و توزیع بر اساس فرضیه‌ی قبلی $\tilde{a}^i$ و مشاهده z_k^j انجام می‌پذیرد. با توجه به اینکه در این فرضیه مشاهده به هدف تخصیص پیدا می‌کند و وجود هدف تأیید می‌گردد، احتمال وجود داشتن هدف برابر یک است.

لازم به ذکر است به‌منظور کاهش حجم محاسباتی معمولاً فرایند نام هرس کردن در انتهای چرخه‌ی تخمین انجام می‌شود تا توزیع‌های با وزن پایین در هر مرحله حذف شوند.

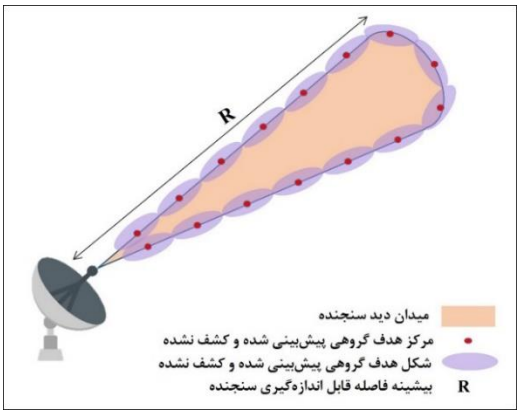
۳- الگوریتم پیشنهادی مدل‌سازی تخم‌ریزی به کمک مدل تولد در فیلتر PMBM

سازوکار تخمین و ردیابی چندین هدف گروهی با فیلتر PMBM در بخش دو تشریح شد. در این فیلتر اهداف جدید بر اساس تابع شدت تعریف‌شده در بخش پوآسون تولید می‌شوند. هر هدف کشف‌نشده در بخش پوآسون داوطلب انتقال به بخش برنولی به‌عنوان هدف بالقوه کشف شده است. بنابراین درصورتی‌که هدف جدید در فضای نظارت ظاهر شده و مشاهده‌ای از آن توسط سنجنده دریافت شود، در صورت قرار گرفتن این مشاهده در حریم یک هدف کشف نشده، ردیابی هدف جدید کشف‌شده در بخش برنولی صورت می‌پذیرد. واضح است که درصورتی‌که این مشاهده در حریم هیچ هدف کشف‌نشده‌ای نباشد، هدف جدید کشف نمی‌شود. اهداف کشف‌نشده در بخش پوآسون اجتماع اهداف کشف‌نشده لحظه قبل و اهداف متولدشده هستند. بنابراین انتخاب مدل تولد در این فیلتر حائز اهمیت بوده و درصورتی‌که به‌درستی انتخاب نشود، منجر به از دست رفتن ردیابی اهداف می‌شود.

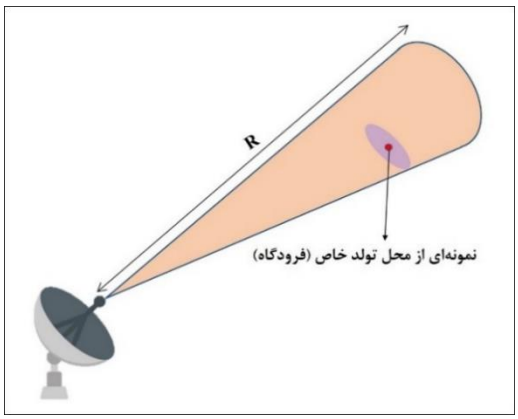
انتخاب مدل تولد معمولاً به‌صورت از پیش تعیین‌شده صورت می‌گیرد. به‌عنوان‌مثال حاشیه فضای نظارت به‌عنوان مکان‌هایی که اولین بار هدف ممکن است رؤیت شود، انتخاب می‌گردد که در شکل ۱ .الف این مکان‌ها به‌صورت بیضی‌هایی در اطراف میدان دید سنجنده نشان داده شده است. به‌بیان‌دیگر این بیضی‌ها، تعداد اعضای پوآسون مدل تولد در فیلتر PMBM را بیان می‌کنند که درصورتی‌که هدف برای اولین بار درون هرکدام از

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]
[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]

آنها قرار گیرد، به‌عنوان یک هدف کشف‌شده شناسایی شده و به بخش برنولی فیلتر انتقال می‌یابد. درصورتی‌که فضایی مثل یک فرودگاه در فضای نظارت وجود داشته باشد که احتمال پدید آمدن هدف جدید از آن ناحیه زیاد باشد، این مکان خاص با در نظر گرفتن یک بیضی به صورتی که در شکل ۱ .ب نشان داده شده، می‌تواند به‌عنوان مدل تولد محتمل در نظر گرفته شود. بنابراین با توجه به این دو شکل می‌توان دریافت که در بخش پوآسون فیلتر PMBM امکان تعریف مکان‌های محتمل برای تولد اهداف گروهی با توجه به شرایط خاص مسئله وجود دارد که مختصات این اهداف با مرکز بیضی و شکل اهداف با اندازه در نظر گرفته‌شده برای بیضی‌ها تعیین می‌گردد. بیضی‌های نشان داده‌شده در شکل ۱ در حقیقت بیانگر ایجاد اهداف پیش‌بینی‌شده ولی کشف‌نشده‌ای هستند که در هر گام زمانی مطابق با مدل تولد، تولید می‌شوند. بنابراین عبارت مدل تولد معرف تعداد، شکل و اندازه و مختصات مرکز بیضی‌هایی است که اهداف کشف‌نشده در هر گام زمانی را تشکیل می‌دهند.



(الف)



(ب)

شکل ۱: دو مدل تولد اهداف در فضای نظارت: (الف) مدل تولد در مرز فضای نظارت (ب) مدل تولد در یک ناحیه خاص از فضای نظارت همچون یک فرودگاه

یک نکته مهم در لحظات اولیه جدا شدن دو هدف از یکدیگر، مجاورت دو هدف جداشونده و اصلی می‌باشد که این مطلب در رابطه با هر دو نوع هدف نقطه‌ای و گروهی صادق است. بنابراین در صورت وقوع تخم‌ریزی، اطلاعات موجود در چگالی حالت هدف در حال ردیابی می‌تواند به شناسایی و ردیابی سریع‌تر هدف جدید تخم‌ریزی شده از آن، کمک کند. در فیلتر PMBM اگر هدف در حال ردیابی کشف‌شده باشد، چگالی حالت آن در بخش برنولی فیلتر وجود دارد. درصورتی‌که پتانسیل تخم‌ریزی از یک هدف وجود داشته باشد، می‌توان این اطلاعات را به بخش پوآسون فیلتر نیز منتقل نمود و بر اساس آن مدل تولد فیلتر را با توجه به وضعیت فعلی اهداف در هرلحظه منطبق نمود. بنابراین چگالی GGIW مدل تولد فیلتر PMBM در لحظه k ($GGIW_k^b$) از دو عبارت چگالی GGIW مدل تولد ثابت و چگالی GGIW اهداف کشف‌شده در بخش برنولی به‌صورت رابطه (۲۳) تشکیل می‌شود:

$$GGIW_k^b(x)=\sum_{j=1}^{n_{SB}} w_{bs_j}\, GGIW_j^{sb}+\sum_{i=1}^{n_B} w_{b_i}\, GGIW_i^{k-1} \qquad (۲۳)$$

که در آن $GGIW_j^{sb}$ چگالی مدل تولد ثابت و n_{SB} بیانگر تعداد مکان‌های ثابت محتمل برای تولد اهداف جدید است. $GGIW_i^{k-1}$ چگالی هدف iاُم موجود در بخش برنولی در لحظه k-1 بوده که یک مرحله پیش‌بینی (تخمین پیشین) برای آن صورت گرفته تا با توجه به مدل، تخمین محل احتمالی تخم‌ریزی در لحظه k انجام شود. w_{b_i} و w_{bs_i} به ترتیب وزن چگالی تولد ثابت و چگالی تخم‌ریزی iاُم است. همچنین n_B تعداد اهداف موجود در بخش برنولی فیلتر در لحظه k-1 است.

برای اهداف نقطه‌ای که صرفاً با یک چگالی گوسی قابل توصیف هستند؛ تطبیق میانگین موقعیت تخم‌ریزی احتمالی با مرکز هدف اصلی می‌تواند یک رویکرد برای مدل‌سازی تخم‌ریزی در مدل تولد این نوع اهداف باشد. هرچند واضح است که تخم‌ریزی معمولاً برای اولین بار در حاشیه شکل هدف گروهی رؤیت می‌شود. بنابراین در نظر گرفتن فضای اطراف هدف موجود به‌عنوان مکان احتمالی تخم‌ریزی، می‌تواند رویکرد دقیق‌تری ارائه نماید. با این توضیحات می‌توان تعداد چگالی GGIW در حول تخمین پیشین اهداف کشف‌شده در لحظه k-1 فرض نمود. در اینجا مرکز بیضی‌های مرتبط با این چگالی‌ها بر روی محیط بیضی GGIW هدف اصلی قرار دارند. بنابراین داریم:

$$\{\boldsymbol{m}_{i_j}^{s}(x,y)\}_{j=1,2,..,N} \subset \left\{\boldsymbol{m}_i^{Bern^-}(x,y)\right\} \qquad (۲۴)$$

که در آن $\boldsymbol{m}$ بیانگر بردار مشخصات حرکتی، $\boldsymbol{m}_{i_j}^{s}(x,y)$ مختصات مرکز بیضی تخم‌ریزی j اُم ناشی از هدف i و $\boldsymbol{m}_i^{Bern^-}(x,y)$ مجموعه نقاط محیط بیضی هدف اصلی i است. رابطه (۲۴) بیانگر این نکته است که برای هر هدف کشف‌شده i، N نقطه مختلف از مجموعه نقاط روی بیضی هدف اصلی مربوط به چگالی پیشین برنولی، به‌عنوان مرکز بیضی‌های جدید انتخاب می‌شوند. تعداد بیضی‌ها (N) می‌تواند به‌عنوان یک پارامتر تنظیم به کار گرفته شود. به‌طوری‌که انتخاب مقدار بهینه برای آن می‌تواند منجر به بهبود دقت و توانایی تشخیص وقوع تخم‌ریزی فیلتر شود. به‌بیان‌دیگر با افزایش تعداد بیضی‌ها نظارت در

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]
[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]

اطراف هدف اصلی افزایش می‌یابد و شانس رؤیت هدف جداشونده افزایش می‌یابد. از طرف دیگر این افزایش پوشش به معنی افزایش تعداد چگالی‌های GGIW در بخش پوآسون فیلتر است. هرچند که بار محاسباتی بخش پوآسون به‌مراتب کمتر از بخش برنولی است؛ لیکن افزایش تعداد اعضای آن به‌صورت مستقیم افزایش حجم محاسبات در بخش پیش‌بینی و به‌روزرسانی فیلتر را در پی خواهد داشت. به‌عنوان‌مثال فرض کنیم که چهار محل ثابت برای تولد اهداف در فضای نظارت در نظر گرفته شده است. از طرفی سه هدف نیز مورد ردیابی بوده و چگالی آنها در بخش برنولی فیلتر موجود است. با توضیحات فوق، مدل تخم‌ریزی در هر گام زمانی، در اطراف هر هدف تعداد N چگالی GGIW در نظر می‌گیرد. بنابراین در گام اول تعداد ۳N+۴ جزء چگالی GGIW در بخش پوآسون وجود خواهد داشت. با افزایش N تعداد اعضای حاضر در بخش پوآسون افزایش خواهد یافت. درصورتی‌که این اجزا در گام زمانی بعد نیز باقی بمانند (وزن آنها از حد آستانه تعیین‌شده کمتر نشود)، این تعداد به‌طور تجمعی افزایش می‌یابد. ذکر این نکته ضروری است که با هرس اعضای پوآسون به کمک تنظیم مقدار یک آستانه برای وزن GGIWها، تعداد این چگالی‌ها کنترل می‌شود اما درهرصورت افزایش تعداد GGIWها (افزایش N)، بار محاسباتی به واحد پردازش تحمیل می‌نماید. بنابراین نیاز است تا مصالحه‌ای بین میزان سطح پوشش اطراف هدف اصلی و حجم پردازش فیلتر نیز صورت گیرد.

مؤلفه‌های سرعت در GGIW پوآسون مدل تخم‌ریزی در ابتدا برابر با هدف اصلی فرض می‌شود که در رابطه (۲۵) نشان داده‌شده است.

$$\{\boldsymbol{m}_i^s\left(v_x,v_y\right)\}_j=\boldsymbol{m}_i^{Bern^-}\left(v_x,v_y\right) \qquad (۲۵)$$

همچنین با توجه به عدم قطعیت موجود در سرعت اولیه هدف جداشونده، مقدار عددی عناصر مربوط به مؤلفه‌های سرعت در ماتریس کوواریانس P چگالی GGIW بزرگ فرض می‌شوند. برای تعیین ماتریس شکل برای هر چگالی GGIW تخم‌ریزی ($\boldsymbol{X}_{i_j}^s$)، می‌توان شکل بیضی هدف جداشونده را مشابه هدف اصلی و ماتریس شکل را یک ضریب کوچک‌تر (ℓ) از ماتریس شکل هدف اصلی $\boldsymbol{X}_i^{Bern^-}$ و همانند رابطه (۲۶) در نظر گرفت. بدیهی است که این تخمین اولیه در طی فرایند تخمین فیلتر تصحیح می‌شود.

$$\boldsymbol{X}_{i_j}^s=\ell\boldsymbol{X}_i^{Bern^-}\ ,\ 0<\ell<1 \qquad (۲۶)$$

- **به‌روزرسانی برای اهداف کشف‌شده بالقوه جدید**

اهداف کشف‌نشده در بخش پوآسون داوطلب تبدیل به اهداف کشف‌شده هستند که در این دسته اهداف جدید می‌توانند شامل اهداف تازه متولدشده و یا اهداف تخم‌ریزی شده باشند. در هر گام زمانی درصورتی‌که مشاهده‌ای داخل حریم مربوط به هدف کشف‌نشده قرار گیرد، یک فرضیه جدید در فضای فرضیه‌های تخصیص داده سراسری تشکیل می‌شود که در آن این هدف تحت عنوان هدف کشف‌شده بالقوه جدید قرارگرفته و الگوریتم تخمین یک برنولی چندتایی جدید بر اساس آن تشکیل می‌دهد. با توجه به اینکه هدف بالقوه جدید در اولین کشف ممکن است ناشی از یک مشاهده کلاتر یا یک مشاهده ناشی از هدف باشد؛ هر دو احتمال به‌صورت جداگانه در روابط به‌روزرسانی موردبررسی قرار می‌گیرند. درصورتی‌که مشاهده اختصاص‌یافته به هدف جدید کلاتر باشد، احتمال وجود داشتن هدف و وزن آن به‌صورت رابطه (۲۷) و (۲۸) تعیین می‌گردد که بیانگر عدم وجود داشتن هدف بوده و وزن این فرض برابر یک می‌باشد [۲۱].

$$r_{k|k}^{i,1}=0 \qquad (۲۷)$$

$$w_k^{i,1}=1 \qquad (۲۸)$$

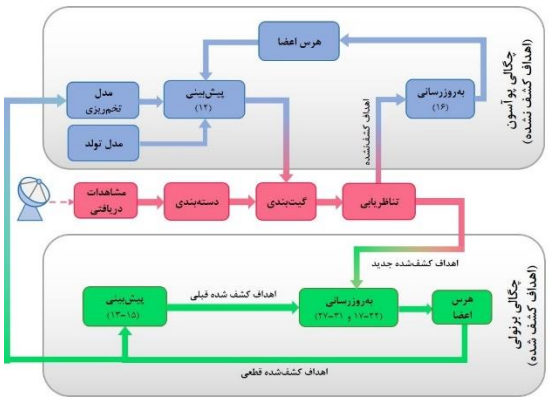
احتمال دوم، تخصیص مشاهده ناشی از هدف به هدف کشف‌نشده در بخش پوآسون است که در این صورت احتمال وجود داشتن هدف، چگالی مربوط به هدف و وزن فرضیه به کمک مدل مشاهده $g(z_k^j|.)$ و با روابط (۲۹) تا (۳۱) تعیین می‌گردد که در آن z_k^j مشاهده تخصیص‌یافته به هدف است [۲۱].

$$r_{k|k}^{i,2}=\frac{\lambda_{k|k-1}^u;g(z_k^j|.)\,p_D}{\lambda^C\left(z_k^j\right)\langle\lambda_{k|k-1}^u;g(z_k^j|.)\,p_D\rangle} \qquad (۲۹)$$

$$f_{k|k}^{i,2}\left(X\right)=\frac{g(z_k^j|X)\,p_D\lambda_{k|k-1}^u\left(X\right)}{\langle\lambda_{k|k-1}^u;g(z_k^j|.)\,p_D\rangle} \qquad (۳۰)$$

$$w_k^{i,2}=\lambda^C\left(z_k^j\right)\langle\lambda_{k|k-1}^u;g(z_k^j|.)\,p_D\rangle \qquad (۳۱)$$

درنهایت ساختار فیلتر PMBM اصلاح‌شده با روش پیشنهادی این مقاله در شکل ۲ نشان شده که بیانگر مدل اصلاح‌شده فیلتر PMBM در [۴] می‌باشد. در شکل ۲ شماره روابط مورداستفاده در هر بخش نیز ذکرشده است.



شکل ۲: ساختار فیلتر PMBM اصلاح‌شده پیشنهادی با مدل تخم‌ریزی

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]
[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]

٤- نتایج شبیه‌سازی

- ساختار شبیه‌سازی

در این مقاله مدل حرکت اهداف در شبیه‌سازی سناریو حرکت اهداف و مدل فیلتر ردیاب به‌صورت خطی سرعت ثابت فرض شده است. بنابراین بردار مشخصات حرکتی مطابق با رابطه (۳۲) شامل عناصر موقعیت (x, y) و سرعت (v_x, v_y) در دو بعد در نظر گرفته می‌شود.

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x, y, v_x, v_y \end{bmatrix}^T \qquad (۳۲)$$

فرض می‌شود که از مدل مشاهدات استاندارد برای اهداف گروهی استفاده می‌شود که در آن خروجی حسگرها دارای توزیع گوسی و به‌صورت خطی و دوبعدی در نظر گرفته‌شده است. ماتریس مدل مشاهده در فیلتر کالمن که با H نشان داده می‌شود، بیانگر در نظر گرفتن مشاهدات موقعیت مرکز گروه به‌صورت دوبعدی و خطی نسبت به متغیرهای حالت بوده و به‌صورت رابطه (۳۳) نمایش داده می‌شود.

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (۳۳)$$

مدل‌سازی حرکت مرکز هدف گروهی به‌صورت دینامیک خطی با احتمال بقا ثابت ۰/۹۹ فرض می‌شود. انحراف معیار عدم قطعیت مدل حرکت و مشاهدات یکسان و برابر با ۰/۱ در نظر گرفته‌شده‌اند. در مدل تولد ثابت، وزن اعضای پوآسون مقداری ثابت و برابر با ۰/۲۵ فرض می‌شود. اعضای این مجموعه در چهار مکان مشخص در فضای نظارت با مختصات (۷۵ ± و ۷۵±) قرار دارند.

به‌منظور ارزیابی عملکرد فیلتر از معیار تخصیص زیرالگوی بهینه تعمیم‌یافته برای اهداف گروهی استفاده می‌شود [۳۱]. مقدار هزینه GOSPA شامل هزینه ناشی از خطای ردیابی مشخصات حرکتی و شکل هدف، خطای ناشی از ردیابی اهداف اشتباه و خطای ناشی از عدم ردیابی اهداف واقعی بوده که معیار مناسبی جهت بررسی عملکرد فیلتر است.

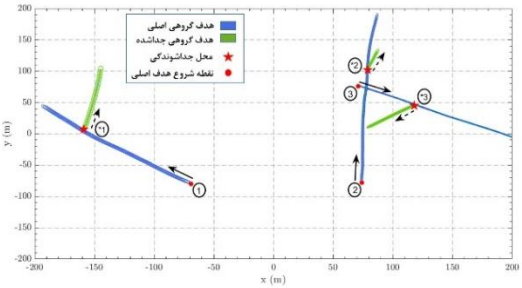
- سناریو حرکت

در این بخش سناریو حرکت و نتایج حاصل از انجام ارزیابی‌های متعدد عملکرد فیلتر PMBM اصلاح‌شده ارائه می‌گردد. در شکل ۳ سناریو حرکت اهداف گروهی اصلی با بیضی‌های آبی و اهداف جداشونده با بیضی‌های سبز نشان داده‌شده است. در این سناریو در ابتدا سه هدف گروهی اصلی وجود دارد که نقطه شروع حرکت این سه هدف با دایره قرمز و جهت حرکت آنها با پیکان مشکی بر روی شکل نمایش داده‌شده است. هرکدام از این سه هدف در مسیر مشخص‌شده حرکت کرده تا به محل جداشوندگی مربوط به خود برسند که با نشان ستاره قرمز بر روی شکل مشخص‌شده است. در این لحظه یک هدف گروهی (بیضی سبز) از هدف اصلی جداشده و در جهت نشان داده‌شده با پیکان خط‌چین حرکت می‌کند. هدف اصلی (بیضی آبی) نیز به مسیر حرکت قبلی خود ادامه می‌دهد.

این سناریو به کمک مجموعه داده اهداف گروهی در [۳۲] که در اغلب مراجع مرتبط با ردیابی با فیلتر PMBM مورد استفاده قرار می‌گیرد، با اعمال تغییراتی برای در نظر گرفتن اهداف جداشونده، ساخته‌شده است. شبیه‌سازی برای ۷۶ گام زمانی با فرض زمان نمونه‌برداری یک ثانیه در نظر گرفته‌شده است. در جدول ۱ زمان‌بندی وقوع تولد، مرگ و تخم‌ریزی اهداف آورده شده است. با توجه به زمان‌بندی تقاطع مسیر دو هدف به معنی گذر همزمان آنها از یک نقطه نیست. نماد * در کنار شماره هدف بیانگر هدف تخم‌ریزی شده است. مثلاً ۱* هدف گروهی تخم‌ریزی شده از هدف شماره یک را نشان می‌دهد.

جدول ۱: زمان‌بندی وقوع تولد و مرگ اهداف گروهی

هدف / پدیده	لحظه تولد	لحظه مرگ
۱	۱	۷۶
۲	۱	۷۶
۳	۱	۵۴
۱*	۵۵	۷۶
۲*	۵۳	۶۴
۳*	۲۱	۳۸



شکل ۳: سناریوی حرکت اهداف اصلی و جداشونده

- نتایج شبیه‌سازی

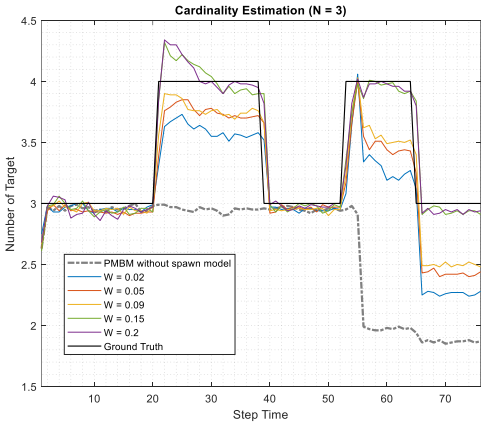
به‌منظور بررسی عملکرد فیلتر PMBM اصلاح‌شده با مدل تخم‌ریزی پیشنهادی، نتایج شبیه‌سازی فیلتر روش پیشنهادی در کنار فیلتر PMBM متداول بدون در نظر گرفتن مدل تخم‌ریزی آورده شده است. برای مقایسه دقیق‌تر در شرایط مختلف، ارزیابی عملکرد به روش مونت‌کارلو و با ۱۰۰ تکرار انجام می‌شود.

همان‌طور که در بخش قبل بیان شد، روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی تخم‌ریزی در اطراف اهداف موجود می‌توان در نظر گرفت. ازاین‌رو، به‌منظور بررسی اثر تعداد چگالی‌های GGIW حول هدف اصلی، ارزیابی عملکرد برای تعداد یک، سه، پنج و هفت چگالی GGIW انجام می‌شود. البته در شرایطی که صرفاً از یک GGIW استفاده شود، بیضی مفروض به مرکز بیضی هدف اصلی و با اندازه‌ی ۱/۱۵ برابر هدف اصلی

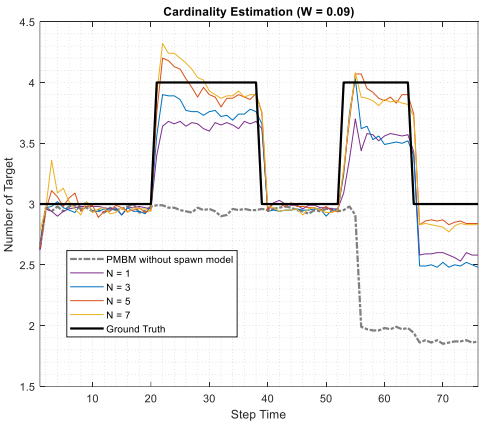
[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]
[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]

در نظر گرفته می‌شود. در ادامه اثر وزن دهی در مدل تخم‌ریزی با ثابت در نظر گرفتن تعداد چگالی‌های GGIW نیز بررسی‌شده است.

در شکل ۴ نتایج شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای تعداد اهداف مورد تخمین در حالات مختلف، آورده شده است. در این آزمایش مجموعه پوآسون مدل تخم‌ریزی شامل سه عضو در نظر گرفته‌شده است. شکل ۴ (الف) نمایانگر عملکرد فیلتر در قبال تغییرات پارامتر وزن اعضای پوآسون مدل تخم‌ریزی است که نشان‌دهنده تأثیر این پارامتر در افزایش احتمال شناسایی وقوع تخم‌ریزی اهداف است. همچنین در شکل ۴ (ب) نتایج به ازای تغییرات تعداد اعضای مجموعه پوآسون مدل تخم‌ریزی و با وزن ثابت آورده شده است. به‌منظور مقایسه بهتر، منحنی تعداد اهداف واقعی موجود در فضای نظارت و تعداد اهداف مورد تخمین با فیلتر PMBM معمولی نیز آورده شده است. بهبود چشمگیر عملکرد فیلتر در تشخیص وقوع تخم‌ریزی نسبت به فیلتر PMBM متداول در این نتایج مشاهده می‌شود.



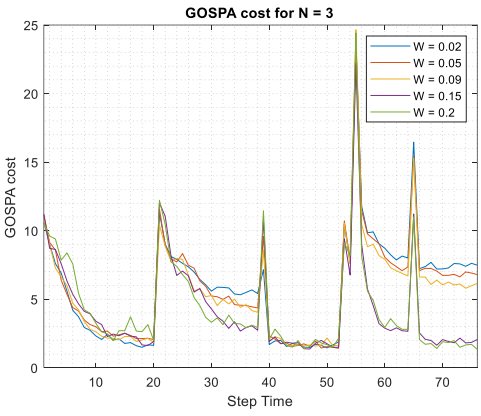
(الف)



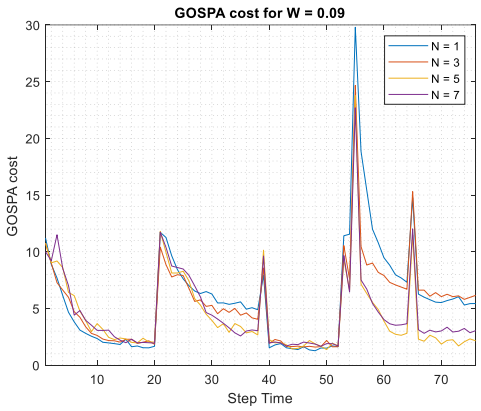
(ب)

شکل ۴: نتایج مونت‌کارلو برای تعداد اهداف ردیابی شده: (الف) سه عضو پوآسون و با وزن‌های مختلف (ب) تعداد اعضای پوآسون مختلف و با وزن ثابت ۰/۰۹

شکل ۵ نتایج ارزیابی عملکرد فیلتر را بر اساس معیار GOSPA برای حالات مختلف نشان می‌دهد. در اینجا نیز نتایج برای دو حالت وزن تخم‌ریزی ثابت و تعداد اعضای پوآسون ثابت آورده شده است. شکل ۵ (الف) نشان می‌دهد که با افزایش وزن تخم‌ریزی از ۰/۰۲ تا ۰/۱۵، میزان هزینه GOSPA مطابق با انتظار کاهش‌یافته است. بخصوص در بازه‌های زمانی که تخم‌ریزی اتفاق می‌افتد، یعنی بازه [۴۰–۲۰] و [۶۰–۵۲] این تأثیر مشهودتر است. برای وزن‌های بیش از ۰/۱۵، با افزایش وزن، خطا به یک مقدار مشخص همگرا شده و بهبود چشمگیری در ردیابی حاصل نمی‌شود. به‌طور مشابه در شکل ۵ (ب) اثر افزایش تعداد اعضای پوآسون در کاهش هزینه GOSPA مشاهده می‌شود به‌طوری که برای تعداد پنج عضو پوآسون بهترین نتیجه به‌دست‌آمده است. ذکر این نکته ضروری است که باوجود اینکه افزایش تعداد اعضا پوآسون سبب افزایش پوشش و احتمال تشخیص جداشوندگی می‌شود؛ اما احتمال ردیابی اهداف غیرواقعی نیز بیشتر می‌شود.



(الف)



(ب)

شکل ۵: مقدار معیار GOSPA در طول شبیه‌سازی: (الف) با مدل تخم‌ریزی دارای سه عضو پوآسون و وزن‌های مختلف (ب) با وزن ثابت ۰/۰۹ و تعداد مختلف اعضای پوآسون

به‌منظور مقایسه بهتر، مقدار ریشه میانگین مربعات معیار GOSPA در مدت شبیه‌سازی برای فیلتر PMBM بدون مدل جداشوندگی و فیلتر PMBM اصلاح‌شده با سه عضو تخم‌ریزی پوآسون با وزن‌های مختلف در جدول ۲ آورده شده است. در جدول ۳ نیز مقدار RMS به ازای وزن ثابت ۰/۰۹ و برای تعداد اعضای مختلف آورده شده است. همچنین میزان بهبود RMS خطا برحسب درصد نسبت به فیلتر PMBM متداول بدون مدل تخم‌ریزی در این دو جدول گزارش‌شده است. با توجه به نتایج

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]
[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]

به‌دست‌آمده، کاهش قابل‌توجه میزان هزینه GOSPA با مدل تخم‌ریزی نسبت به فیلتر ردیاب بدون مدل تخم‌ریزی مشاهده می‌شود.

جدول ۲: مقدار ریشه میانگین مربعات خطا معیار GOSPA برای وزن‌های مختلف و N=۳

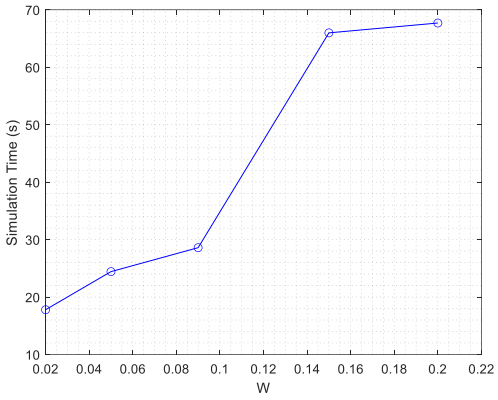
فیلتر ردیاب	RMS GOSPA	درصد بهبود نسبت به فیلتر PMBM متداول
بدون مدل تخم‌ریزی	۱۳/۶۷۱۵	-
W =۰/۰۲	۶/۹۹۴۳	۴۸/۸۴
W =۰/۰۵	۶/۸۷۶۷	۴۹/۷۰
W =۰/۰۹	۶/۵۷۶۸	۵۱/۸۹
W =۰/۱۵	۵/۵۱۹۸	۵۹/۶۳
W =۰/۲	۵/۷۵۱۴	۵۷/۹۳

جدول ۳: مقدار ریشه میانگین مربعات خطا معیار GOSPA برای تعداد اعضای مختلف و W= ۰/۰۹

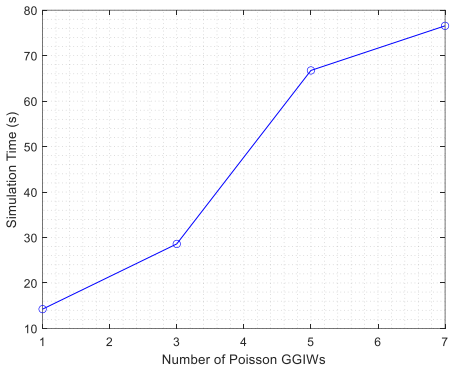
فیلتر ردیاب	RMS GOSPA	درصد بهبود نسبت به فیلتر PMBM متداول
بدون مدل تخم‌ریزی	۱۳/۶۷۱۵	-
N=۱	۷/۵۵۹۵	۴۴/۷۱
N=۳	۶/۵۷۶۸	۵۱/۸۹
N=۵	۵/۶۶۶۰	۵۸/۵۶
N=۷	۵/۸۱۳۷	۵۷/۴۸

نکته مهم دیگر اثر تغییر پارامتر وزن و تعداد پوآسون‌ها در حجم محاسبات است. در شکل ۶ میانگین زمان کل شبیه‌سازی‌ها در دو حالت مختلف آورده شده است. در شکل ۶ (الف) تأثیر افزایش مقدار وزن در میزان حجم محاسبات مشخص است. در این شکل بعد از وزن ۰/۱ یک جهش در زمان شبیه‌سازی مشاهده می‌شود. با توجه به رابطه (۱۶) در به‌روزرسانی GGIWها، وزن چگالی پوآسون در ضریب ($1-p_D$) ضرب می‌شود. بنابراین درصورتی‌که هدف کشف نشود، برای وزن اولیه ۰/۱ بعد از یک مرحله به‌روزرسانی، وزن چگالی پوآسون به ۰/۰۱ می‌رسد که برابر با مقدار آستانه در نظر گرفته‌شده برای هرس اعضای پوآسون در این مقاله است. بنابراین انتظار می‌رود برای وزن‌های بیش از ۰/۱، GGIWهای پوآسون تخم‌ریزی برای بیش از یک گام زمانی در مجموعه پوآسون باقی بمانند که منجر به افزایش دو برابری تعداد اعضای این مجموعه در هر گام زمانی می‌شود. درصورتی‌که برای شرایطی که در آن وزن‌های اولیه این GGIWها کمتر از ۰/۱ در نظر گرفته می‌شود بعد از یک مرحله به‌روزرسانی GGIWهای کشف‌نشده (که احتمالاً غیرضروری نیز هستند)، از مجموعه پوآسون حذف‌شده و حجم محاسبات افزایش شدیدی نمی‌یابد.

بدیهی است که افزایش تعداد GGIWهای تخم‌ریزی نیز منجر به افزایش زمان محاسبات می‌شود که این مطلب در شکل ۶ (ب) مشاهده می‌شود. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده از وضعیت عملکرد فیلتر (شکل ۴ (ب)) و میزان حجم محاسبات به نظر می‌رسد با در نظر گرفتن سه تا چهار GGIW پوآسون برای مدل تخم‌ریزی، فیلتر PMBM پاسخ قابل قبولی ارائه می‌کند.



(الف)



(ب)

شکل ۶: زمان شبیه‌سازی مونت‌کارلو: (الف) با مدل تخم‌ریزی دارای سه عضو پوآسون و وزن‌های مختلف (ب) با وزن ثابت ۰/۰۹ و تعداد مختلف اعضای پوآسون

علاوه بر نکات مذکور، باید به این نکته دقت داشت که افزایش پوشش (تعداد اعضا پوآسون تخم‌ریزی) و وزن مدل تخم‌ریزی بخصوص در شرایطی که کلاتر با نرخ نامعلوم وجود دارد، ممکن است منجر به افزایش تعداد اهداف ردیابی شده غیرواقعی شود. یک روش برای حل این مسئله تنظیم بهینه پارامترهای فیلتر ردیاب بخصوص در بخش تولد و تخم‌ریزی است به صورتی که احتمال کشف اهداف صحیح بیشینه و تعداد اهداف غیرواقعی ردیابی شده کمینه شود. رویکرد دوم نیز تخمین به‌هنگام و توأم نرخ کلاتر محیط در فرایند تخمین است به‌طوری‌که فیلتر ردیاب بتواند به درک درستی از شرایط محیطی دست پیداکرده و احتمال ردیابی اهداف غیرواقعی کمینه شود. لازم به ذکر است حتی درصورتی‌که نرخ کلاتر معلوم باشد، عملکرد مطلوب مدل تخم‌ریزی تحت تأثیر حجم کلاتر نیز قرار خواهد داشت. به‌طوری‌که افزایش بی‌رویه وزن و پوشش مدل تخم‌ریزی در شرایطی که کلاتر شدیدی در فضای نظارت وجود داشته باشد، می‌تواند منجر به افزایش تعداد ردیابی‌های اهداف غیرواقعی شود.

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]
[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]

در این مقاله به‌منظور بهبود کیفیت ردیابی چندین هدف گروهی جداشونده، یک فیلتر PMBM اصلاح‌شده ارائه گردید. در فیلتر پیشنهادی، جداشوندگی یا همان تخم‌ریزی در اطراف اهداف در حال ردیابی با استفاده از اطلاعات موجود در چگالی اهداف موجود در بخش برنولی در قالب RFS پوآسون مدل شده تا از افزایش نمایی حجم محاسبات به دلیل افزایش تعداد فرضیه‌های تخصیص در بخش برنولی جلوگیری شود. با تحلیل نتایج به‌دست‌آمده در طی شبیه‌سازی‌های متعدد، تأثیر قابل‌توجه رویکرد پیشنهادی این مقاله در بهبود عملکرد فیلتر PMBM در تخمین اهداف گروهی جداشونده به‌وضوح قابل‌رؤیت می‌باشد. همان‌طور که انتظار می‌رود، با تنظیم مقدار پارامتر وزن و تعداد اعضا مجموعه پوآسون، فیلتر ردیاب عملکردی بهتری در قبال جداشوندگی اهداف از خود نشان می‌دهد؛ لیکن این بهبود عملکرد منجر به افزایش حجم و زمان محاسبات می‌گردد. بنابراین تنظیم بهینه این دو پارامتر نقش بسزایی در بهبود عملکرد کلی فیلتر خواهد داشت. لازم به ذکر است که تخمین پارامترهایی ازجمله نرخ کلاتر محیط و احتمال کشف سنجنده می‌تواند در کنار ساختار فیلتر PMBM اصلاح‌شده قرارگرفته و منجر به انعطاف بیشتر فیلتر ردیاب در شرایط مختلف شود. همچنین بهره‌برداری بیشتر از اطلاعات موجود در چگالی برنولی اهداف کشف‌شده ازجمله سرعت و جهت حرکت و نرخ مشاهدات دریافتی از هدف، منجر به عملکرد بهتر فیلتر در تشخیص جداشوندگی می‌شود که این موضوعات در پژوهش‌های آتی می‌تواند موردتوجه قرار بگیرد.

جدول ۴: معرفی متغیرهای مورداستفاده در مقاله

متغیر	توضیحات	متغیر	توضیحات
n_k	تعداد اهداف در لحظه k	r	احتمال وجود داشتن هدف
x_{k}^{i}	چگالی حالت هدف i	f^{MB}	چگالی حالت مجموعه برنولی چندتایی
X_{k}	مجموعه تصادفی شامل اهداف	$\mathrm{w}_{\mathrm{k}}^{a}$	وزن فرضیه تخصیص سراسری a
x_{k}	چگالی حالت GGIW هدف گروهی	p_{s}	احتمال بقا هدف
γ_{k}	پارامتر گاما بیانگر نرخ مشاهدات دریافتی از هدف	$\lambda_{\mathrm{k}}^{b}(.)$	تابع شدت تولد مجموعه پوآسون
x_{k}	بردار مشخصات حرکتی هدف با توزیع گوسی	p_{D}	احتمال کشف هدف توسط سنجنده
X_{k}	ماتریس شکل هدف گروهی با توزیع ویشارت معکوس	n_{SB}	تعداد عضو ثابت مجموعه پوآسون مدل تولد
Z_{k}	مجموعه تصادفی شامل مشاهدات دریافتی از سنجنده	n_{B}	تعداد اهداف موجود در بخش برنولی
m_{k}	تعداد مشاهدات دریافتی از سنجنده	w_{bs_i}	وزن عضو iاُم در مدل تولد ثابت
X^{u}	مجموعه تصادفی شامل اهداف کشف‌نشده	w_{b_i}	وزن عضو iاُم در مدل تولد متغیر (تخم‌ریزی)
X^{d}	مجموعه تصادفی شامل اهداف کشف‌شده	$\mathbf{m}_{i}^{Bern^{-}}$	بردار مشخصات حرکتی عضو iاُم برنولی
$f_{\mathrm{k}}^{\mathrm{u}}(.)$	تابع چگالی حالت مجموعه اهداف کشف‌نشده	$\lambda^{C}(.)$	تابع شدت مجموعه پوآسون مربوط به کلاترها
$f_{\mathrm{k}}^{\mathrm{d}}(.)$	تابع چگالی حالت مجموعه اهداف کشف‌شده	$\mathbf{m}_{ij}^{s}$	بردار مشخصات حرکتی تخم‌ریزی ناشی از هدف i برای عضو jاُم مجموعه تخم‌ریزی
$\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{k}}^{\boldsymbol{u}}(.)$	تابع شدت چگالی پوآسون اهداف کشف‌نشده		

جدول ۵: معرفی اصطلاحات پرکاربرد مورداستفاده در مقاله

اصطلاح	توضیحات
RFS	مجموعه تصادفی متناهی
PHD	چگالی فرض احتمالاتی
CPHD	چگالی فرض احتمالاتی اندازه شده
LMB	برنولی چندتایی برچسب‌دار
GLMB	برنولی چندتایی برچسب‌دار تعمیم‌یافته
PPP	فرایند نقطه‌ای پوآسون
MB	برنولی چندتایی
MBM	ترکیبات برنولی چندتایی
PMBM	پوآسون-ترکیبات برنولی چندتایی
GM	ترکیبات گوسی
GGIW	گاما-گوسی-ویشارت معکوس
GOSPA	تخصیص زیرالگو بهینه تعمیم‌یافته
RMS	ریشه میانگین مربعات

مراجع

[1] L. Guerlin, "Approches bayésiennes pour le suivi d'objets étendus appliquées à la lutte anti-drone et au véhicule autonome," Université Grenoble Alpes, 2022.

[2] S. Wei, Á. F. Garc\'\ia-Fernández, and W. Yi, "The Trajectory PHD Filter for Coexisting Point and Extended Target Tracking," arXiv Prepr. arXiv2210.03412, 2022.

[3] K. Granström and M. Baum, "A Tutorial on Multiple Extended Object Tracking," 2022, doi: 10.36227/techrxiv.19115858.v1.

[4] L. Guerlin, B. Pannetier, M. Rombaut, and M. Derome, "Study on group target tracking to counter swarms of drones," in Signal Processing, Sensor/Information Fusion, and Target Recognition XXIX, 2020, vol. 11423, pp. 8–27.

[5] S. Johnsen and A. Tews, "Real-time object tracking and classification using a static camera," in Proceedings of IEEE International Conference on

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]

[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]

[19] C. Fantacci, B.-T. Vo, F. Papi, and B.-N. Vo, "The Marginalized $$\backslash$delta $-GLMB Filter," arXiv Prepr. arXiv1501.00926, 2015.

[20] J. L. Williams, "Marginal multi-Bernoulli filters: RFS derivation of MHT, JIPDA, and association-based MeMBer," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 51, no. 3, pp. 1664–1687, 2015.

[21] Á. F. Garcia-Fernández, J. L. Williams, K. Granström, and L. Svensson, "Poisson multi-Bernoulli mixture filter: Direct derivation and implementation," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 54, no. 4, pp. 1883–1901, 2018.

[22] Y. Xia, K. Granstrcom, L. Svensson, and Á. F. Garcia-Fernández, "Performance evaluation of multi-Bernoulli conjugate priors for multi-target filtering," in 2017 20th International Conference on Information Fusion (Fusion), 2017, pp. 1–8.

[23] S. Wu, Y. Zhou, Y. Xie, and Q. Xue, "Robust Poisson multi-Bernoulli mixture filter using adaptive birth distributions for extended targets," Digit. Signal Process., vol. 126, p. 103459, 2022, doi: https://doi.org/10.1016/j.dsp.2022.103459.

[24] S. H. Rezatofighi, S. Gould, B. T. Vo, B.-N. Vo, K. Mele, and R. Hartley, "Multi-target tracking with time-varying clutter rate and detection profile: Application to time-lapse cell microscopy sequences," IEEE Trans. Med. Imaging, vol. 34, no. 6, pp. 1336–1348, 2015.

[۲۵] م. رییس دانایی, "اجرای فیلتر چگالی فرض احتمال توسط فیلتر ذره ای با متغیر کمکی و شدت زایش وفقی," پدافند الکترونیکی و سایبری, vol. سال پنجم, 1396 ,75–70 pp.

[26] B. Ristic, D. Clark, B.-N. Vo, and B.-T. Vo, "Adaptive target birth intensity for PHD and CPHD filters," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 48, no. 2, pp. 1656–1668, 2012.

[27] Á. F. Garcia-Fernández, Y. Xia, and L. Svensson, "A comparison between PMBM Bayesian track initiation and labelled RFS adaptive birth," in 2022 25th International Conference on Information Fusion (FUSION), 2022, pp. 1–8.

[28] H.-Y. Zhou, "Sequential Monte Carlo implementation and state extraction of the group probability hypothesis density filter for partly unresolvable group targets-tracking problem," IET Radar, Sonar Navig., vol. 4, no. 5, pp. 685-702(17), Oct. 2010.

[29] K. Granström and U. Orguner, "On Spawning and Combination of Extended / Group Targets Modeled With Random Matrices," vol. 61, no. 3, pp. 678–692, 2013.

[30] K. G. Murty, "An algorithm for ranking all the assignments in order of increasing cost," Oper. Res., vol. 16, no. 3, pp. 682–687, 1968.

[31] A. S. Rahmathullah, A. F. Garcia-Fernandez, and L. Svensson, "Generalized optimal sub-pattern Robotics and Automation, workshop on People Detection and Tracking, 2009, p. 25.

[6] L. Bao, F. Li, X. Di, P. Chen, M. Xiao, and J. Bai, "The influence of dual stealth aircraft formation cooperating with aerial bombing on the performance of monopulse radar," in 2020 International Conference on Artificial Intelligence and Education (ICAIE), 2020, pp. 467–470, doi: 10.1109/ICAIE50891.2020.00113.

[7] Y. Bar-Shalom, P. K. Willett, and X. Tian, Tracking and data fusion, vol. 11. YBS publishing Storrs, CT, USA:, 2011.

[8] S. S. Blackman, "Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking," IEEE Aerosp. Electron. Syst. Mag., vol. 19, no. 1, pp. 5–18, 2004.

[9] R. P. S. Mahler, Statistical multisource-multitarget information fusion, vol. 685. Artech House Norwood, MA, USA, 2007.

[10] R. J. Fitzgerald, "Track biases and coalescence with probabilistic data association," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., no. 6, pp. 822–825, 1985.

[11] T. Kropfreiter, F. Meyer, S. Coraluppi, C. Carthel, R. Mendrzik, and P. Willett, "Track coalescence and repulsion: MHT, JPDA, and BP," in 2021 IEEE 24th International Conference on Information Fusion (FUSION), 2021, pp. 1–8.

[۱۲] م. رییس دانایی, "بهبود اجرای فیلتر چگالی فرض احتمال کاردینالی توسط فیلتر ذره ای با متغیر کمکی," پدافند الکترونیک و سایبری, vol. 3, no. 4, pp. 23–41, 1394.

[13] R. P. S. Mahler, "Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 39, no. 4, pp. 1152–1178, 2003.

[۱۴] ا. رجحانی, م. یزدیان دهکردی, and ز. عظیمی فر, "ردیابی اهداف چندگانه ی تصویری در شرایط تصادم بوسیله فیلتر GM-PHD," in هفتمین کنفرانس ماشین بینایی و پردازش تصویر ایران, ۱۳۹۰.

[15] R. Mahler, "A theory of PHD filters of higher order in target number," in Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XV, 2006, vol. 6235, pp. 193–204.

[16] S. Reuter, B.-T. Vo, B.-N. Vo, and K. Dietmayer, "The labeled multi-Bernoulli filter," IEEE Trans. Signal Process., vol. 62, no. 12, pp. 3246–3260, 2014.

[17] B.-N. Vo, B.-T. Vo, and D. Phung, "Labeled random finite sets and the Bayes multi-target tracking filter," IEEE Trans. Signal Process., vol. 62, no. 24, pp. 6554–6567, 2014.

[18] Y. Zheng, Z. Shi, R. Lu, S. Hong, and X. Shen, "An efficient data-driven particle PHD filter for multitarget tracking," IEEE Trans. Ind. Informatics, vol. 9, no. 4, pp. 2318–2326, 2012.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]
[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]

assignment metric," in 2017 20th International Conference on Information Fusion (Fusion), 2017, doi: 10.23919/icif.2017.8009645.

[32] Y. Xia, K. Granström, L. Svensson, Á. F. Garcia-Fernández, and J. L. Williams, "Extended target Poisson multi-Bernoulli mixture trackers based on sets of trajectories," in 2019 22th International Conference on Information Fusion (FUSION), 2019, pp. 1–8.

[Downloaded from joc.kntu.ac.ir on 2026-11-24]

[DOI: 10.61186/joc.17.4.21]