

نشریه علمی - پژوهشی
انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی
جلد ۳، شماره ۴، زمستان ۱۳۸۸

فهرست مقالات

- ۱ مدل سازی و شناسایی تجربی پارامترهای یک سیستم سروهیدرولیک دورانی با حضور عدم قطعیت های ساختاری و اغتشاش
محمدحسن توفیقی، هادی سازگار، فرید نجفی، سیدحسین ساداتی
- ۱۱ کنترل حالت لغزشی مرتبه بالای سیستمهای غیرخطی با بهره سوییچینگ تطبیقی
علی کرمی ملایی، ناصر پریز، حسن مدیر شانه چی
- ۲۶ کاهش نوسانات عملگرها با استفاده از کنترل تطبیقی در یک تیر با میرایی تحت نیروی تعقیب کننده
امید کاویانی پور، عبدالmajid خوشنود، سیدحسین ساداتی، علی اصغر جعفری
- ۳۷ یک رویکرد فعال مبتنی بر تخمین خطای جهت طراحی کنترل کننده های تحمل پذیر خطای
مهرداد پژشکیان، محمدجواد خسروجردی
- ۴۶ رُویکرد جدیدی بر نمایش لم حقیقی کراندار در سیستمهای هم تراز
آلاء شریعتی، حمیدرضا تقی راد، بتول لبیی
- ۵۸ روشی نوین جهت افزایش مقاومت پیش بین کننده اسمیت در مقابل خطای مدل
منصوره اسماعیلی، منصور شیروانی
- ۶۵ کنترل فیدبک خروجی فازی تطبیقی برای کلاسی از سیستم های چند ورودی چند خروجی غیرخطی
و غیرقطعی
رضا شهنازی، ناصر پریز، علی وحیدیان کامیاد



مجله کنترل



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

نشریه علمی - پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - دانشگاه صنعتی خواجه
نصیرالدین طوسی، جلد ۳، شماره ۴، زمستان ۱۳۸۸

پست الکترونیکی: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزیا

سردبیر: پروفسور علی خاکی صدیق - تلفن: ۰۶۲۳۱۷ - پست الکترونیکی: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

سمت: استاد دانشگاه

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، دکتر حمید خالوزاده، دکتر علیرضا فاتحی

دبير اجرایی: دکتر حمید خالوزاده

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد) - پروفسور ایرج گودرزیا (استاد) - دکتر حمید خالوزاده (دانشیار) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد)

پروفسور علی غفاری (استاد) - دکتر حمیدرضا مؤمنی (دانشیار) - پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد) - پروفسور مسعود شفیعی (استاد) -

پروفسور بهزاد مشیری (استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مؤمنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری، دکتر حمید خالوزاده، دکتر محمد توکلی بینا، دکتر حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسرووری، دکتر محمد بطحایی، دکتر محمد تقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی، دکتر رویا امجدی فرد، دکتر سیدعلی اکبر موسویان، دکتر امیرحسین مرکزی دوابی، پروفسور محمد حابیری، دکتر کریم صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر احمد کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتوچی، دکتر میر عابدینی، دکتر علی هارون آبادی، پروفسور رجب اصغریان، پروفسور علی وحیدیان کامیاد، دکتر جعفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر پاکنوش کریم آقایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

مهندس عباس شعری مقدم، دکتر کیوان مسرووری، دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، دکتر فرزاد جعفر کاظمی، دکتر حمید خالوزاده، مهندس علیرضا رستگاری، مهندس علی کیانی، مهندس بهزاد طباطبائی یزدی

به نام خدا

فهرست مقالات

- ۱ مدل‌سازی و شناسایی تجربی پارامترهای یک سیستم سروهیدرولیک دوران با حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و اختشاش محمدحسن توفیقی، هادی سازگار، فرید نجفی، سید حسین سادati
- ۱۱ کنترل حالت لغزشی مرتبه بالای سیستمهای غیرخطی با بهره سوییچینگ تطبیقی علی کرمی ملایی، ناصر پریز، حسن مدیر شانه چی
- ۲۶ کاهش نوسانات عملگرها با استفاده از کنترل تطبیقی در یک تیر با میرایی تحت نیروی تعقیب کننده امید کاویانی پور، عبدالمجید خوشنود، سید حسین سادati، علی اصغر جعفری
- ۳۷ یک رویکرد فعال مبتنی بر تخمین خطای کنترل کننده‌های تحمل‌پذیر خطای مهدی پژشکیان، محمد جواد خسروجردی
- ۴۶ رویکرد جدیدی بر نمایش لم حقیقی کراندار در سیستمهای همتراز آلاء شریعتی، حمیدرضا تقی‌راد، بتول لیبی
- ۵۸ روشی نوین جهت افزایش مقاومت پیش‌بین کننده اسمیت در مقابل خطای مدل منصوره اسماعیلی، منصور شیروانی
- ۶۵ کنترل فیدبک خروجی فازی تطبیقی برای کلاسی از سیستم‌های چند ورودی چند خروجی غیرخطی و غیرقطعی رضا شهنازی، ناصر پریز، علی وحیدیان کامیاد

مجله کنترل، مجله‌ای علمی – پژوهشی است که در برگیرنده تازه‌ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق می‌باشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می‌باشد به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله میتوان به موارد زیر اشاره نمود:

- ۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی و بهینه سازی سیستمها.
- ۲) تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیشرفته همچون سیستم‌های کنترل خطی و غیرخطی، سیستم‌های کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستم‌های کنترل هوشمند، سیستم‌های کنترل تصادفی، سیستم‌های کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستم‌های ابعاد وسیع.
- ۳) مکاترونیک و رباتیک.
- ۴) ابزار دقیق و سیستم‌های ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
- ۵) اتوماسیون صنعتی همچون سیستم‌های کنترل گسترده، رابط انسان – ماشین، سیستم‌های ایمنی و تشخیص خطأ، سیستم‌های زمان حقيقی و سیستم‌های کنترل سوپر وایزری.

کاربردهای مورد علاقه این مجله، وسیع بوده و می‌تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

- ۱) سیستم‌های هدایت و ناوبری
- ۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
- ۳) فرآیندهای استخراج و فراوری موارد معدنی.
- ۴) سیستم‌های حمل و نقل و خودروهای خودکار.
- ۵) تولید و توزیع نیروی برق.
- ۶) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
- ۷) مهندسی تکنولوژی تولید.
- ۸) سیستم‌های اقتصادی و مالی.
- ۹) سیستم‌های اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه‌های صنعتی.
- ۱۰) مهندسی پزشکی.
- ۱۱) سیستم‌های آموزش هوشمند.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه‌های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت به عمل می‌آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می‌توانید به سایت مجله با آدرس www.isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویسها باید با فونت Zar ۱۲ و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسنده‌گان

آدرس پستی کامل همه نویسنده‌گان همراه با شماره تلفن و دورنگار (فکس) و نشانی پیام‌نگار (email) نویسنده عهده‌دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکسها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکسها نمی‌باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکسها جهت چاپ مقاله ضروری می‌باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسنده‌گان ظاهر گردد:

مقالات: [شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، نام کامل نشریه یا کنفرانس، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها: [شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسنده‌گان، عنوان کتاب، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها: کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخش‌های مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می‌توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر حجم مقالات در هنگام چاپ ۱۵ صفحه می‌باشد که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه می‌باشد. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه‌ای معادل ۲۵۰,۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه به حساب مجله واریز گردد.

فرایند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشت‌های پژوهشی می‌باشد. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- لازم است نسخه الکترونیکی مقاله به شکل pdf و word جهت داوری به نشانی مجله control@isice.ir ارسال شود.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال می‌گردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده‌دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- در صورتی که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید منحصراً محدود به موارد ذکر شده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هر گونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. در هر صورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.
- در صورتی که مقاله جهت چاپ پذیرفته شود، یک نسخه از مجله همراه با ۵ نسخه از مقاله به هر یک از نویسنندگان اهدا خواهد گردید.

حق کپی: در صورت تایید مقاله، نویسنندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نمایند. نویسنندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه‌برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزار دقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می‌آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر می‌توانید به سایت <http://www.isice.ir> مراجعه نمایید.



مدل‌سازی و شناسایی تجربی پارامترهای یک سیستم سروهیدرولیک دورانی با حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و اغتشاش

محمدحسن توفیقی^۱، هادی سازگار^۲، فرید نجفی^۳، سید حسین سادati^۴

^۱ دانشجوی دکتری دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، toufighi@alborz.kntu.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، hsazgar@sina.kntu.ac.ir

^۳ دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، fnajafi@kntu.ac.ir

^۴ استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، sadati@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۴/۶/۱۳۸۸، تاریخ پذیرش مقاله ۱۹/۱۰/۱۳۸۸)

چکیده: در این مقاله مدل‌سازی و شناسایی پارامترهای یک سیستم سروهیدرولیک دورانی، در حضور عوامل غیرخطی مربوط به جریان، مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا یک مدل دینامیکی غیرخطی از سیستم سروهیدرولیک دورانی مورد نظر شامل یک مدل رسته دو از دینامیک اسپول شیر سرو ارائه می‌گردد که بتواند به نحوی قابل قبولی رفتار سیستم را در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و اغتشاش بیان کند. بدون شک ارائه یک مدل مناسب از شیر و سیستم عملکرد می‌تواند موجب بهبود عملکرد کنترلی آن گردد. در نهایت تعیین پارامترها ثابت شیر و شناسایی مقادیر لحظه‌ای پارامترهای سیستم سروهیدرولیک دورانی به ترتیب به کمک روش‌های پاسخ فرکانسی و تخمین حداقل مریعات زمان-پیوسته^۱ صورت پذیرفته است. نتایج تجربی حاصل از این پژوهش حاکی از کاهش قابل ملاحظه زمان شناسایی پارامترها نسبت به موارد مشابه می‌باشد. کارایی این روش با ارائه یک مدل دینامیکی غیرخطی از سیستم و جایگذاری پارامترهای حاصله از شناسایی در این مدل و سپس مقایسه نتایج با سیستم اصلی به خوبی به اثبات رسیده است.

کلمات کلیدی: مدل‌سازی، شناسایی پارامتر، عملکرد، سروهیدرولیک

Modeling and Experimental Identification of a Rotary Servo-Hydraulic System in Presence of Noise and Structural Uncertainties

Mohammad Hasan Tofighi, Hadi Sazegar, Farid Najafi, Seyed Hossein Sadati

Abstract: In this paper, a study was done of the modeling and parameter identification of a rotary electro-hydraulic servo system in presence of noise and structural uncertainties. The mathematical model accounted for all the system dynamics, apart from few trivial assumptions that were put together to alleviate the complexity of the expressions. The behavior of the spool dynamics in servo-valve is modeled with an appropriate 2nd-order transfer function. In fact, electro-hydraulic systems are known to be highly nonlinear and non-differentiable due to many factors, such as leakage, friction, and especially, the fluid flow expression through the servo-valve. Then the system is written in linear parameters (LP) form and continuous-time least-squares estimation method is used to parameter identification of the system. Furthermore, the constant parameters of the valve can be identified using frequency response methods. In comparison with similar works, the experimental results present significant reduction in identification time. The method is validated with the nonlinear model of the system and substituting the procured parameters in the model.

Keywords: Modeling, Parameter Identification, Actuator, Servo-hydraulic.

¹ Continuous-time least-squares estimation

مسئله مدل‌سازی، تعیین پارامترها و در نهایت کنترل این سیستم‌ها را پیچیده نمایند.

الگوریتم‌های کنترلی خطی که بر مبنای یک مدل خطی شده از سیستم اصلی طراحی می‌شوند، برای کاربردهای ساده و معمولی مناسب بوده، اما خطی در نظر گرفتن مدل محدودیت‌های خاصی روی دامنه کاری و دقت کنترلی اعمال می‌کند^[۳]. الگوریتم‌های کنترلی غیرخطی مانند مدل‌لغزشی^[۴]، خطی‌سازی فیدبک^[۵] و گام‌باز گشته^[۶] نسبت به الگوریتم‌های خطی نتایج رضایت‌بخشی ارائه می‌دهند. ولی مشکل اصلی آن‌ها نیاز به یک مدل دینامیکی غیرخطی دقیق از سیستم می‌باشد، که بتواند به نحو قابل قبولی رفتار سیستم را در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و اغتشاش بیان کند. هرچند الگوریتم‌های کنترلی هوشمند از مدل دینامیکی بی‌نیاز می‌باشند^[۷]، اما متأسفانه با توجه به ماهیت غیرخطی بودن این الگوریتم‌ها هیچ روش کلی برای پایداری و مقاوم بودن آن‌ها وجود ندارد.

با توجه به نکات اشاره شده ارائه یک مدل دینامیکی مناسب از سیستم که بتواند در حین سادگی، رفتار واقعی سیستم را توصیف کند، بسیار ارزشمند خواهد بود. مدل ارائه شده باید تا حد امکان ساده باشد، چرا که تعیین پارامترها و طراحی کنترل برای یک مدل پیچیده خود یک مشکل اساسی است. از طرفی مدل باید آنقدر دقیق باشد که بتواند رفتار واقعی سیستم را به نحو مطلوبی توصیف کند. پژوهش‌های انجام شده در رابطه با مدل‌سازی و شناسایی سیستم‌های سروهیدرولیک را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم کرد. در دسته اول مطالعات بر روی یک عملگر ساده انجام می‌پذیرد، اما در دسته دوم پژوهش‌ها بر روی یک سیستم کلی که عملگر بخشی از آن می‌باشد، متصرک شده است. به عنوان یک نمونه از دسته اول می‌توان به ارائه یک مدل غیرخطی از یک عملگر سروهیدرولیک برای طراحی کنترل غیرخطی تعقب ورودی- خروجی (IO) اشاره کرد^[۸]. در این پژوهش مدل اصطکاکیک به عنوان یک نامعینی به کمک آزمون‌های آفلاین شناسایی و با توابع مشتق‌پذیر تقریب زده شده است. در مرجع [۶] شناسایی پارامترهای سیستم سروهیدرولیک دورانی با استفاده از روش حداقل مربعات بازگشته به صورت آفلاین صورت پذیرفته است. در این مرجع از یک مدل رسته یک برای دینامیک اسپول شیر استفاده گردیده است. به عنوان یک نمونه دیگر از دسته اول می‌توان از شناسایی مدل غیرخطی به فرم مشاهده‌گر کانونیکال برای یک عملگر سروهیدرولیک با استفاده از داده‌های ورودی و خروجی سیستم اشاره کرد^[۹]. با توجه به کاربرد وسیع و روز افزون عملگرهای هیدرولیکی در ماشین‌ها و تجهیزات صنعتی پژوهش‌های گسترده‌ای در زمینه دسته دوم صورت پذیرفته است. به عنوان یک نمونه از دسته دوم و یک کاربرد روباتیکی این عملگرهای می‌توان به مدل‌سازی و شناسایی پارامترهای عملگر بکار

۱- مقدمه

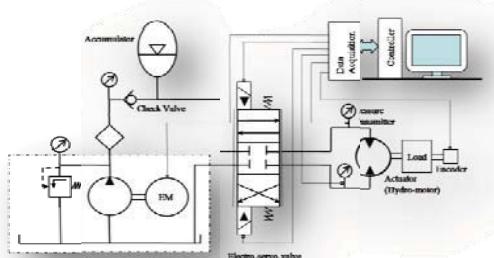
امروزه سیستم‌های رانش هیدرولیکی به دلیل مزایای بسیار آن‌ها، کاربرد گسترده‌ای در صنعت یافته‌اند. از جمله این مزایا می‌توان به بالابودن نسبت قدرت انتقال به وزن قطعات، روغنکاری و انتقال حرارت خودبخودی به دلیل خواص سیال، قابلیت اعمال گشتاورهای بزرگ، سرعت پاسخ بالا، پهنای باند بالا و نسبت اینرسی به گشتاور بالا اشاره کرد. ضمن اینکه پدیده‌های نظیر اشیاع مغناطیسی ماشین‌های الکتریکی در این سیستم‌ها وجود نداشته و باعث بالابودن دقت این سیستم‌ها بویژه در کنترل موقعیت می‌شود.

سیستم‌های سروهیدرولیک شامل اجزای مختلفی مانند شیرهای سرو، عملگرها و پمپ‌ها می‌باشند که مشخصات دینامیکی بسیار پیچیده، غیرخطی و متغیر با زمان دارند. به عنوان مثال با تغییر دمای کارکرد، پارامترهای حساس به دما مانند چگالی، ویسکوزیته و مدول بالاک تغییر می‌کنند. برای سیستم‌های هیدرولیکی که در مدت زمان طولانی و یا در دهه‌های متغیر کار می‌کنند این تغییرات پارامترها، قابل چشم پوشی نبوده^[۱-۲] و لازم است از کنترلرهای مختلفی جهت جرمان این تغییرات و تضمین عملکرد مطلوب سیستم استفاده نمود. محدوده کاربردها برای سیستم‌های سروهیدرولیک گسترده است و شامل مواردی چون سیستم‌های تولید، ماشین‌های تست مواد، سیستم‌های تعلیق فعال، ماشینکاری، تست خستگی، شیوه‌سازهای پرواز، ماشین‌های کاغذسازی، کشته‌ها، ماشین‌های ذوب تزریقی، روباتیک، تجهیزات نورد فولاد و آلومینیوم می‌شود. همچنین در هواپیما و موشک که نسبت توان به وزن و کنترل دقیق آن‌ها مهم است، سیستم‌های هیدرولیک یک انتخاب ایده‌آل برای به حرکت در آوردن سطوح کنترلی پرواز می‌باشد.

هرچند موتورهای الکتریکی نیز در بسیاری از این کاربردها استفاده می‌شوند، اما سیستم‌های کنترل حرکت که نیازمند نیروی خلی زیاد یا پهنای باند وسیع می‌باشند به طور موثرتر از اجزای الکتروهیدرولیک یاستفاده می‌نمایند. سیستم‌های سروهیدرولیک معمولاً برای کاربردهای با پهنای باند بزرگتر از ۲۰ هرتز یا توان کنترلی بزرگ‌تر از ۱۵ کیلووات مورد استفاده قرار می‌گیرند.

علاوه بر قابلیت ارائه نیروهای بالا در سرعت‌های سریع، سیستم‌های سروهیدرولیک فواید دیگری نسبت به سیستم‌های الکتریکی دارند. به عنوان مثال، سیستم‌های هیدرولیکی به لحاظ مکانیکی صلب‌تر هستند و برای یک سطح توان مشخص، فرکانس‌های شدید بالاتر، بهره حلقه کنترلی بالاتر، و عملکرد دینامیکی بهبود یافته‌تری را از خود به نمایش می‌گذارند. همچنین از ویژگی مهم خود خنک کنی برخوردار می‌باشند، چون سیال هیدرولیکی به عنوان یک محیط خنک کن به طور مؤثر حرارت را از عملگر و اجزای کنترلی به بیرون سیستم منتقل می‌کند. با این وجود، متأسفانه سیستم‌های هیدرولیک دارای آثار غیرخطی ذاتی متعددی هستند که می‌توانند

^۱ Backstepping



شکل ۱: سیستم سروهیدرولیک دورانی

شیرهای سرو برای تنظیم دبی سیال هیدرولیک و به موجب آن تنظیم حرکت سیستم‌های هیدرولیک بکار می‌روند. یک شیر سرو دو مرحله‌ای (پایلوت‌دار) شامل مرحله اول (پایلوت) و مرحله دوم (اصلی)^۵ است. در مرحله پایلوت، تحریک الکتریکی توسط موتور گشتاور^۶ الکترومغناطیسی انجام می‌گیرد که این موجب جابجایی زبانه در مقابل نازل‌ها^۷ و اختلاف فشار دو طرف نازل می‌گردد. این اختلاف فشار به دو طرف اسپول منتقل و موجب جابجایی آن می‌گردد. به دلیل طبیعت جریان سیال از روزنه داخلی شیر، این شیرها منابع اصلی دینامیک‌های غیرخطی در سیستم‌های هیدرولیک به شمار می‌آیند. فارغ از اینکه با چه دقیقی بدنده شیر و اسپول آن ساخته شده است، خاصیت جریان غیرخطی هموار در شیر وجود دارد. به علاوه، اغلب شیرها دارای عوامل غیرخطی دیگری از نوع ناهموار می‌باشند، به عنوان نمونه می‌توان به ناحیه مرده به خاطر فرا انطباق بودن^۸ اسپول شیر، هیسترزیس^۹ به خاطر اصطکاک ما بین اسپول و بدن شیر و یا خواص مغناطیسی سولونوئید، پدیده اشباع^{۱۰}، جابجایی صفر^{۱۱} اسپول و نیروی عکس العمل جریان سیال اشاره کرد. شیرهای سرو دو مرحله‌ای فرا انطباقی به عنوان یکی از عوامل اصلی پیچیدگی سیستم الکتروسروهیدرولیک مورد نظر به شمار می‌آیند که در آن‌ها معمولاً ترکیبی از دینامیک‌های غیرخطی هموار و ناهموار وجود دارند.

بدون ارائه یک مدل دینامیکی مناسب از شیر، مزایای سیستم‌های الکترو هیدرولیک ممکن است تحت الشاعع مسائل فوق قرار گیرد. در بسیاری از کاربردها، مدل‌های اجزای

گرفته شده در مفصل بازوی مکانیکی هیدرولیکی با عملکرد بالا اشاره کرد.^{۱۰} در مرجع [۱۱] برای عملکرد دورانی استفاده شده در یک جرثقیل یک مدل خطی شده ارائه شده است. یکی دیگر از کاربردهای دیگر این عملکردها در سیستم‌های تعليق می‌باشد. به عنوان نمونه در مرجع [۱۲] مدل سازی و شناسایی یک سیستم تعليق فعال هیدرولیکی خودرو صورت پذیرفته و شناسایی پارامترهای با استفاده از تست استاندارد ضربه ناگهانی انجام شده است. همچنین برای شناسایی پارامترها و حالت‌های یک سیستم تعليق خودرو فعال هیدرولیکی از یک مشاهدگر تطبیقی استفاده شده است.^{۱۳} در مرجع [۱۴] شناسایی پارامترهای هیدرولیکی یک راهروی کشتی^۱ بر اساس الگوریتم ژنتیک تعیین یافته صورت پذیرفته است. در مرجع [۱۵] به یافتن یک مدل دینامیکی ساده و قابل اعتماد از سیستم‌های پیچیده هیدرولیکی با استفاده از اختلال منفرد^۲ پرداخته شده است.

در مقاله حاضر، ابتدا یک مدل دینامیکی غیرخطی از سیستم سروهیدرولیک دورانی موجود در آزمایشگاه صورت پذیرفته است. مدل حاصله، دینامیک شیر سرو (شامل موتور گشتاور، اسپول شیر و سیال عبوری از روزنه‌های شیر) و هیدروموتور را دربر گرفته است. شناسایی مقادیر پارامترهای این سیستم به کمک روش‌های پاسخ فرکانسی و تخمین حداقل مرتعبات زمان-پیوسته صورت پذیرفته و نهایتاً الگوریتم شناسایی پیاده‌سازی شده، و نتایج شناسایی تجربی سیستم مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. همانطور که نتایج تجربی تایید می‌کند مجموعه مدل سازی و شناسایی انجام شده می‌تواند به نحو قابل قبولی رفتار سیستم را در حضور عدم قطعیت‌های ساختاری و اغتشاش بیان کند.

۲- مدل سازی دینامیکی سیستم

طرح کلی یک سیستم سروهیدرولیک دورانی در شکل (۱) نشان داده شده است. بخش‌های اصلی سیستم مورد نظر عبارتند از: موتور الکتریکی، پمپ هیدرولیکی، فیلتر، شیر اطمینان، انباره^۳، فشارستخ، مبدل فشار^۴، شیر سروهیدرولیک، موتور دورانی هیدرولیکی (هیدروموتور)، شیر یکطرفه، برد واسطه، کامپیووتر، بار و انکوادر. انباره، جهت تثیت فشار تغذیه سیستم بکار گرفته شده است.

^۵ Main (or Boost)

^۶ Torque-Motor

^۷ Flapper

^۸ Overlapping

^۹ Hysteresis

^{۱۰} Saturation

^{۱۱} Null shift

^۱ Ship Lock

^۲ Singular perturbation

^۳ Accumulator

^۴ Pressure Transmitter

تولیدی توسط بار صرف نظر کرد. تابع تبدیل یک مدار سری RL را می‌توان با رابطه (۱) بیان کرد.

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{sL_c + R_c} \quad (1)$$

که در آن L_c ضریب خودالقای سیم پیچ موتور و R_c مقاومت ترکیبی سیم پیچ موتور و مقاومت مسیر جریان تقویت کننده سرو می‌باشد. مقادیر ضریب خودالقایی و مقاومت برای ترکیب‌های سری و موازی سیم پیچ موتور توسط سازنده شیر ارائه می‌شوند. نیروی جانی روی اسپول شیر با جریان موتور گشتاور مناسب بوده، اما دبی در درگاه‌های کنترلی به افت فشار بار وابسته است.

۲-۱-۲- دینامیک اسپول شیر

یک شیر سرو وسیله پیچیده‌ای است که یک پاسخ غیرخطی مرتبه بالا از خود به نمایش می‌گذارد. یافتن مدل ریاضی دقیق شیر نیازمند دانستن پارامترهای داخلی آن می‌باشد. در حقیقت پارامترهای زیادی از قبیل اندازه‌های نازل و روزنه، مقادیر ثابت فررها، هندسه اسپول و غیره، که توسط سازنده برای تنظیم پاسخ شیر تعیین می‌شوند، معمولاً در اختیار مصرف‌کننده قرار نمی‌گیرند.

در عمل همه سیستم‌های فیزیکی برخی رفتارهای غیرخطی را از خود به نمایش می‌گذارند که این رفتارها می‌توانند از یک محدودیت پیش‌گیری حرکت و یا عواملی چون اصطکاک، هیسترزیس، سایش مکانیکی، یا لقی ناشی شوند. هنگام مدل‌سازی شیرهای سرو پیچیده، می‌توان با صرف نظر از هر گونه غیرخطی ذاتی و با اعمال یک تحلیل اغتشاش کوچک، دینامیک اسپول شیر را با یک مدل خطی تقریب زند [۱]. چنین مدل‌هایی غالباً بر مبنای معادلات دیفرانسیلی مرتبه اول و دوم شکل می‌گیرند و ضرایب آن، چنان انتخاب می‌شود که با پاسخ شیر حاصله از نمودارهای فرکانسی (که توسط سازنده داده می‌شود و با به صورت تجربی به دست می‌آید) متنطبق باشد. یک مدل ساده مرتبه اول یا دوم فقط یک تقریب برای رفتار واقعی ارائه می‌دهد. با وجود این، شیر سرو اولین عنصر دینامیکی در سیستم سرو‌هیدرولیک نیست و معمولاً چنان انتخاب می‌شود که فرکانس طبیعی آن حداقل سه برابر بزرگتر از فرکانس عملگر باشد. به این دلیل معمولاً فقط ضروری است تا پاسخ شیر به دقت در محدوده‌ای از فرکانس‌های نسبتاً کم مدل شود. لذا دینامیک اسپول شیر سرو می‌تواند طبق رابطه (۲) با یک تابع تبدیل مرتبه دو بدون کاهش جدی دقت تقریب زده شود.

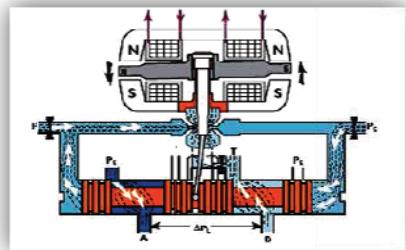
$$\frac{A_v(s)}{I(s)} = \frac{K_v \omega_v^2}{s^2 + 2\zeta_v \omega_v s + \omega_v^2} \quad (2)$$

ورودی سیستم، جریان موتور گشتاور (I_v) بر اساس معادله (۱) و خروجی آن سطح بازشدنگی دریچه کنترلی شیر (A_v) بوده، که معادل با حاصل ضرب جابجایی اسپول (x_v) در پارامتر ثابت عرض دریچه شیر (w) می‌باشد. این تابع تبدیل می‌تواند با توجه به پارامتر جریان اشباع

هیدرولیک می‌توانند به صورت ساده و خطی فرض شوند، ولی در کاربردهای کنترل دقیق جابجایی، غیرخطی‌های مختلف مذکور نمی‌توانند صرف نظر گردند. علاوه بر این، تئوری کنترل خطی نمی‌تواند به میزان کافی از عهده عوامل غیرخطی چون ناحیه مرده یا هیسترزیس برآید. لحاظ نمودن این غیرخطی‌ها در مدل دینامیکی آن‌ها در عین افزایش پیچیدگی مسئله، دارای اهمیت بالایی در کنترل موقعیت دقیق آن‌ها می‌باشد.

۲-۱-۲- مدل سازی شیر سرو

شیر سرو نوع فلاپر- نازل شامل سه قسمت اصلی موتور گشتاور الکتریکی، تقویت کننده هیدرولیکی و مجموعه اسپول شیر می‌باشد. موتور گشتاور شامل یک آرمیجر متصل به یک مفصل بوش جدار نازل که در فاصله هواپی یک میدان مغناطیسی تولید شده توسط یک جفت آهنربای دائم معلق می‌باشد. وقتی جریان در دو سیم پیچ آرمیجر جریان می‌باشد، دو سر آرمیجر پلاریزه شده و به یکی از قلب‌های آهنربا جذب و توسط دیگری دفع می‌شوند. این پدیده باعث اعمال یک گشتاور روی مجموعه فلاپر می‌شود که موجب چرخش حول بوش ثابت شده و تعادل جریان هیدرولیک را از طریق یک جفت نازل متقابل برهم می‌زنند. تغییر حاصله، اختلاف فشار بین دو انتهای اسپول را تغییر داده و موجب حرکت اسپول در داخل بوش می‌گردد.



شکل ۲: نمایش عملکرد شیر سرو به ازای ورودی الکتریکی

حرکت جانی اسپول، انتهای ساقمه‌ای فن فیدبک را به یک طرف هل می‌دهد و گشتاوری را روی مجموعه آرمیجر / فلاپر ذخیره می‌سازد. وقتی گشتاور فیدبک روی فلاپر با نیروهای مغناطیسی روی آرمیجر معادل می‌شود، سیستم به یک وضعیت تعادل می‌رسد، که در آن حال، آرمیجر و فلاپر در مرکز و موقعیت اسپول به صورت منحرف به یک طرف قرار دارند. جابجایی اسپول مسیرهای جریان بین درگاه‌های تغذیه، تانک و دو درگاه کنترلی را باز می‌کند و اجازه ورود / خروج روغن به / از عملگر را می‌دهد.

۲-۱-۱-۲- دینامیک موتور گشتاور

برای سادگی مشخصات الکتریکی موتور گشتاور شیر سرو back-emf می‌تواند به صورت یک مدار سری RL مدل و از آثار

سطح بازشدگی دریچه کنترلی شیر (A_v) صفر باشد، غیر ممکن خواهد بود. در موارد زیادی حرکت در یک جهت در نظر گرفته می‌شود تا از مشکلات مشتق‌گیری اجتناب شود، که این خود یک نقص بزرگ در جامع بودن مدل دینامیکی حاصله تحمیل می‌کند. برای برطرف کردن این نقص می‌توان تابع علامت را با یک تابع سیگموئید به فرم معادله (۶) تقریب زد.

$$\text{sigm}(x) = \frac{1 - e^{-ax}}{1 + e^{-ax}} \quad (6)$$

که یک تابع مشتق پذیر پیوسته با خواص ارائه شده، با رابطه (۷) می‌باشد.

$$\text{sigm}(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } ax \rightarrow \infty \\ 0, & \text{if } ax \rightarrow 0 \\ -1, & \text{if } ax \rightarrow -\infty \end{cases}; a > 0 \quad (7)$$

تخمین فوق موجب تضمین وجود جواب، تعیین آن به کنترل از سیستم‌های الکتروهیدرولیک با کاربردهای دو جهتی، و اجتناب از مشکلات مشتق‌پذیری می‌شود.

با استفاده از قانون دوم نیوتون، معادله حرکت عملگر دورانی هیدرولیکی، با فرض اصطکاک خشک ناچیز، طبق معادله (۸) می‌باشد.

$$D_m(P_{C1} - P_{C2}) = T_L + B_v \omega + J_m \frac{d\omega}{dt} \quad (8)$$

که در آن T_L گشتاور بار، B_v ضریب میرایی ویسکوز، J_m مجموع ممان اینرسی بار و هیدرومотор و ω سرعت زاویه‌ای هیدرومотор می‌باشد.

با انتخاب متغیرهای حالت $x_1 = \theta$ ، $x_2 = \dot{\theta}$ و $x_3 = P_L$ مدل فضای حالت غیرخطی رسته سه را می‌توان با رابطه (۹) بیان کرد.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = w_1 x_3 - w_2 x_2 - w_3 \\ \dot{x}_3 = p_1 A_v \sqrt{P_s - x_3 \text{sigm}(A_v)} - p_2 x_3 - p_3 x_2 \end{cases} \quad (9)$$

که در آن A_v از معادله (۲) به دست می‌آید. پارامترهای w_1 ، w_2 و w_3 می‌باشند. p_1 ، p_2 و p_3 نیز طبق معادله (۱۰) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{D_m}{J_m} & w_2 &= \frac{B_v}{J_m} \\ w_3 &= \frac{T_L}{J_m} & p_1 &= \frac{2\beta C_d}{V_t \sqrt{\rho}} \\ p_2 &= \frac{2\beta C_L}{V_t} & p_3 &= \frac{2\beta D_m}{V_t} \end{aligned} \quad (10)$$

در مدل دینامیکی ارائه شده با معادله ۲ برخی از دینامیک‌های کم اهمیت شیر نظیر پدیده اشباع، ناحیه مرده و خواص مغناطیسی سولنوتیوید در نظر گرفته نشده است. چرا که گنجاندن تمامی این دینامیک‌ها مدل نهایی را بسیار پیچیده خواهد کرد و شناسایی پارامترها و طراحی کنترل برای چنین مدلی بسیار مشکل خواهد بود. لذا مدل ارائه شده به‌نوعی عدم قطعیت‌های ساختاری دارد. محیطی که عملگر در آن قرار دارد ممکن است در معرض یک اغتشاش مانند تغییر دمای ناگهانی قرار

موجود در داده‌های سازنده شیر، نرمالیزه شود و خروجی مدل، سطح نرمالیزه شده بازشدگی شیر باشد.

۳-۱-۲- دینامیک سیال عبوری از روزنه‌های شیر

با فرض نشستی ناچیز، مرکز بحرانی بودن انطباق اسپول و تقارن روزنه‌ها، دبی کنترلی عبوری از روزنه‌های خروجی و ورودی شیر برابر و به صورت زیر می‌باشد [۱]:

$$Q_{C1} = Q_{C2} = C_d A_v \sqrt{\frac{P_s - P_L \text{sign}(A_v)}{\rho}} \quad (3)$$

که در آن P_L و P_s به ترتیب اختلاف فشار به خاطر وجود بار و فشار تعزیزی از پمپ بوده و طبق رابطه (۴) با فشارهای کنترلی خروجی شیر P_{C2} و P_{C1} رابطه دارند.

$$\begin{aligned} P_L &= P_{C1} - P_{C2} \\ P_s &= P_{C1} + P_{C2} \end{aligned} \quad (4)$$

در معادله (۴)، C_d ضریب تخلیه جریان و ρ چگالی سیال می‌باشد. تابع علامت در این معادله بینگر تغییر در جهت دبی عبوری از شیر می‌باشد. در واقع وقتی عملگر در جهت مثبت می‌چرخد، P_L مثبت است، در حالی که در جهت منفی چرخش عملگر، P_L منفی می‌باشد. تابع علامت با مشکل مشتق ناپذیری مواجه است، به ویژه هنگامی که در کاربردهای دو جهتی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۴-۲- مدل سازی عملگر شامل شیر سرو و هیدروموتور

رابطه بین دبی کنترلی شیر و فشار محفظه عملگر حائز اهمیت می‌باشد. چون چسبندگی سیال با دما تغییر کند. در دینامیک عملگر باقیستی اثر نشستی در نظر گرفته شود. تراکم پذیری روغن یک اثر فزاینده در محفظه‌های سینلندر ایجاد می‌کند که با حجم پیستون در تعامل است و منجر به یک پاسخ فرکانس پایین می‌شود. این عامل در همه سیستم‌های هیدرولیکی حضور داشته و در بیشتر حالات، پهنهای باند قابل استفاده را محدود می‌سازد. این اثر می‌تواند با استفاده از معادله پیوستگی جریان از مکانیک سیالات مدل شود که دبی خالص ورودی به یک مخزن را به حجم و فشار سیال داخلی مربوط می‌سازد. در نهایت معادله تراکم پذیری را می‌توان با رابطه (۵) بیان کرد.

$$\frac{V_t}{2\beta} \dot{P}_L = C_d A_v \sqrt{\frac{P_s - P_L \text{sign}(A_v)}{\rho}} - D_m \dot{\theta} - C_L P_L \quad (5)$$

که در آن C_L ضریب نشستی بار، β مدول بالک سیال، θ موقعیت زاویه‌ای خروجی، V_t حجم کل سیال تحت فشار و D_m جابجایی حجمی عملگر می‌باشد.

برای ایجاد سیگنال کنترلی و همچنین الگوریتم شناسایی، مشتق معادله (۵) مورد نیاز است. اما مشتق‌گیری از تابع علامت هنگامیکه

به منظور شناسایی پارامترهای (۱۰) لازم است الگوریتم مناسبی اتخاذ گردد. همانطور که در مقدمه اشاره شد، برخی از پارامترهای سیستم با گذشت زمان همواره در حال تغییر می‌باشند. لذا برای شناسایی مقادیر لحظه‌ای این پارامترها از روش تخمین حداقل مربعات زمان‌پیوسته خطأ استفاده شده است. این الگوریتم، خصوصاً در مواردی که سیستم نسبت به پارامترها خطی باشد، حجم محاسبات لازم جهت شناسایی را کاهش داده و شناسایی با سرعت بالایی صورت می‌پذیرد. پارامترهایی که باید شناسایی شوند فقط در معادلات دوم و سوم مجموعه معادلات (۹) قرار دارند. این معادلات طبق رابطه (۱۲) دوباره بازنویسی شده‌اند.

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = w_1 x_3 - w_2 x_2 - w_3 \\ \dot{x}_3 = p_1 A_v \sqrt{P_s - x_3 \operatorname{sigm}(A_v)} - p_2 x_3 - p_3 x_2 \end{cases} \quad (12)$$

با فرض عدم وجود بار خارجی ($W_3 = 0$)، معادلات (۱۲) را می‌توان به فرم ماتریسی (۱۳) بازنویسی کرد.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 & -x_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_v \sqrt{P_s - x_3 \operatorname{sigm}(A_v)} & -x_3 & -x_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} \quad (13)$$

همانطور که معادلات (۱۳) نشان می‌دهند، سیستم نسبت به پارامترها خطی می‌باشد، پس می‌توان از روش تخمین حداقل مربعات زمان‌پیوسته استفاده کرد. با فرض:

$$y(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \varphi(t)^T &= \begin{bmatrix} x_3 & -x_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_v \sqrt{P_s - x_3 \operatorname{sigm}(A_v)} & -x_3 & -x_2 \end{bmatrix} \\ \theta(t) &= \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

می‌توان نوشت:

$$y(t) = \varphi(t)^T \theta \quad (15)$$

معادله (۱۵) فرم کلاسیک یک سیستم با ساختار خطی نسبت به پارامترها می‌باشد. در این رابطه، $y(t)$ بردار متغیرهای مشاهده شده، $\varphi(t)$ ماتریس بازگشتی متغیرها و $\theta(t)$ بردار پارامترهای نامعلوم می‌باشد. اکنون تابع معیاری که باید کمینه شود، $V(\theta)$ و ماتریس $R(\theta)$ باشد. اکنون تابع معیاری که باید کمینه شود، $V(\theta)$ و ماتریس $R(\theta)$ به ترتیب با روابط (۱۶) و (۱۷) تعریف می‌شوند [۱۶].

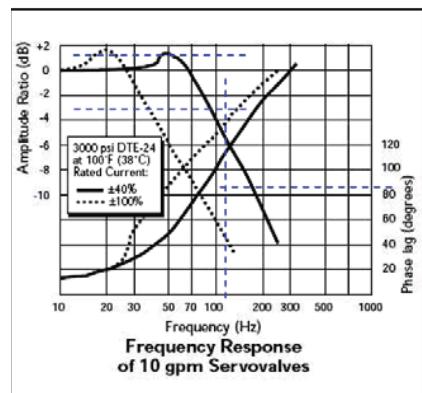
$$V(\theta) = \int_0^t e^{\alpha(s-t)} [y(s) - \varphi(s)^T \theta]^T ds ; \quad 0 < \alpha < 1 \quad (16)$$

بگیرد، که این می‌تواند سبب تغییر خواص روغن شود. اما چون شناسایی به صورت لحظه‌ای صورت می‌پذیرد، مدل ارائه شده در حضور اغتشاش نیز مناسب و کارگشا خواهد بود.

۳- الگوریتم شناسایی سیستم

در این پژوهش برای شناسایی پارامترهای سیستم از دو روش استفاده شده است. برخی پارامترها از کتاب‌های مرجع مربوطه و یا اطلاعات موجود در دفترچه راهنمای سازنده به دست می‌آیند. با این وجود برای تعیین برخی از پارامترهای سیستم نیاز به تأمین تجهیزات تست لازم، انجام آزمایشات تجربی و نیز بهره‌گیری از الگوریتم‌های مناسب شناسایی در کنار آن‌ها می‌باشد.

به منظور شناسایی پارامترهای تابع تبدیل (۲) می‌توان از روش پاسخ فرکانسی شیر از دفترچه راهنمای سازنده مطابق شکل (۳) می‌باشد.



شکل ۳: منحنی پاسخ فرکانسی شیر سرو مورد نظر

در این خصوص می‌توان مقادیر مناسب برای فرکانس طبیعی و نسبت میرایی را از این منحنی تعیین نمود. فرکانس طبیعی (ω_n) با دقت نسبتاً خوبی می‌تواند از ۳dB یا نقطه فاز ۹۰ درجه از منحنی خوانده شود. ملاحظه می‌شود که این مقدار تقریباً ۸۵ Hz می‌باشد. برای یک سیستم مرتبه دوم تحت میرایی^۱، نسبت میرایی (M_r) را می‌توان از رابطه (۱۱) با تخمین مقدار پیک منحنی نسبت دامنه ($M_{r\text{,}}^*$) محاسبه کرد.

$$M_r = \frac{1}{2\zeta_r \sqrt{1-\zeta_r^2}} \quad (11)$$

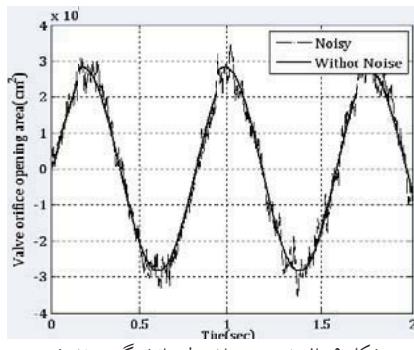
بر اساس شکل (۳)، تخمینی از مقدار پیک بر مبنای منحنی پاسخ ۱.۴% حدود ۱.۵dB می‌باشد که با یک نسبت دامنه پیک ($M_{r\text{,}}^*$) حدود ۱/۱۸۹ متناظر است ($1.5dB = 20 \log 1.189$). با استفاده از فرآیند تکرار، نسبت میرایی از معادله (۲) در حدود ۰/۴۸ به دست می‌آید.

^۱ under-damped



شکل ۵: چیدمان تجهیزات تست سیستم سرو‌هیدرولیک

با کمک الگوریتم ارائه شده در قسمت ۳، شناسایی لحظه‌ای پارامترهای سیستم بر اساس روش تخمین حداقل مربعات زمان-پوسته خطاب با تریس^۱ ثابت صورت می‌پذیرد. برای اینکه عملیات شناسایی سیستم به درستی انجام بگیرد باید سیگنال ورودی شامل فرکانس‌های لازم برای تحریک دینامیک سیستم باشد. برای این منظور می‌توان از سیگنال چریپ^۲ که شامل یک محدوده فرکانسی است، استفاده نمود. روش دیگر استفاده از مجموع چند سیگنال متنابض (مثلاً سینوسی) با فرکانس‌های مختلف می‌باشد. روشی که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است، ترکیب یک سیگنال سینوسی با یک نویز سفید گوسی می‌باشد. ورودی سینوسی با فرکانس (۸ rad/s) و دامنه (۰/۱ volt) می‌باشد. برای اطمینان از نتیجه یک نویز سفید با واریانس (۰/۰۰۲) می‌باشد. برای اطمینان از محاسبات، زمان نمونه‌برداری در حین شناسایی به میزان یک ثانیه در نظر گرفته شده است. شدت نویز ورودی به قدری انتخاب شده که اثر آن در حالت‌های سیستم کاملاً مشهود و تاثیرگذار باشد. شکل ۶ تاثیر نویز بر میزان سطح بازشدگی روزنه شیر را نشان می‌دهد.



شکل ۶: تاثیر نویز بر میزان سطح بازشدگی روزنه شیر

سنسورهای بکار گرفته شده در سیستم مورد نظر شامل دو سنسور فشار جهت اندازگیری فشار دو سر هیدرومотор و یک انکوادر برای اندازگیری موقعیت زاویه‌ای هیدرومотор می‌باشد. کمیت‌های x_2 ، \dot{x}_2 ، x_2^2 موقوعیت زاویه‌ای هیدرومотор می‌باشد.

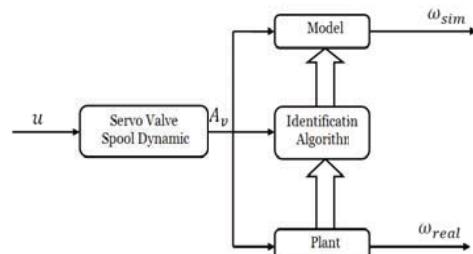
$$R(t) = \left(\int_0^t e^{\alpha(s-t)} \varphi(s)^T \varphi(s) ds \right) \quad (17)$$

در رابطه (۱۶)، α ضریب فراموشی می‌باشد. تابع $V(\theta)$ در واقع بیان کننده نوعی وزن‌گذاری متغیر با زمان در داده‌هاست که آخرین داده در زمان t دارای وزن واحد و داده زمان s دارای وزن $e^{(s-t)}$ می‌باشد.

با تعریف $P(t) = R(t)^{-1}$ و با فرض وارون پذیر بودن ماتریس $R(t)$ ، تخمینی که معادله (۱۶) را کمینه می‌کند، باید معادلات (۱۸) را ارضاء کند [۱۶].

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\theta}(t)}{dt} &= P(t)\varphi(t)e(t) \\ e(t) &= y(t) - \varphi(t)^T \hat{\theta}(t) \\ \frac{dP(t)}{dt} &= \alpha P(t) - P(t)\varphi(t)\varphi(t)^T P(t) \end{aligned} \quad (18)$$

با انتخاب یک مقدار اولیه مثبت با دترمینان مخالف صفر برای ماتریس $P(t)$ و با توجه به معادله (۱۷) می‌توان اطمینان حاصل کرد که ماتریس $R(t)$ همواره وارون پذیر خواهد بود. اکنون با استفاده از معادلات (۱۸) می‌توان پارامترهای نامعلوم سیستم را در هر لحظه شناسایی کرد و به معادلات حاکم بر سیستم به طور کامل دست یافت. طرح کلی الگوریتم شناسایی و مدل ارائه شده از سیستم در شکل (۴) ارائه شده است.



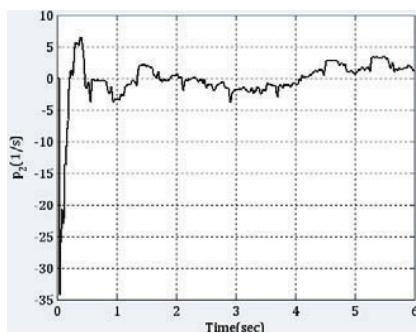
شکل ۴: بخش‌های مختلف شبیه‌سازی و شناسایی پارامترهای سیستم

همانطور که مشاهده می‌شود الگوریتم شناسایی با استفاده از مقادیر فشار و سرعت اندازه گیری شده سیستم اصلی و سطح بازشدگی شیر، پارامترها را شناسایی می‌کند. پس از تعیین مدل غیرخطی ارائه شده با معادلات (۱۲) تشکیل می‌شود. در شکل (۴)، W_{sim} و W_{real} به ترتیب بیانگر سرعت زاویه‌ای سیستم واقعی و سرعت حاصل از مدل ارائه شده می‌باشند.

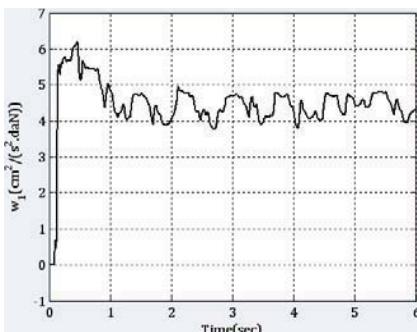
۴- پیاده سازی الگوریتم شناسایی

شکل (۵) نمای کلی سیستم آزمایشگاهی مورد استفاده به همراه معرفی بخش‌های مختلف آن را مطابق با سیستم نشان داده شده در شکل (۱) نشان می‌دهد.

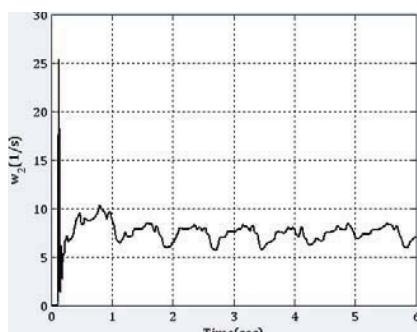
¹ Trace
² Chirp



نتایج شناسایی پارامترهای معادلات (۱۳) در شکل‌های (۹) تا (۱۳) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در همه موارد زمان شناسایی بسیار کم و در حدود ۱ ثانیه می‌باشد. این زمان به عنوان نمونه در مرجع [۶] حدود ۱۵ ثانیه گزارش شده است. با توجه به اینکه زمان شناسایی نشان داده شده در شکل‌های (۹) تا (۱۳) کوتاه می‌باشد (۶ ثانیه)، تغییرات خواص سیال مانند مدول بالک و چسبندگی روغون چندان قابل ملاحظه نبوده، لذا پارامترهای نشان داده شده در شکل‌ها نسبت به زمان، تقریباً ثابت هستند.

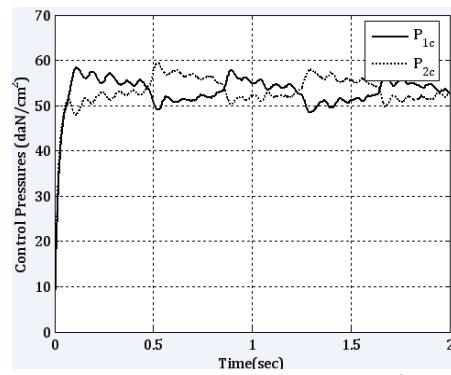


شکل ۹: نمودار شناسایی پارامتر w_1 بر حسب زمان

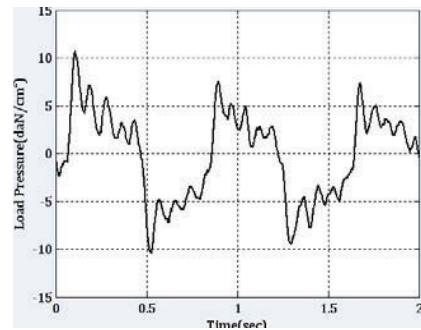


شکل ۱۰: نمودار شناسایی پارامتر w_2 بر حسب زمان

^۳ با مشتقگیری و فیلتر کردن سیگنال‌های اندازگیری شده توسط سنسورها محاسبه می‌شوند. با توجه به اینکه داده‌های حاصله از سنسورها، بویژه سنسورهای فشار همواره نویزی می‌باشند، بایستی از فیلترهای مناسب برای حذف یا کاهش نویزها استفاده کرد. در این خصوص نیاز به انتخاب نوع، رسته و سایر جزئیات فیلتر می‌باشد که این امر با سعی و خطای صورت پذیرفته است. نکته مهم در انتخاب مشخصات فیلتر آن است که فیلتر طراحی شده باید بتواند اثر نویزهای حاصل از محیط را تقریباً حذف نماید، لیکن نبایستی اثر نویز سیگنال ورودی را کاملاً خنثی سازد و مانع از انجام درست عملیات شناسایی سیستم گردد. فیلتر بکار گرفته شده یک فیلتر با تراویث^۱ پایین گذر درجه ۱ با فرکانس قطع ۵۰ rad/s می‌باشد. در شکل‌های (۷) و (۸) به ترتیب نمودارهای فشارهای کنترلی دو طرف عملکر و فشار بار پس از بکارگیری فیلتر نشان داده شده است.



شکل ۷: فشارهای کنترلی در دو طرف هیدرومотор



شکل ۸: فشار بار

^۱ Butterworth

(۱۴) این مطلب را تأیید می‌کند. با میانگین گرفتن از مقادیر پارامترهای حاصله در محدوده ۱ تا ۶ ثانیه نتایج زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} w_1 &= 4.2 \text{ cm}^2 / (\text{s}^2 \cdot \text{daN}) & w_2 &= 7.1 / \text{s} \\ p_1 &= 9212.7 (\text{daN})^{1/2} / (\text{cm}^3 \cdot \text{s}) & p_2 &= 0.4 / \text{s} \\ p_3 &= 84.7 \text{ daN/cm}^2 \end{aligned}$$

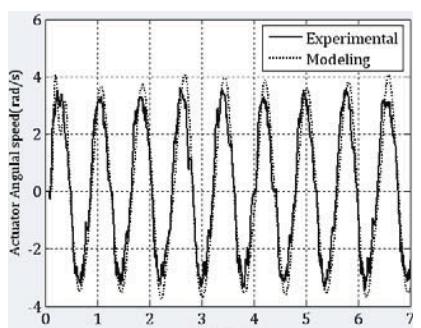
با استفاده از روابط (۱۱)، پارامترهای فیزیکی سیستم را می‌توان به دست آورد. در صورتی که پارامتر جابجایی حجمی عملکر هیدرولیکی را بر اساس داده‌های دقترچه راهنمای آن برابر با $D_m = 6.5 \text{ cm}^3/\text{rad}$ و پارامترهای خواص فیزیکی روغن را برای روغن هیدرولیک استاندارد به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$\begin{aligned} \rho &= 8.7 * 10^{-7} \text{ daN.s}^2/\text{m}^4 \\ \beta &= 1.1 * 10^4 \text{ daN/cm}^2 \end{aligned}$$

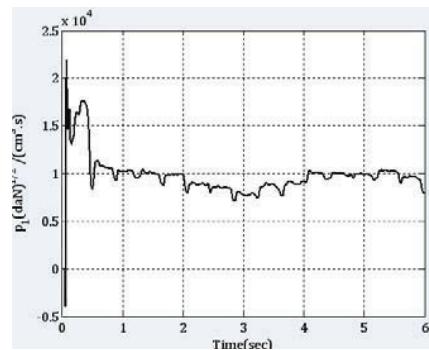
سایر پارامترهای روابط (۱۱) به شرح زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} V_t &= 1.69 * 10^3 \text{ cm}^3 \\ C_d &= 0.66 \\ J_m &= 1.55 \text{ daN.s}^2.\text{cm} \\ B_v &= 11 \text{ daN.s.cm} \\ C_L &= 0.03 \end{aligned}$$

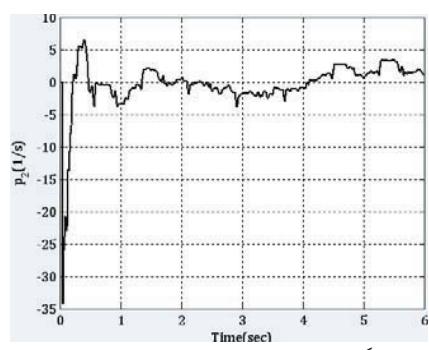
با توجه به اینکه مقادیر حاصله اخیر در محدوده متعارف خود قرار دارند، می‌توان گفت که شناسایی مجموعه پارامترها به طور کلی با دقت مطلوبی صورت گرفته است. در شکل ۱۵ نمودار سرعت سیستم واقعی و سرعت حاصل از مدل‌سازی و شناسایی پارامترها شان داده شده است. با دقت در شکل (۱۵) می‌توان گفت که مدل دینامیکی و الگوریتم شناسایی ارائه شده به طور کلی می‌تواند به نحو قابل قبولی رفتار سیستم را علیرغم وجود عدم قطعیت‌های ساختاری و اغتشاش بیان کند.



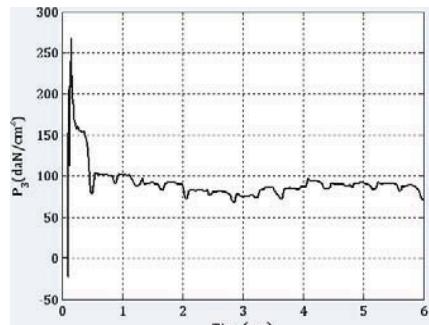
شکل ۱۵: نمودار سرعت سیستم واقعی و سرعت حاصل از مدل‌سازی و شناسایی پارامترها



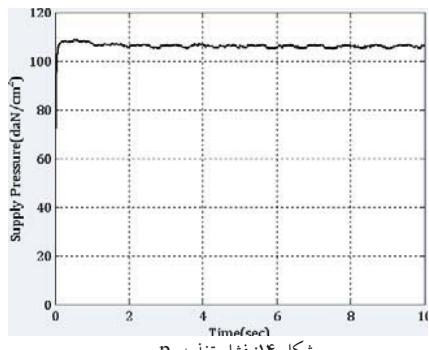
شکل ۱۱: نمودار شناسایی پارامتر p_1 بر حسب زمان



شکل ۱۲: نمودار شناسایی پارامتر p_2 بر حسب زمان



شکل ۱۳: نمودار شناسایی پارامتر p_3 بر حسب زمان



شکل ۱۴: فشار تغذیه

با توجه به اینکه در این سیستم ابزاره بکار رفته است، انتظار می‌رود که فشار تغذیه در حین کار کرد سیستم تقریباً ثابت باشد. شکل

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا یک مدل دینامیکی غیر خطی از سیستم سروهیدرولیک دورانی مورد نظر برای شیر سرو شامل موتور گشتاور،

- Electrohydraulic Servo System Based on Nonlinear Backstepping" *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*.
- [7] Karimi M., Najafi F., Sadati H. & Saadat M., 2007, "Application of a flexible structure artificial neural network on a servo-hydraulic rotary actuator", *Springer, Int J Adv Manuf Technol.* .
- [8] Ayalew, B., July 2007, "Robustness to Friction Estimation for Nonlinear Position Control of an Electrohydraulic Actuator", *American Control Conference*, 100-105, New York.
- [9] Jelali M., Schwarz H., October 1995, "Nonlinear Identification of Hydraulic Servo-Drive Systems", *IEEE Control Systems*.
- [10] Bilodeau, G., Papadopoulos, E., 1997, "Development of a hydraulic manipulator servo actuator model: simulation and experimental validation", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*.
- [11] La Hera P. M., Mettin U., Westerberg S. and Shiriae A. S., 2009, "Modeling and Control of Hydraulic Rotary Actuators used in Forestry", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Japan.
- [12] Tan H-S., Bradshaw T., June 1997, "MODEL Identification of an automotive hydraulic active suspension system", *American Control Conference*, New Mexico.
- [13] Rajamani R., Hedrick J. K., MARCH 1995, "Adaptive Observers for Active Automotive Suspensions: Theory and Experiment", *IEEE Transaction on control systems technology*.
- [14] Zhenghua G. Zhiyong D., 2008, "Intelligent Identification on Hydraulic Parameters of Ship Lock Based Generalized Genetic Algorithms", *International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*.
- [15] Acuna-Bravo W., Canuto E., Malan S., Colombo D., Forestello M. and Morselli R., 2009, "Fine and simplified dynamic modelling of complex hydraulic systems", *American Control Conference*, USA.
- [16] Astrom K. J. and Wittenmark B., *Adaptive Control*, Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.
- اسپول شیر، سیال عبوری از روزنده‌های شیر و هیدرومотор ارائه شده است. سپس پارامترهای ثابت شیر با استفاده از منحنی پاسخ فرکانسی ارائه شده توسط شرکت سازنده استخراج شده است. جهت شناسایی مقادیر لحظه‌ای پارامترهای متغیر با زمان سیستم، الگوریتم شناسایی تخمین حداقل مربعات زمان-پیوسته بکار گرفته شده است. همانطور که نتایج تجربی ارائه شده در بخش قبل نشان می‌دهد، زمان شناسایی پارامترها بسیار کوتاه و در حد یک ثانیه می‌باشد. با توجه به اینکه مقادیر J_m و B_v , C_L , C_d , V_t حاصله از پارامترهای شناسایی شده در محدوده متعارف خود قرار دارند، بعلاوه سرعت حاصله از مدل‌سازی و شناسایی با سرعت واقعی سیستم همخوانی بسیار خوبی دارد می‌توان گفت که مجموعه عملیات مدل‌سازی و شناسایی به طور کلی نسبتاً خوب صورت پذیرفته است. در نهایت کارایی این مدل‌سازی و شناسایی صورت پذیرفته با مقایسه سرعت هیدرومotor حاصله از مدل و نیز سرعت واقعی اندازه‌گیری شده با اعمال ورودی یکسان به خوبی به اثبات رسیده است.
- ## ۶-تقدیر و تشکر
- در اینجا لازم است از مسئولین محترم آزمایشگاه‌های عملگرها و واقعیت مجازی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی که در انجام این پژوهش مساعدت فراوانی داشته‌اند تقدیر و تشکر به عمل آید.
- ## مراجع
- [1] Merritt, H. E., *Hydraulic Control Systems*, John Wiley, 1967.
 - [2] Toufighi, M. H., Sadati, S. H., Dec. 2008, "Assessment and Analysis for the Role of Fluid Properties-Specially Bulk Modulus-on Control of Strategic Cruise Systems", *Second Cruise Systems Conference*, Iran, Tehran, In Persian,.
 - [3] Lim, T. J., 1997, "Pole placement control of an electro-hydraulic servo motor", *Int. Conf. Power Electron. Drive Syst.* .
 - [4] Chen H.-M., Renn J.-C., and Su J.-P., 2005, "Sliding mode control with varying boundary layers for an electro-hydraulic position servo system", *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 26, 117–123.
 - [5] Hahn H., Piepenbrink A., and Leimbach K.-D., Aug. 1994, "Input/output linearization control of an electro servo-hydraulic actuator", *3rd IEEE Conf. Control Appl.*, Glasgow, U.K. .
 - [6] Kaddissi C., Kenn'e J-P. and Saad M. February 2007, "Identification and Real-Time Control of an



کنترل حالت لغزشی مرتبه بالای سیستمهای غیر خطی با بهره سویچینگ تطبیقی

علی کرمی ملایی^۱، ناصر پریز^۲، حسن مدیر شانه چی^۳

^۱ دانشجوی دکترا مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه فردوسی مشهد (akarami@wali.um.ac.ir)

^۲ دانشیار دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه فردوسی مشهد (n-pariz@um.ac.ir)

^۳ استاد باز نشسته دانشگاه فردوسی مشهد، مشغول به تدریس در دانشگاه ایلینوی آمریکا (shanechi@iit.edu)

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۸/۶/۳۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۸/۱۲/۲)

چکیده: در این مقاله، کنترل سیستمهای غیر خطی با روش حالت لغزشی مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از بهره سویچینگ تطبیقی و فیدبک حالت خطی و تعریف یک سطح لغزشی تابعی-انتگرالی، روش جدیدی ارایه شده است که قابل اعمال بر روی سیستمهای تک ورودی- تک خروجی می باشد. هدف، سنکرون سازی خروجی سیستم تک ورودی- تک خروجی و مشتقات آن تا مرتبه ای مشخص، با یک سیستم خطی با مشخصات دلخواه است. مهمترین خصوصیت روش ارایه شده این است که برخلاف روش‌های دیگر، در این روش به کران بالای نامعینی ها و عدم قطعیت‌های سیستم نیازی نیست و در عین حال بهره سویچینگ مطابق با شرایط سیستم افزایش و کاهش می یابد. بنابراین با ترکیب کنترل لغزشی مرتبه بالا و بهره سویچینگ تطبیقی وزوز حذف خواهد شد. در نهایت، روش پیشنهادی برای سنکرون سازی سیستمهای آشوبی استفاده شده است.

کلمات کلیدی: کنترل حالت لغزشی مرتبه بالا، کنترل سیستمهای غیر خطی، کنترل تطبیقی، وزوز.

Higher Order Sliding Mode Control of Nonlinear Systems with Adaptive Switching Gain

Ali Karami-Mollaee, Naser Pariz, Hasan Shanechi

Abstract: In this paper, we present a new method for designing higher order sliding mode controller (HOSMC) with adaptive switching gain by defining a new PI sliding surface and employing a linear state feedback. The objective is to force the outputs of a nonlinear SISO system and their derivatives up to a certain order, track the states of a linear system with desired properties. The main property of proposed controller is that it does not need an upper bound for the uncertainty and moreover, the switching gain increases and decreases according to the system circumstances by employing an adaptation procedure. Then, chattering is removed completely by using the HOSMC with a small switching gain. Finally, we have used the proposed method to control and synchronize of chaotic uncertain systems.

Keywords: Higher order sliding mode control, nonlinear systems, chattering, adaptive control.

طراحی شده بر روی سیستمهای حقیقی را با مشکل مواجه می کنند [۴،۲۵]. مهمترین دلیل توجه به کنترل حالت لغزشی، خاصیت تغییر تابدیری آن است. تغییر تابدیری خصوصیت و معیاری است قویتر از مقاوم بودن [۴]. از طرفی، مهمترین ایجاد کنترل حالت لغزشی، وزوز می باشد. وزوز عبارت است از نوسانهای فرکانس بالا (ولی محدود) با دامنه کم، که موجب تلفات حرارتی در مدارهای قدرت و استهلاک قطعات

۱- مقدمه

در دهه های اخیر، تلاش‌های قابل ملاحظه ای برای کنترل سیستمهای غیر خطی با روش حالت لغزشی انجام شده است [۱]. در این مدت نشان داده شده است که کنترل حالت لغزشی، روش مناسبی برای مقابله با نامعینی های ساختار یافته و ساختار نیافته، اغتشاش و نویز می باشد. واضح است که این عوامل، همواره تحقق کننده های

نظر قرار گیرد، کاهش بهره سوییچینگ است. یک روش برای کاهش این بهره، استفاده از روش‌های تطبیقی است. در این مقاله، روش پیشنهاد شده است که در آن، کنترل حالت لغزشی مرتبه بالا با بهره سوییچینگ تطبیقی قابل پیاده سازی است. در این روش بهره سوییچینگ مطابق با شرایط سیستم افزایش و کاهش می‌یابد. بنابراین در روش پیشنهادی، عوامل ایجاد وزوز حذف شده اند. زیرا از طرفی، به دلیل استفاده از روش مرتبه بالا سیگنال کنترل ورودی بدون سوییچینگ بوده و از طرف دیگر به دلیل تطبیقی، بهره سوییچینگ بزرگ نخواهد بود. بنابراین، عواملی که باعث تحریک و نوسانی شدن دینامیکهای مدل نشده می‌شوند، وجود نخواهد داشت. خصوصیت دیگر روش پیشنهادی این است که برخلاف روش‌های دیگر، در این روش به کران بالای نامعینی های سیستم نیازی نیست. به علاوه همانطور که کنترل حالت لغزشی بهینه در [۲۰] بررسی شده است، در روش پیشنهادی، با انتخاب مناسب پارامترها، شرایط بهینه بدون نیاز حصول خواهد شد.

سیستمهای آشوبی، غیر خطی و بسیار پیچیده بوده و رفتار آنها دارای خواص ویژه ای است. به عنوان مثال، پاسخ آنها به شدت وابسته به شرایط اولیه بوده و دارای تبدیل فوریه ای با طیف فرکانسی بسیار گسترده هستند. به علاوه رفتارهای کسری از خود نشان می‌دهند [۲۱، ۲۲]. با وجود این پیچیدگی ها، به دلیل اینکه پدیده های آشوبی به وفور در سیستمهای طبیعی مشاهده می‌شوند، الگوریتمهای زیادی برای کنترل و همزمان سازی آنها پیشنهاد شده اند. آشوب در پدیده های شیمیایی، مدل‌های قدرت، سیستمهای زیست-محیطی، پردازش اطلاعات، مخابرات امن و ... مشاهده می‌شود [۲۲]. پیچیدگی سیستمهای آشوبی، خاصیت تغییر ناپذیری کنترل حالت لغزشی و عملکرد مناسب این روش در صورت حذف اثر وزوز، انگیزه ای است برای کنترل این سیستمهایها با روش حالت لغزشی. در این مقاله، روش پیشنهادی، برای کنترل و همزمان سازی سیستم آشوبی دافینگ-هولمز (Duffing-Holmes) استفاده شده است [۲۳].

این مقاله بر این اساس سازماندهی شده است: در بخش دوم، صورت مساله کنترل کننده مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش سوم روش پیشنهادی ارایه شده و در بخش چهارم، بهره سوییچینگ تطبیقی پیشنهادی بررسی می‌شود. در بخش پنجم، نحوه انتخاب پارامترها برای بهینه شدن روش پیشنهادی توضیح داده می‌شود. بخش ششم، به شیوه سازی روش پیشنهادی در بخش‌های ۴ و ۵ اختصاص داده شده است. در نهایت در بخش هفتم، نتیجه گیری ارایه خواهد شد.

مکانیکی می‌شود [۵]. وزوز در اثر تحریک و نوسانی شدن دینامیکهای فرکانس بالای مدل نشده و یا ناشناخته سنسورها، محركها و یا خود سیستم بوجود می‌آید [۳۶، ۳۷]. به طور کلی این دینامیکهایها به دلیل تحریک شده و نوسانی می‌شوند: استفاده از بهره بزرگ در کنترل کننده و سوییچینگ سیگنال کنترل ورودی [۱].

پنج روش برای کاهش و یا حذف اثر وزوز پیشنهاد شده است: روش لایه مرزی، لایه مرزی تطبیقی، روش مبتنی بر روینگر، روش‌های هوشمند و روش مرتبه بالا. هر چند که در روش‌های لایه مرزی و لایه مرزی تطبیقی خاصیت تغییر ناپذیری سیستم ازین می‌رود، ولی دلیل توجه به این روشها این است که در آنها سوییچینگ سیگنال کنترل ورودی کاهش یافته و یا حذف می‌شود [۸]. اما مشکل مهمتر این دو روش، استفاده از بهره بزرگ در داخل لایه مرزی می‌باشد [۲۹، ۲۹]. این بهره بزرگ باعث ناپایداری در داخل لایه مرزی شده که این پدیده همان وزوز است [۱۷]. در روش‌های مبتنی بر روینگر، وزوز به طور کامل حذف می‌شود [۱۳]. ولی در این روشها نیز خاصیت تغییر ناپذیری سیستم ازین می‌رود زیرا در این روشها، حالت‌های تاخیم زده شده به سمت سطح لغزش سوق داده می‌شوند نه حالت‌های خود سیستم. به عبارت دیگر، به دلیل مجانبی بودن پایداری روینگر، نه تنها خاصیت تغییر ناپذیری ازین خواهد رفت بلکه ممکن است خاصیت مقاوم بودن سیستم حلقه بسته نیز کاهش یابد [۱۰، ۱۰]. بنابراین، برای پیاده سازی کنترل حالت لغزشی روش‌های هوشمند مورد توجه قرار گرفته اند [۱۱، ۱۲]. به هر حال تواناییهای روش‌های هوشمند بر هیچ محققی پوشیده نیست ولی این روشها نیز نمی‌توانند بر طرف کننده نیاز به یک روش تحلیلی مدون مبتنی بر روش‌های غیرخطی باشند [۱۳].

با توجه به توضیحات بیان شده، کنترل حالت لغزشی مرتبه بالا برای حذف کامل وزوز پیشنهاد شده است [۱۴، ۱۵]. در این روش، سوییچینگ به مشتقات بالاتر سیگنال کنترل ورودی منتقل می‌شود [۱۴، ۱۵]. الگوریتمهای زیادی برای پیاده سازی کنترل حالت لغزشی مرتبه دو پیشنهاد شده است [۱۵، ۱۶]. اما همانطور که بیان شد، وزوز فقط با حذف سوییچینگ از سیگنال کنترل ورودی حذف نخواهد شد. به عنوان مثال، در مراجع [۱۷، ۱۸] نشان داده شده است که امکان بروز وزوز در الگوریتم power-fractional (که در [۱۹] پیشنهاد شده است) و در الگوریتم super-twisting (که در [۱۵] پیشنهاد شده است) وجود دارد زیرا، در هر دو روش از بهره کنترل کننده نامحدود استفاده می‌شود [۱۷، ۱۸]. بنابراین به وضوح دیده می‌شود برای حذف وزوز، پارامتر دیگری که باید در پیاده سازی کنترل کننده حالت لغزشی مورد

$$Y_d = [y_d, y_d^{(1)}, \dots, y_d^{(\rho-1)}]^T \quad (4)$$

$\rho \geq r$ بوده و در حالت کلی عناصر بردار سطحی F متغیر با زمان می‌باشند.

$$F = [a_1(t), a_2(t), \dots, a_\rho(t)] \quad (5)$$

تعریف: خروجی سیستم (۲) را در نظر گرفته و فرض کنید سیستم دارای فیدبک دینامیکی حلقه بسته ای به صورت ناپیوسته است. به علاوه با وجود این فیدبک ناپیوسته، توابع آنگاه $h^{(i)} : R^n \times R^+ \rightarrow R : i = 0, 1, \dots, \rho - 1$ پیوسته باشند.

$$H^\rho = \{X \mid h(X, t) = \dot{h}(X, t) = \dots = h^{(\rho-1)}(X, t) = 0\} \quad (6)$$

مجموعه لغزشی مرتبه ρ نامیده می‌شود. این مجموعه غیر تهی بوده و به صورت فیلیپوف (Filippov) و محلی یک مجموعه انتگرال پذیر است [۲۷]. اگر حالتهای سیستم در مجموعه H^ρ قرار گیرند، آنگاه نسبت به خروجی h ، کنترل حالت لغزشی مرتبه ρ خواهیم داشت [۲۴، ۲۵]. در این حالت، با مشتق گیری از خروجی h به معادله زیر دست خواهیم یافت [۲۶].

$$y^{(\rho)} = \varphi(X, U, t) + \gamma(X, U, t)u^{(\rho-r)} \quad (7)$$

در این معادله $U = [u, \dot{u}, \dots, u^{(\rho-r-1)}]^T$ بوده و φ و γ توابع ناشناخته کراندار می‌باشند. این کرانها می‌توانند مشخص و یا نامشخص باشند. به علاوه فرض کنید $0 \neq \forall t \geq 0 : \gamma(t) \neq 0$. به طور کلی، این فرضها محدود کننده نیستند [۱۴، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۲۶]. بنابراین، در کنترل حالت لغزشی مرتبه ρ ، سیگنال $u^{(\rho-r)}$ می‌تواند ناپیوسته باشد ولی زمان رسیدن به سطح لغزشی باید محدود باشد [۲۶-۲۴].

۳. طراحی کنترل کننده

ابتدا متغیرهای زیر را تعریف می‌کنیم:

$$Y = [y, y^{(1)}, \dots, y^{(\rho-1)}]^T \quad (8)$$

$$e = y - y_d \quad (9)$$

$$E = [e, e^{(1)}, \dots, e^{(\rho-1)}]^T \quad (10)$$

۲- تشریح صورت مساله

کنترل حالت لغزشی دارای سه مرحله است: مرحله رسیدن به سطح (زمان لازم برای برخورد به سطح)، مرحله لغزش (زمان لازم برای لغزش بر روی یک سطح پایدار) و مرحله ماندگار (مبدأ مختصات). به منظور حفظ خاصیت تغییر ناپذیری در مراحل لغزش و ماندگار و تضمین رسیدن به سطح در زمان محدود، استفاده از قانون رسیدن زیر الزامی است [۴]:

$$\dot{s} = -\eta \operatorname{sign}(s) \quad (11)$$

در این معادله η عدد مثبتی است که به اندازه کافی بزرگ می‌باشد. واضح است که استفاده از این تابع علامت، سوییچینگی با دامنه η تولید می‌کند. پارامتر η بهره سوییچینگ نام دارد. بنابراین، برای حذف وزوز باید به دو عامل زیر توجه شود [۱۰]:

۱. حذف اثر سوییچینگ حاصل از تابع علامت، از سیگنال کنترل ورودی.

۲. کاهش دامنه سوییچینگ حاصل از تابع علامت، یعنی کاهش بهره سوییچینگ η .

در این مقاله، روشی پیشنهاد می‌شود که هر دو خصوصیت فوق را داراست. برای داشتن هر دو خصوصیت، از ترکیب کنترل حالت لغزشی مرتبه بالا و بهره سوییچینگ تطبیقی استفاده شده است. سیستم غیر خطی متغیر با زمان تک ورودی-تک خروجی غیر افین زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= f(X, u, t) \\ y &= h(X, t) \end{aligned} \quad (2)$$

در این معادله u سیگنال کنترل ورودی بوده و $X = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ بردار حالت سیستم است. فرض بر این است که خروجی $h(X, t)$ هموار بوده و مشتقات آن تا مرتبه $(\rho-1)$ در دسترس است. به علاوه، درجه نسبی خروجی y نسبت به ورودی u ، یعنی ν ، مشخص و ثابت است و دینامیکهای صفر مربوطه نیز پایدار می‌باشند [۲۴، ۲۵، ۲۶]. هدف از طراحی کنترل کننده این است که خروجی این سیستم و مشتقات آن تا مرتبه $(\rho-1)$ ، حالتهای سیستم زیر را به عنوان یک سیستم مرجع دلخواه تعقیب نمایند.

$$y_d^{(\rho)} = F Y_d + v_d \quad (3)$$

که v_d سیگنال کنترل ورودی بوده و Y_d بردار حالت است.

$$\dot{s} = \sigma v - \sigma v_d + \sigma W - KE - \zeta \quad (17)$$

متغیر σ را می‌توان برای رسیدن به اهداف خاصی تعیین نمود، هر چند که در این مقاله انتخاب ما به صورت زیر است.

$$\sigma = 1 \quad (18)$$

بر مبنای این تعریفها روابط زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} e^{(\rho)} &= y^{(\rho)} - y_d^{(\rho)} = \varphi + \mu u^{(\rho-r)} - FY_d - v_d = \\ &\varphi + \mu u^{(\rho-r)} - FY_d - v_d + FY - FY + v - v + u^{(\rho-r)} - u^{(\rho-r)} = \\ &FY + v - v_d + (\varphi + \mu u^{(\rho-r)} - u^{(\rho-r)}) + (u^{(\rho-r)} - FY - v) \end{aligned} \quad (11)$$

بنابراین،

$$\dot{s} = v - v_d + W - KE - \zeta \quad (19)$$

سیگال کنترل ورودی $v(t)$ از دو قسمت تشکیل شده است. یک قسمت که کنترل معادل نام دارد، در مرحله لغزش یعنی هنگامی که حالت‌های خطای روی سطح باشد وارد عمل می‌شود. قسمت دوم به صورت ناپیوسته بوده و برای حذف اثر نامعینی W در این مرحله استفاده می‌شود [۴-۱]. بنابراین، قسمت اول یعنی v_{eq} از معادله $\dot{s} = 0$ و با شرط $W = 0$ به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$v_{eq} = KE + v_d + \zeta \quad (20)$$

با قرار دادن v_{eq} در معادله (۲۰) و در حالت $W = 0$ ، معادله دینامیکی زیر را در مرحله لغزش خواهیم داشت:

$$e^{(\rho)} = FE + KE + \zeta = (F + K)E + \zeta \quad (21)$$

معادله (۲۱) بیانگر دینامیک خطای سیستم در مرحله لغزش است. بنابراین، بردار (t) و سیگال $K(t)$ را باید طوری انتخاب نمود که این معادله پایدار باشد.

ابتدا فرض کنید $0 = \zeta(t)$ باشد، اگر $K(t)$ را به صورت زیر انتخاب نماییم:

$$\begin{aligned} k_i(t) &= m_i - a_i(t) : i = 1, 2, \dots, \rho \\ M &= [m_1, \dots, m_\rho] \\ K(t) &= M - F(t) \end{aligned} \quad (22)$$

آنگاه، سیستم خطی با ضرایب ثابت زیر را خواهیم داشت:

$$e^{(\rho)} = ME \quad (23)$$

این سیستم را می‌توان با انتخاب مناسب عناصر بردار سطی M پایدار نمود. توجه نمایید که در این حالت، پایداری معادله (۲۳) به صورت مجانبی است.

اکنون فیدبک حالت خطی زیر را تعریف می‌نماییم:

$$u^{(\rho-r)} = FY + v \quad (12)$$

و با تعریف متغیر:

$$W = (\varphi + \mu u^{(\rho-r)} - u^{(\rho-r)}) \quad (13)$$

به معادله زیر می‌رسیم:

$$e^{(\rho)} = FE + v - v_d + W \quad (14)$$

که v سیگال کنترل ورودی جدیدی است و آن را با روش کنترل حالت لغزشی بدست خواهیم آورد. به علاوه، نامعینی W در راستای ورودی v بوده و می‌توان اثر آن را با تعیین مناسب v حذف کرد. این نوع نامعینی را سازگار (matched) می‌نامند [۲۸]. حال، هدف از طراحی کنترل کننده این است که سیگال ورودی $v(t)$ را طوری تعیین نماییم که حالت‌های سیستم (۷) یعنی Y ، حالتهای سیستم (۳) یعنی Y_d را دنبال نمایند، و یا به عبارت دیگر، دینامیکهای خطای معادله (۱۴) به صفر همگرا شوند. برای رسیدن به این هدف، سطح لغزشی تناسبی-انتگرالی جدیدی به صورت زیر تعریف می‌نماییم:

$$s(t) = \sigma e^{(\rho-1)}(t) - \int_0^t ([F(\tau) + K(\tau)]E(\tau) + \zeta(\tau))d\tau \quad (15)$$

که بردار $K(t)$ و سیگال (t) پارامترهای طراحی بوده و روش تعیین آنها را بیان خواهیم نمود. مشتق معادله سطح لغزشی به صورت زیر است.

$$\dot{s} = \sigma e^{(\rho)} - \sigma FE - KE - \zeta \quad (16)$$

اکنون با استفاده از معادله (۱۶) خواهیم داشت:

$$V(t) = \frac{1}{2} S_e^2 \quad (29)$$

مشتق $V(t)$ نسبت به زمان برابر است با:

$$\dot{V} = S_e \dot{S}_e = -\eta_e |S_e| \quad (30)$$

این مشتق معین-منفی است. با انتگرال گیری از معادله (۳۰)،
معادله (۲۵) ثابت خواهد شد (به اثبات قضیه ۲ مراجعه نمایید).
قسمت دوم سیگنال کنترل ورودی $V(t)$ ناپیوسته بوده که هم اثر
نامعینی W را در مرحله لغزش حذف کرده و دینامیک سیستم را تغییر
ناپذیر می‌کند، و هم در مرحله رسیدن، حالت‌های خطای خطا را در زمان
محدود t_f به سمت سطح لغزشی سوق می‌دهد.
بنابراین، سیگنال کنترل ورودی تطبیقی زیر پیشنهاد می‌شود که هم
شامل کنترل معادل است و هم شامل تابع ناپیوسته علامت می‌باشد.

$$v(t) = KE + v_d + \xi - (q_1 + 1)\beta \operatorname{sign}(s) \quad (31)$$

که بهره سوییچینگ بوده و $q_1 > 0$ پارامتر ثابت طراحی است. $\beta(t)$ قسمت تطبیقی بهره سوییچینگ است که در شرط زیر صادق است:

$$\beta(t) > 0 : \forall t \quad (32)$$

در بخش بعدی، روش جدیدی برای محاسبه $\beta(t)$ پیشنهاد می‌شود. اکنون گزاره زیر را که در اثبات قضایای ۱ و ۲ استفاده می‌شود در نظر بگیرید.

گزاره: فرض کنید نامعینی $W(X, U, u^{(\rho-r)})$ کراندار باشد یعنی نامساوی زیر برقرار باشد:

$$|W(X, U, u^{(\rho-r)}, t)| \leq \Omega(X, U, u^{(\rho-r)}, t) < \infty \quad (33)$$

در حالت کلی این فرض محدود کننده نیست [۱، ۲، ۳، ۱۵، ۲۴، ۲۶].
تذکر ۱: برخلاف روش‌های دیگر مواجه با نامعینی [۱۰-۱]، در روش پیشنهادی، فقط وجود این کران الزامی است و دانستن کران Ω لازم نیست (به تذکر ۲ مراجعه نمایید).

۴- رویکرد تطبیقی بهره سوییچینگ

یک روش تطبیقی برای محاسبه $\beta(t)$ به صورت زیر است [۳۰]:

اکنون حالت $\xi(t) \neq 0$ را در نظر بگیرید. واضح است که $\xi(t)$ را می‌توان به عنوان ورودی برای سیستم (۲۱) در نظر گرفته و آن را طوری محاسبه نمود که همانند کنترل حالت لغزشی پایانه ای (Terminal) [۱۹، ۲۹]، حالت‌های خطای خطا بر روی سطح لغزشی در زمان محدود به صفر همگرا شوند. فرض کنید t_f زمان محدود برخورد حالت‌های خطای خطا به سطح لغزشی باشد. یعنی فاصله زمانی $0 \leq t \leq t_f$ مرحله رسیدن و فاصله زمانی $t_f \leq t$ مرحله لغزش باشد. بنابراین برای $t_f \leq t$ حالت‌های خطای خطا بر روی سطح لغزش (۱۵) بوده و در دینامیک (۲۱) صدق می‌کنند. ثابت می‌شود که اگر $\xi(t)$ به صورت زیر انتخاب شود:

$$\xi(t) = -(F + K)E + [1, C^T]E + \eta_e \operatorname{sign}([C^T, 1]E) - e \quad (24)$$

آنگاه حالت‌های خطای خطا، در زمان محدود $t_f + t_e$ صفر خواهند شد که:

$$t_e = \frac{[C^T, 1]E(0)}{\eta_e} \quad (25)$$

طوری $C = [c_1, c_2, \dots, c_{\rho-1}]^T$ بوده و $\eta_e > 0$ انتخاب می‌شود که $S_e = [C^T, 1]E$ یعنی چند جمله‌ای زیر پایدار باشد.

$$S_e = e^{(\rho-1)} + c_{\rho-1} e^{(\rho-2)} + \dots + c_2 \dot{e} + c_1 \ddot{e} \quad (26)$$

در این حالت بردار K را می‌توان به هر صورت، از جمله با مقادیر صفر انتخاب نمود. برای اثبات این مطلب، ابتدا مشتق S_e را محاسبه نموده و از معادله (۲۱) استفاده می‌نماییم.

$$\dot{S}_e = (F + K)E + \xi + c_{\rho-1} e^{(\rho-1)} + \dots + c_2 \ddot{e} + c_1 \dot{e} \quad (27)$$

حال با جایگذاری $\xi(t)$ از معادله (۲۴) داریم:

$$\dot{S}_e = -\eta_e \operatorname{sign}(S_e) \quad (28)$$

اکنون تابع لیپانوف زیر را در نظر بگیرید:

کنید که β_0 اختیاری بوده و هر مقداری را می‌توان برای آن در نظر گرفت. انتگرال معادله (۳۵) به صورت زیر است:

$$\beta(t) = \Omega(t) + \beta_0 - \Omega_0 + q_2 \int_0^t (|s(\tau)| - \psi) d\tau \quad (۳۷)$$

لم ۱: اگر شرط زیر برقرار باشد:

$$\beta_0 - \Omega_0 > \varepsilon_0 \quad (۳۸)$$

آنگاه، در صورت محاسبه β از معادلات (۳۵) و (۳۶) خواهیم داشت:

$$\beta - \Omega \geq \varepsilon_0 : \forall t > 0 \quad (۳۹)$$

اثبات: با تعریف متغیر $\theta = \beta - \Omega$ به صورت $\theta = \theta(0)$. آنگاه با در نظر گرفتن معادلات (۳۶) و (۳۷) داشت

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \theta_0 + q_2 \int_0^t |s(\tau)| d\tau \\ &\quad - \frac{q_2 \varepsilon_1}{2} \int_0^t (\text{sign}(\theta - \varepsilon_0) + 1) d\tau \end{aligned} \quad (۴۰)$$

سمت راست معادله بالا، شامل مجموع چندتابع پیوسته است. بنابراین، $\theta(t)$ تابعی پیوسته خواهد بود، به طوری که $\theta_0 > \varepsilon_0$ است (فرض (۳۸)). قبل از اینکه $\theta(t)$ از ε_0 کوچکتر شود، باید

مقدار آن در زمانی مانند t_1 برابر ε_0 شود به طوری که:

$$\theta(t) > \varepsilon_0 : \forall t \in [0, t_1] \quad (۴۱)$$

و به علاوه:

$$t_1 \geq \frac{2(\theta_0 - \varepsilon_0)}{q_2 \varepsilon_1} \quad (۴۲)$$

در t_1 خواهیم داشت $\theta = \varepsilon_0$ یعنی:

$$\varepsilon_0 = \theta_0 + q_2 \int_0^{t_1} |s(\tau)| d\tau - \frac{q_2 \varepsilon_1 t_1}{2} \quad (۴۳)$$

حال فرض کنید زمانی مانند t_2 وجود دارد به طوری که:

$$\theta(t) < \varepsilon_0 : \forall t \in (t_1, t_2) \quad (۴۴)$$

$$\dot{\beta} = \dot{\Omega} + q_2 |s|, \beta(0) = \beta_0, \Omega(0) = \Omega_0 \quad (۴۴)$$

که $q_2 > 0$ پارامتر ثابت طراحی بوده و β_0 و $\Omega_0 = \Omega(X(0), U(0), u^{(\rho-r)}(0), 0)$ شرایط اولیه β و Ω می‌باشند. توجه کنید که β_0 اختیاری بوده و هر مقداری را می‌توان برای آن در نظر گرفت. همانطور که از این معادله مشخص است، پارامتر تطبیقی β و به دنبال آن بهره سویچینگ افزایش می‌یابد به طوری که حالتهای خطأ به سمت سطح سویچینگ سوق داده شوند. اما این روش، سه ایراد اساسی دارد که عبارتند از:

۱. هنگامی که حالتهای اولیه خطأ از سطح لغزشی فاصله زیادی دارند، بهره سویچینگ به سرعت افزایش می‌یابد. این افزایش، به دلیل بزرگ بودن $|s(0)|$ است نه به خاطر نامعینی‌های موجود در سیستم. این عامل سبب بزرگ شدن بهره سویچینگ به مقداری بیش از حد بیاز می‌شود.

۲. سویچینگ اطراف سطح و نویز اندازه‌گیری، مانع صفر شدن کامل β برای $t \leq t_r$ می‌شود. بنابراین، افزایش پارامتر تطبیقی β همچنان ادامه می‌یابد. سرعت افزایش به مقدار q_2 وابسته است.

۳. قانون تطبیقی (۴۴) فقط قادر است بهره سویچینگ را افزایش دهد، یعنی بر طبق این قانون تحت هیچ شرایطی β کاهش نمی‌یابد. بنابراین، اگر شرایط طوری تغییر نماید که سیستم حلقه بسته با بهره کوچکتری نیز پایدار باشد، قانون تطبیقی (۴۴) نمی‌تواند خودش را با این شرایط تطبیق دهد.

بنابر توضیحات بیان شده، ارایه روشی تطبیقی که توانایی کاهش و افزایش بهره سویچینگ را بر طبق شرایط سیستم داشته باشد ضروری به نظر می‌رسد. روش پیشنهادی در این قسمت، این توانایی را داشته و در عین حال، ایرادهای ذکر شده در بالا را نیز ندارد. در روش پیشنهادی پارامتر $\beta(t)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\dot{\beta} = \dot{\Omega} + q_2 (|s| - \psi(\beta)), \beta(0) = \beta_0, \Omega(0) = \Omega_0 \quad (۴۵)$$

که در آن:

$$\psi(\beta) = \frac{\varepsilon_1}{2} (\text{sign}(\beta - \Omega - \varepsilon_0) + 1) \geq 0 \quad (۴۶)$$

ثابت‌های $\varepsilon_0 > 0$ ، $\varepsilon_1 > 0$ ، $q_2 > 0$ پارامترهای طراحی می‌باشند. $\Omega_0 = \Omega(X(0), U(0), u^{(\rho-r)}(0), 0)$ و β_0 به ترتیب مقادیر ثابت و کراندار شرایط اولیه β و Ω می‌باشند. توجه

$$\dot{V} \leq -q_1\beta|s| + \psi(\Omega - \beta) \quad (53)$$

بنابراین:

و با استفاده از لم ۱:

$$\theta(t) = \theta_0 + q_2 \int_0^t |s(\tau)| d\tau + q_2 \int_{t_1}^t |s(\tau)| d\tau - \frac{q_2 \varepsilon t_1}{2} \quad (45)$$

$$\dot{V} \leq -q_1\beta|s| \quad (54)$$

(۴۵)

اکنون، متغیر $\omega(t) = q_1\beta|s(t)|$ را تعریف می‌کنیم.

اکنون، با استفاده از معادله (۴۳) به رابطه زیر می‌رسیم.

$$\dot{V} \leq -\omega(t) \leq 0 \quad (55)$$

$$\theta(t) = \varepsilon_0 + q_2 \int_{t_1}^t |s(\tau)| d\tau \quad (46)$$

انگرال معادله بالا بین صفر و t به معادله زیر منجر خواهد شد:

$$\omega(t) \geq \varepsilon_0 : \forall t \in (t_1, t_2) \quad (47)$$

۰ ≤ ∫₀ʳ ω(τ) dτ ≤ ∫₀ʳ ω(τ) dτ + V(t) ≤ V(0) (۵۶)
 این رابطه در حالت حدی و هنگامی که $t \rightarrow \infty$ نیز برقرار می‌باشد. یعنی، در این حالت نیز انگرال بالا موجود بوده و کوچکتر-مساوی $V(0)$ است و چون $V(0)$ مثبت و محدود است، بر مبنای لامباربالات (Barbalat's lemma) [۲، ۳۱] داریم:

این معادله با فرض موجود در معادله (۴۴) در تناقض است.

بنابراین، با استفاده از برهان خلف داریم:

$$\theta(t) \geq \varepsilon_0 : \forall t \in (t_1, t_2) \quad (48)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} q_1\beta|s(t)| = 0 \quad (57)$$

قضیه ۱: دینامیک خطای (۱۴) را به همراه سیگنال کنترل ورودی تطبیقی (۳۱)، (۳۵) و (۳۶) در نظر بگیرید. آنگاه مسیرهای خطای، به سطح لغزشی (۱۵) همگرا خواهد شد اگر شرط (۳۸) برقرار باشد.

اثبات: تابع لیپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V(t) = \frac{1}{2} \left(s^2 + q_2^{-1} (\Omega - \beta)^2 \right) \quad (49)$$

مشتق این تابع به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= ss + q_2^{-1} (\Omega - \beta)(\dot{\Omega} - \dot{\beta}) = \\ &= s(v - v_d + W - KE - \xi) + q_2^{-1} (\Omega - \beta)(\dot{\Omega} - \dot{\beta}) \end{aligned} \quad (50)$$

حال با استفاده از معادلات (۳۱) و (۳۵) و جایگذاری در معادله (۵۰) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s(W - (q_1 + 1)\beta \operatorname{sign}(s)) \\ &\quad + q_2^{-1} (\Omega - \beta)(-q_2(|s| - \psi)) \end{aligned} \quad (51)$$

و یا:

$$\dot{V} \leq \Omega|s| - (q_1 + 1)\beta|s| - (\Omega - \beta)(|s| - \psi) \quad (52)$$

بنابراین،

اثبات: تابع لیپانوف موجود در معادله (۴۹) را در نظر بگیرید.

مشتق این تابع به صورت زیر است:

$$t_f \leq \frac{s(0)}{\varepsilon} \quad (68)$$

حالت دوم: فرض کنید $s < 0$ باشد، با استفاده از معادله (۶۴) به

نامساوی زیر می‌رسیم:

$$\dot{s} \geq \varepsilon_0 \quad (69)$$

محاسبه انتگرال دو سمت این نامساوی بین $t = t_f$ و $t = 0$ به

رابطه زیر منجر خواهد شد:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} + q_2^{-1}(\Omega - \beta)(\dot{\Omega} - \dot{\beta}) = \\ &= s\dot{s} + q_2^{-1}(\Omega - \beta)(-q_2(|s| - \psi)) \\ &= s\dot{s} - (\Omega - \beta)|s| + \psi(\Omega - \beta) \end{aligned} \quad (59)$$

با استفاده از معادله (۵۳) داریم:

$$s\dot{s} - (\Omega - \beta)|s| + \psi(\Omega - \beta) \leq -q_1\beta|s| + \psi(\Omega - \beta) \quad (60)$$

$$-s(0) \geq \varepsilon_0 t_f \quad (70)$$

بنابراین:

$$s\dot{s} - (\Omega - \beta)|s| \leq -q_1\beta|s| \quad (61)$$

بنابر این،

و یا:

$$t_f \leq \frac{-s(0)}{\varepsilon_0} \quad (71)$$

$$s\dot{s} \leq -(\beta - \Omega + q_1\beta)|s| \leq -(\beta - \Omega)|s| \quad (62)$$

به طور کلی، با استفاده از معادلات (۶۸) و (۷۱) می‌توان نامساوی

و با استفاده از لم ۱ خواهیم داشت:

$$-(\beta - \Omega) \leq -\varepsilon_0 \quad (63)$$

با استفاده از معادلات (۶۲) و (۶۳):

$$s\dot{s} \leq -\varepsilon_0|s| \quad (64)$$

فرض کنید t_f زمان رسیدن به سطح لغزشی باشد یعنی $\dot{\Omega}(t_f) = 0$ و $s(t_f) = 0$ در شرط (۳۸) صدق نماید، آنگاه:

$$\varepsilon_0 > 0 \quad (65)$$

اکنون، دو حالت زیر را در نظر بگیرید:

حالت اول: فرض کنید $s > 0$ باشد، با استفاده از معادله (۶۴) به نامساوی زیر می‌رسیم:

$$\dot{\beta} = q_2(|s| - \psi) \quad (74)$$

و:

$$\psi(\beta) = \frac{\varepsilon_1}{2} (sign(\beta - \varepsilon_0) + 1) \geq 0 \quad (75)$$

$$\dot{s} \leq -\varepsilon_0 \quad (66)$$

محاسبه انتگرال دو سمت این نامساوی بین $t = t_f$ و $t = 0$ به رابطه زیر منجر خواهد شد:

$$-s(0) \leq -\varepsilon_0 t_f \quad (67)$$

بنابراین:

در این حالت، متغیر $\theta = \beta - \Omega$ را می‌توان به عنوان یک تخمین زننده برای کران نامشخص Ω در نظر گرفت، که به رابطه $\dot{\theta} = \dot{\beta} - \dot{\Omega} = \dot{\beta} - q_2(|s| - \psi)$ منجر خواهد شد. انتگرال

$$\beta(t) = \beta_0 + q_2 \int_0^t (|s(\tau)| - \psi) d\tau \quad (76)$$

لم ۲: فرض کنید Q ماتریس نیمه معین-مثبتی با ابعاد مناسب بوده و R عدد ثابت مثبتی باشد. اگر M در معادله (۲۲) و ξ در سطح لغزشی (۱۵) به صورت زیر انتخاب شوند:

$$M = -R^{-1} A_{12}^T P, \quad \xi = 0 \quad (78)$$

آنگاه، تابع معیار زیر بهینه بوده و کمینه خواهد شد:

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_0^T [E^T Q E + e^{(\rho)} \operatorname{Re}^{(\rho)}] dt \quad (79)$$

به عبارت دیگر، سطح لغزشی (۱۵) سطحی بهینه خواهد بود. به علاوه، دینامیکهای صفر سیستم پایدار می‌باشند. ماتریس مربعی معین-مثبت P از معادله ریکاتی زیر بدست می‌آید:

$$PA_{11} + A_{11}^T P + Q - PA_{12} R^{-1} A_{12}^T P = 0 \quad (80)$$

اثبات: فرض کنید $\sigma = 1$ (معادله (۱۸)، با جایگذاری $K = M - F = -R^{-1} A_{12}^T P - F$ و $\xi = 0$ در سطح لغزشی (۱۵)، داریم:

$$s(t) = e^{(\rho-1)} + \int_{t_0}^t (R^{-1} A_{12}^T P) E(\tau) d\tau \quad (81)$$

بر روی سطح لغزشی (یعنی برای $t \leq t_f$ بوده و بنابراین،

$$e^{(\rho-1)}(t) = - \int_{t_0}^t (R^{-1} A_{12}^T P) E(\tau) d\tau \quad (82)$$

واضح است که مشتق این معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$e^{(\rho)} = -R^{-1} A_{12}^T P E \quad (83)$$

بر اساس مباحث کنترل بهینه [۳۲]، معادله (۸۳) معیار (۷۹) را کمینه می‌کند. دینامیکهای صفر سطح لغزشی از معادله $\dot{x} = 0$ و یا همان معادله (۸۳)، و جایگذاری نتیجه آن در قسمت اول معادله (۷۶) به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\dot{E}(t) = (A_{11} - A_{12} R^{-1} A_{12}^T P) E(t) \quad (84)$$

خواهد بود. به علاوه، برای برقراری شرط (۳۲) باید داشته باشیم: $\beta_0 > \varepsilon_0 > 0$. در این حالت، Ω فقط برای اثبات قضایای ۱ و ۲ استفاده می‌شود و نقشی در کنترل کننده نخواهد داشت. به علاوه معادلات (۷۴) و (۷۵) نقش تخمین زننده کران Ω را خواهد داشت. روش پیشنهادی دارای مزایای زیر است:

۱. هنگامی که حالتهای اولیه خطأ از سطح لغزشی فاصله زیادی دارند، بهره سوییچینگ به سرعت افزایش می‌یابد. این افزایش بهره، حالتهای خطأ را به سمت سطح سوییچینگ سوق می‌دهد. اما هنگامی که این فاصله از ε_1 کوچکتر شود، بهره سوییچینگ دوباره شروع به کاهش می‌کند.
۲. سوییچینگ اطراف سطح و نویز اندازه گیری، بر پارامتر تطبیقی β تاثیری نخواهد داشت به شرطی که پارامتر ثابت ε_1 خیلی کوچک انتخاب نشود.
۳. قانون تطبیقی پیشنهادی قادر است با تغییر شرایط سیستم، دوباره بهره سوییچینگ β را افزایش دهد.

۵- طراحی کنترل کننده بهینه

در این قسمت، پارامترهای سطح لغزشی را طوری تعیین می‌کنیم که در افق نامحدود (Infinite Horizon)، سطح لغزشی (۱۵) بهینه باشد. ابتدا معادله (۱۴) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \dot{E}(t) &= A_{11} E(t) + A_{12} e^{(\rho)}(t) \\ e^{(\rho)}(t) &= FE(t) + v(t) - v_d(t) + W \end{aligned} \quad (76)$$

در این معادله ماتریسهای A_{11} و A_{12} که با ابعاد مناسب انتخاب می‌شوند به صورت زیر خواهند بود.

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (77)$$

دقت نمایید که زوج (A_{11}, A_{12}) کنترل پذیر می‌باشد.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -p_1 x_1(t) - p_2 x_2(t) - x_1^3(t) + q \cos(\omega_1 t) + u(t)\end{aligned}\quad (87)$$

برای اطمینان از وجود آشوب در غیاب سیگنال کنترل ورودی، پارامترهای p_1 ، p_2 ، q ، ω_1 و شرایط اولیه سیستم به این صورت انتخاب شده اند: $p_2 = 0.25$ ، $p_1 = -1$ ، $q = 0.3$ ، $\omega_1 = 1$. $X(0) = [x_1(0), x_2(0)]^T = [1, 2.5]^T$ و توجه نمایید که این پارامترها در شبیه سازی مدل خود سیستم استفاده می شوند نه در پیاده سازی کنترل کننده پیشنهادی. زیرا، فرض ما بر این است که کران Ω عدد ثابت بزرگی است. بنابراین، چون $\dot{\Omega} = 0$ است، به تخمین این پارامترها و یا دانستن آنها برای پیاده سازی کنترل کننده نیازی نیست. به عبارت دیگر، کنترل کننده مستقل از مدل سیستم و واضح است که درجه نسبی این خروجی نسبت به ورودی $u(t)$ برابر ۲ است ($r = 2$). بنابراین، برای حذف سویچینگ سیگنال کنترل ورودی، کنترل حالت لغزشی مرتبه ۳ استفاده می شود ($\rho = 3$):

$$y^{(3)} = \varphi(X, u) + \gamma(X, u)\dot{u} \quad (88)$$

و:

$$X = [x_1, x_2]^T \quad (89)$$

هدف این است که حالتهای سیستم (۸۸)، یعنی خروجی و دو مشتق اول آن، حالتهای سیستم خطی $y_d^{(3)} = FY_d + V_d$ را در حالت بهینه تعقیب نمایند. که در این معادله $Y_d = [y_d, y_d^{(1)}, y_d^{(2)}]^T$ بوده و V_d به صورت زیر انتخاب شده است:

$$V_d = -1.21 \times \sin(1.1t) \quad (90)$$

مقادیر وزنی معیار بهینه نیز به صورت زیر می باشند.

$$Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, R = 5 \quad (91)$$

با استفاده از قضیه LQR [۳۲]، این سیستم پایدار است. دقت نمایید که ثابت‌های m_i یعنی عناصر بردار $M = -R^{-1} A_{12}^T P$ را می توان به صورت زیر نیز بدست آورد.

$$m_i = -\frac{P_{\rho i}}{R} : i = 1, 2, \dots, \rho \quad (85)$$

که ثابت‌های $P_{\rho i} : i = 1, 2, \dots, \rho$ عناصر سطر آخر ماتریس P می باشند.

تذکر ۳: واضح است که نامعینی W فسمتی از $e^{(\rho)}$ است قسمت دوم معادله (۷۶). بنابراین، افزودن $e^{(\rho)}$ به معیار (۷۹)، به کاهش اثر W بر عملکرد سیستم حلقه بسته کمک می کند. دو تذکر زیر برای تمام مباحث این مقاله (بهینه و غیر بهینه) صادق بوده و درست می باشند.

تذکر ۴: در روش پیشنهادی، حالت تکین که در مرجع [۳۳] مورد بحث قرار گرفته است، اتفاق نخواهد افتاد.

تذکر ۵: برای داشتن خاصیت تغییر ناپذیری در مرحله رسیدن به سطح و همچنین کاهش دامنه سیگنال کنترل ورودی در لحظه اولیه [۳۴، ۳۵]، می توان از سطح لغزشی زیر استفاده نمود (در عمل، به علت وجود محدود کننده در سیگنالهای ورودی به محركهای سیستم، بزرگ بودن دامنه سیگنال کنترل ورودی در لحظه اولیه، می تواند باعث ناپذیری سیستم حلقه بسته شود [۳۴]):

$$s(t) = \sigma e^{(\rho-1)}(t) - \int_0^t ([\alpha F(\tau) + K(\tau)]E(\tau) + \xi(\tau)) d\tau - h(t) \quad (86)$$

که $h(t) = \sigma e^{(\rho-1)}(0) e^{-\alpha t}$ بوده و $\alpha >> 0$ می باشد. دقت نمایید که در این حالت $s(0) = 0$ است. اثبات پایداری سیستم در این حالت نیز، با کمی تغییر همانند اثبات قضایای بیان شده می باشد.

۶- نتایج شبیه سازی

در این قسمت، روش پیشنهادی به سیستم آشوبی دافینگ-هولمز (Duffing-Holmes)، توصیف شده در [۲۳] اعمال خواهد شد. این سیستم با معادلات زیر توصیف می شود:

۳. محاسبه K با استفاده از معادله (۲۲).
۴. محاسبه سطح لغزشی با استفاده از معادله (۱۵).
۵. انتخاب $\mathcal{E}_0, \mathcal{E}_1, q_1$ و q_2 .
۶. محاسبه بهره سوییچینگ β با استفاده از معادلات (۳۵) و (۳۶).
۷. محاسبه V با کمک معادله (۳۱).
۸. محاسبه $U^{(\rho-r)}$ با استفاده از معادله (۱۲).
۹. محاسبه U با انتگرال گیری عددی از $U^{(\rho-r)}$.
- و همچنین:
- $$\begin{aligned} \xi &= 0 \\ k_i &= 0 : i = 0, 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (92)$$
- با استفاده از معادلات (۱۲) و (۱۳):
- $$\dot{u} = FY + v \quad (93)$$
- بنابراین نامعینی W به صورت زیر است:
- $$W = (\varphi + \gamma u - \dot{u}) \quad (94)$$

۷- نتیجه گیری

در این مقاله، یک روش جدید برای طراحی کنترل حالت لغزشی مرتبه بالای سیستمهای غیرخطی، بر مبنای تکنیکهای کنترل ساختار متغیر ارایه شده است. برای طراحی کنترل کننده پیشنهادی، به دانستن کران بالای نامعینی های سیستم نیازی نیست (تذکرهای ۱ و ۲). اما، به هر حال، استفاده از این کران در پیاده سازی کنترل کننده، در صورتی که محافظه کارانه انتخاب نشود، رفتار و عملکرد سیستم را بهبود می بخشد. کنترل کننده پیشنهادی، مهمترین خصوصیات کنترل حالت لغزشی یعنی تغییر ناپذیری و سادگی طراحی را نیز دارا می باشد. روش پیشنهادی برای همزمان سازی سیستمهای آشوبی استفاده شده است که نتایج این شبیه سازیها، بهبود عملکرد سیستم را نشان می دهد.

مراجع

- [1] Young K. D., Utkin V. I. and Ozguner U., 1999, "A control engineer's guide to sliding mode control", *IEEE Transaction on Control System*, 7, 3, 328-342.
- [2] Slotine J.-J. E. and Li W., *Applied nonlinear control*, Prentice-Hall, 1991.
- [3] Perruquetti W. and Pierre-Barbot J., *Sliding mode control in engineering*, Marcel Dekker, 2002.
- [4] Gao W. and Hung J. C., 1993, "Variable structure control of nonlinear systems: a new approach", *IEEE Transaction on Industrial Electronic*, 40, 1, 45-55.
- [5] Su J.-P. and Wang C.-C., 2002, "Complementary sliding control of non-linear systems", *International Journal of Control*, 75, 5, 360-368.
- [6] Bartolini G. and Pydynowski P., 1996, "An improved, chattering free, V.S.C. scheme for uncertain dynamical systems", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 41, 8, 1220-1226.

همانطور که بیان شد برای پیاده سازی کنترل کننده پیشنهادی، به داشتن کران این نامعینی یعنی Ω نیازی نداریم. به علاوه شبیه سازیها با پارامترهای زیر انجام شده اند:

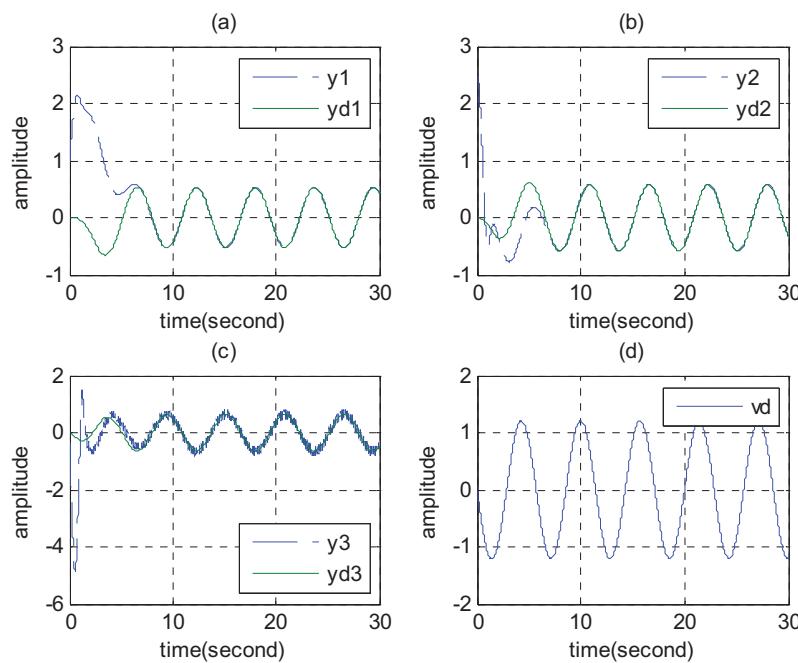
$$\beta(0)=1, q_1=1.30, q_2=0.5, \varepsilon_0=0.3, \varepsilon_1=0.3 \quad (95)$$

مثال ۱: شکلها (۱)، (۲) و (۳) نتایج شبیه سازی را بر مبنای معادله (۳۴) [۳۰] نشان می دهند. با دقت در شکل (b.۲) دیده می شود که در ابتدا بهره سوییچینگ افزایش یافته و حالتی خطا به سمت سطح لغزشی همگرا می شوند. اما به علت سوییچینگ اطراف سطح لغزش، این افزایش همچنان ادامه می یابد که می تواند باعث ناپایداری سیستم حلقه بسته شود. همچنین از شکلها (a.۲) و (d.۲) (سطح لغزشی و سیگنال کنترل ورودی) دیده می شود که دامنه سوییچینگ در حال افزایش است.

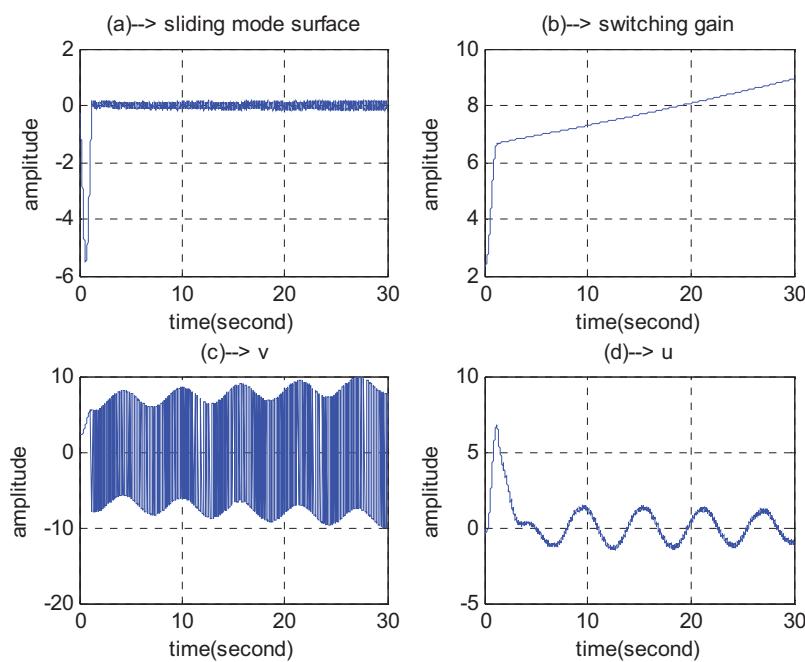
مثال ۲: شکلها (۴)، (۵) و (۶) نتایج شبیه سازی را بر مبنای روش پیشنهادی در معادلات (۳۵) و (۳۶) نشان می دهند. از شکل (b.۵) دیده می شود که بهره سوییچینگ در ابتدا افزایش یافته و حالتی خطا به سمت سطح لغزشی سوق داده می شوند. اما به محض نزدیک شدن حالتی خطا به سطح لغزش، این بهره کاهش می یابد. در عین حال، سیگنال کنترل ورودی در شکل (d.۵) بدون سوییچینگ است. شبیه سازیها با نرم افزار مطلب و با زمان نمونه برداری ۰.۰۱ انجام شده اند. الگوریتم محاسبه سیگنال کنترل ورودی U به صورت زیر می باشد:

۱. محاسبه سیگنالهای خطا با استفاده از معادلات (۹) و (۱۰).
۲. انتخاب M و ξ برای پایداری معادله (۲۱). در حالت بهینه، M و ξ را می توان با استفاده از معادله (۷۸) محاسبه نمود.

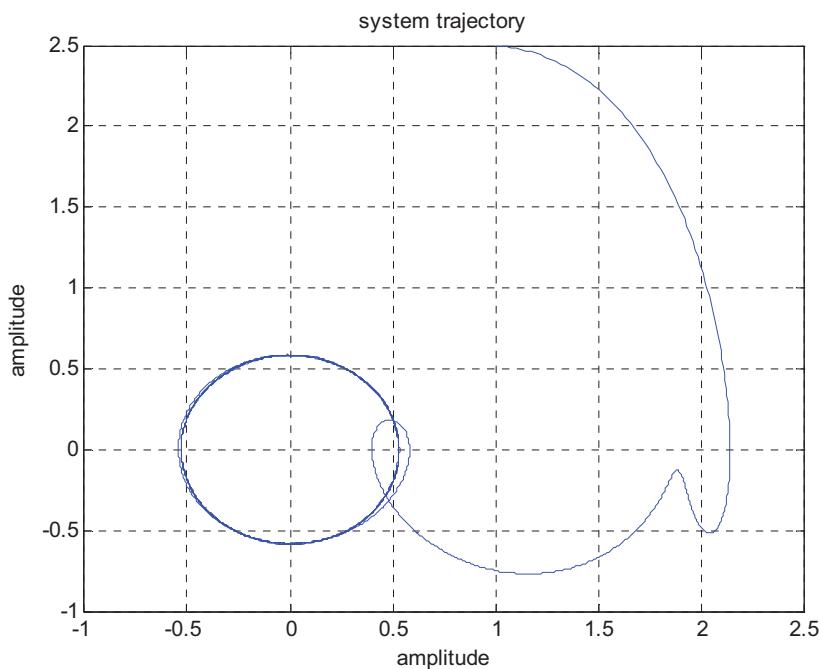
- [21]Guegan D., 2009, "Chaos in economics and finance", *Annual Reviews in Control*, 33, 89–93.
- [22]Fradkov A. L. and Evans R. J., 2005, "Control of chaos: Methods and applications in engineering", *Annual Reviews in Control*, 29, 33–56.
- [23]Sifakis M. K. and Elliott S. J., 2000, "Strategies for the control of chaos in a Duffing-Holmes oscillator", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 14, 6, 987-1002.
- [24]Levant A., 2001, "Universal SISO sliding-mode controllers with finite time convergence", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 49, 1447-1451.
- [25]Levant A., 2003, "Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control", *International Journal of Control*, 76, 924-941.
- [26]Levant A., 2005, "Homogeneity approach to high-order sliding mode design", *Automatica*, 41, 823-830.
- [27]Filippov A. F., *Differential equations with discontinuous right-hand side*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [28]Edwards C. and Spurgeon S., *Sliding mode control: theory and applications*, Taylor and Francis, 1998.
- [29]Zhihong M. and Glumineau X. H. Y., 1997, "Terminal sliding mode control of MIMO linear systems", *IEEE Transaction on Circuits and Systems*, 44, 11, 1065-1070.
- [30]Yan J.-J., Hung M.-L., Chiang T.-Y. and Yang Y.-S., 2006, "Robust synchronization of chaotic systems via adaptive sliding mode control", *Physics Letters A*, 356, 220-225.
- [31]Khalil H. K., *Nonlinear systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ., 1996.
- [32]Kirk D. E., *Optimal control theory: an introduction*, Prentice-hall, 2004.
- [33]Hirschorn R. M., 2001, "Singular sliding-mode control", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 46, 2, 469-472.
- [34]Cavallo A., De Maria G. and Nistri P., 1999, "Robust control design with integral action and limited rate control", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 44, 8, 1569-1572.
- [35]Cavallo A. and Natale C., 2003, "Output feedback control based on a high-order sliding manifold approach", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 48, 3, 469-472.
- [7]Bartolini G., Ferrara A., Usai E. and Utkin V. I., 2000, "On multi-input chattering-free second-order sliding mode control", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 45, 9, 1711-1717.
- [8]Asada H. and Slotine J.-J. E., *Robot analysis and control*, John Wiley, 1986.
- [9]Chen M.-S., Hwang Y.-R. and Tomizuka M., 2002, "A state-dependent boundary layer design for sliding mode control", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 47, 10, 1677-1681.
- [10]Lee H. and Utkin V.-I., 2007, "Chattering suppression methods in sliding mode control systems", *Annual Reviews in Control*, 31, 179-188.
- [11]Kaynak O., Erbatur K. and Ertugrul R., 2001, "The fusion of computationally intelligent methodologies and sliding-mode control- a survey", *IEEE Transaction on Industrial Electronic*, 48, 1, 4-17.
- [12]Yildiz Y., Sabanovic A. and Abidi K., 2007, "Sliding-Mode Neuro-Controller for Uncertain Systems", *IEEE Transaction on Industrial Electronic*, 54, 3, 1676-1685.
- [13]Tanaka K. and Wang H. O., *Fuzzy control systems design and analysis*, John Wiley, 2001.
- [14]Emelyanov S. V., Korovin S. K. and Levant A., 1993, "Higher-order sliding modes in control systems", *Differential Equations*, 29, 1627-1647.
- [15]Levant A., 1993, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control", *International Journal of Control*, 58, 1247-1263.
- [16]Bartolini G., Ferrara A. and Usai E., 1998, "Chattering avoidance by second-order sliding mode control", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 43, 2, 241-246.
- [17]Boiko I. and Fridman L., 2005, "Analysis of chattering in continuous sliding-mode controllers", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 50, 9, 1442-1446.
- [18]Boiko I., Fridman L. and Iriarte R., 1994, "Analysis of chattering in continuous sliding mode control", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 39, 12, 2465-2469.
- [19]Man Z., Poplinsky A. P. and Wu H. R., 2005, "A robust terminal sliding-mode control scheme for rigid robot manipulators", *American Control Conference*, Portland, USA, 2439-2444.
- [20]Laghrouche S., Plestan F. and Glumineau A., 2003, "Higher order sliding mode control based on optimal linear quadratic control", *European Control Conference*.



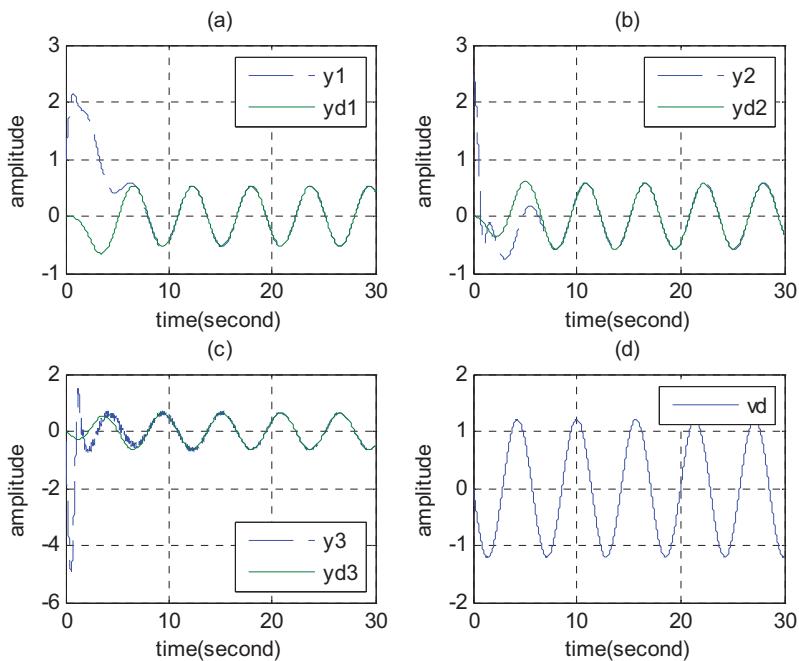
شکل ۱: سیگنال‌های مرجع و تعیین آنها توسط دو خروجی اول سیستم در مثال ۱:
(a) خروجی سیستم، (b) مشتق اول خروجی سیستم، (c) مشتق دوم خروجی سیستم، (d) سیگنال کنترل ورودی سیستم مرجع



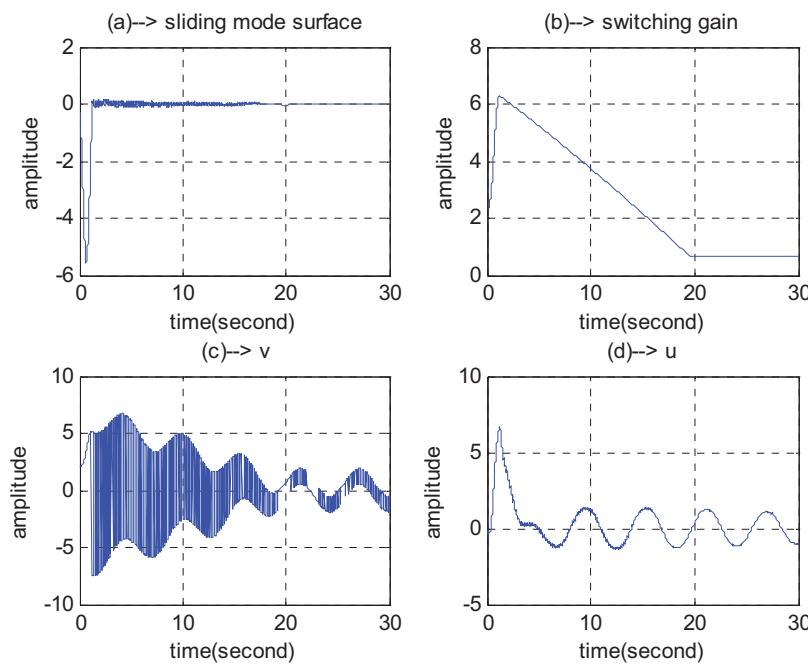
شکل ۲: (a) سطح لغزشی، (b) بهره سوییچینگ، (c) سیگنال کنترل ورودی فیدبک حالت، (d) سیگنال کنترل ورودی سیستم، در مثال ۱



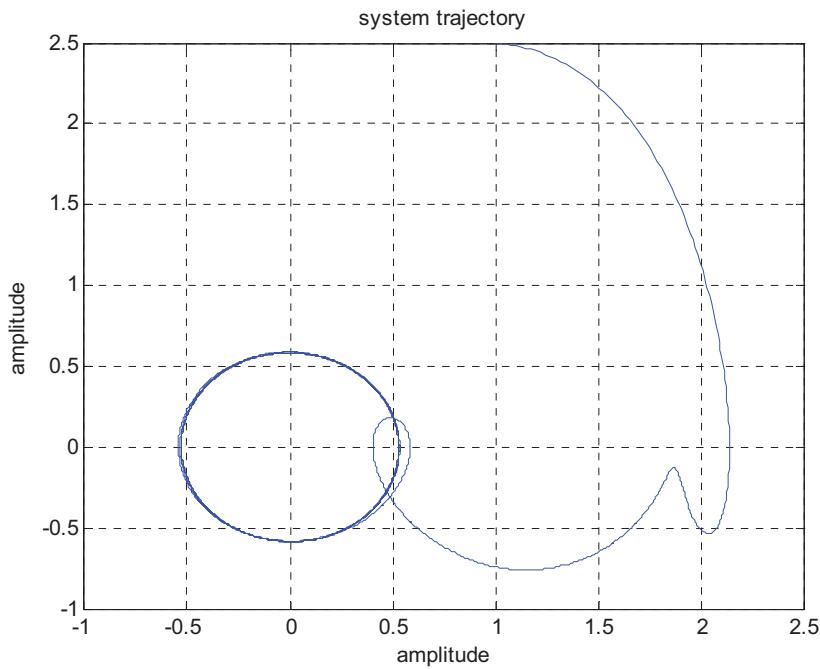
شکل ۳ مسیرهای حالت خروجی سیستم، $y_1 = y$ ، $y_2 = \dot{y}$ بر حسب ۱ در مثال



شکل ۴: سیگنالهای مرجع و تعقب آنها توسط دو خروجی اول سیستم در مثال ۲:
(a) خروجی سیستم، (b) مشتق اول خروجی سیستم، (c) مشتق دوم خروجی سیستم، (d) سیگنال کنترل ورودی سیستم مرجع



شکل ۵: (a) سطح لغزشی، (b) بهره سوییچینگ، (c) سیگنال کنترل ورودی فیدبک حالت، (d) سیگنال کنترل ورودی سیستم، در مثال ۲



شکل ۶: مسیرهای حالت خروجی سیستم، بر حسب $y_1 = y_2 = y$ ، در مثال ۲

کاهش نوسانات عملگرها با استفاده از کنترل تطبیقی در یک تیر با میرایی تحت نیروی تعییب کننده

امید کاویانی پور^۱، عبدالمجید خوشنود^۲، سید حسین سادati^۳، علی اصغر جعفری^۴

^۱دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت، Email: o.kavianipour@gmail.com

^۲دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Email: khoshnood@dena.kntu.ac.ir

^۳استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Email: sadati@kntu.ac.ir

^۴دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، Email: jafari@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله، تاریخ پذیرش مقاله)

چکیده: تاثیرات انعطاف پذیری سازه در سیستم های ماهواره بر می تواند منجر به نایابداری سیستم کنترل گردد. هدف این مقاله طراحی کاهنده ارتعاشات و مدلسازی تاثیر ارتعاشات خمشی در اثر نیروی تعییب کننده پیشران و اثرات میرایی به صورت یک تیر دو سر آزاد می باشد. در پژوهش های گذشته تاکنون طراحی کنترل کننده برای سیستم های حامل ماهواره با تاثیر نیروی تعییب کننده و میرایی سازه انجام نشده است. در این پژوهش پس از مدلسازی مربوطه با استفاده از روش شناسایی بازگشتی فیلتر شده، فرکانس ارتعاشی شناسایی شده و از فیلتر های تطبیقی برای کاهش ارتعاشات بهره گرفته شده است. نتایج شبیه سازی نشان داد که کنترل کننده طراحی شده با وجود تاثیر نیروی تعییب کننده و میرایی به خوبی ارتعاشات خمشی سازه سیستم را کاهش داده است. همچنین این روش در مقایسه با روش گرادیان که از الگوی مدل مرتع پیروی می کند عملکرد بهتری را نشان می دهد.

کلمات کلیدی: ماهواره بر انعطاف پذیر، نیروی تعییب کننده، میرایی سازه، شناسایی فرکانس ارتعاشی، فیلتر تطبیقی.

Reduction of the Actuator Oscillations using Adaptive Control in a Damped Beam Model under a Follower Force

Omid Kavianipour, Abdol Majid Khoshnood, Seyed Hossein Sadati, Ali Asghar Jafari

Abstract: Flexible behaviors in new aerospace structures can lead to a degradation of their control and guidance system and undesired performance. The objectives in the current work are to analyze the vibration resulting from the propulsion force on a Flexible Launch Vehicle (FLV) modeled as a follower force on a free-free beam with proportional damping, study its effects on the oscillation of the actuators, and develop an approach to reduce these oscillations. To pursue these objectives, the stability of the beam model is first studied using the Ritz method. It was determined that the proportional damping consisting of those of internal (material) and external (viscous fluid) result in a change in the critical follower force. The rigid dynamics of a FLV in the pitch channel was then modeled and modified using the vibrational model of the device for the same channel. A new dynamic model and an adaptive control system for the FLV was then developed, allowing the aerospace structure to run on its maximum bearable propulsion force with the optimum effects on the oscillation of its actuators. Simulation results show that such a control model provides an effective way to reduce the undesirable oscillations of the actuators.

Keywords: FLV; Beam Instability; Follower Force; Adaptive Algorithm; Filtered Recursive Least Square

مقادیر بزرگ نسبتهای نیروی رانش به وزن و طول به قطر برای دسترسی

به برد بیشتر و طی مسافت‌های طولانی تر و همچنین کاهش هزینه پرتاب

ماهواره‌ها باعث کاهش وزن سازه آنها شده است. این مساله بنویه خود

۱- مقدمه

پیشرفتهای اخیر در زمینه طراحی وسایل پرنده، منجر به تولید

سازه‌های انعطاف‌پذیر بزرگ بوزیره در مورد ماهواره‌ها شده است.

شده است که افزایش نیروی محوری موجب افزایش نوسان بالکها می شود.

Sugiyama و همکاران یک اعتبارسنجی تجربی برای بررسی تاثیر نیروی تعقیب کننده غیر کنترولی بر روی ارتعاشات خمی سیستم اصلی ارائه نمودند [8]. Young و Juan بررسی پاسخ یک تیر غیر خطی با نیروی تعقیب کننده اتفاقی را به انجام رساندند [9].

در زمینه کنترل ارتعاشات در سیستم های مشابه هواپیماهای فعالیتهای متنوعی وجود دارد. در این زمینه، از روش های کنترل بهینه در طراحی کنترل برای ماهواره ها استفاده شده است که برخی از آنها شامل فعالیت Jenkins [10] و Roy [11] و Maki [12] و Vandergate Rynaski [13] می باشد که شامل روش های خطی و غیرخطی بهینه سازی بر مبنای مینیمم سازی مدهای تعیین یافته ارتعاشی است. Bibel و Stalford در روش های دیگر، بهبود بهره کنترل در جدول بندی بهره برای کنترل یک موشک انعطاف پذیر را مورد بررسی قرار دادند، آنها همچنین طراحی خود خلبان را نیز مورد توجه قرار دادند [14] و [15]. علاوه بر این فعالیتها Choi و Bang در دو پژوهش بر روی یک موشک کاوش ابتدا بال لحظه نمودن یک مدل ارتعاشی و سپس دو مدل توانستند کنترل وضعیت موشک فوق را به خوبی طراحی نمایند [16]. آنها از الگوریتم های تطبیقی بهره گرفتند و با استفاده از فیلتر های باریک اثر ارتعاشات را به خوبی کاهش دادند. در بررسی دیگری Ra روش شناسایی در فیلتر تطبیقی را کاهش دادند. در تمام موارد بررسی مقاوم نمود [17]. در پژوهشی دیگر Oh و Park روش فیلتر های تطبیقی را بر روی یک نمونه آزمایشی از یک ماهواره بر مورد آزمایش قرار داده اند [18]. علاوه بر این پژوهش های در فعالیت های قبلی خوشنود و همکاران نیز در بررسی خود از روش های مبتنی بر مدل مرجع برای کاهش ارتعاشات در یک ماهواره بر استفاده کرده اند [19].

در تمام فعالیتهای گذشته طراحی سیستم کنترل کننده بدون توجه به نیروی تعقیب کننده و میرایی طراحی شده است که در این مقاله سعی خواهد شد این موارد بر روی سیستم کنترل کننده بررسی گردد.

به طور کلی این مقاله شامل دو بخش اصلی می باشد:
بخش اول شامل حل معادلات الاستیک سازه به منظور یافتن نیروی رانش قابل تحمل برای مدل می باشد.

در بخش دوم از یک مدل خطی برای مدل سازی کانال Pitch در ماهواره بر استفاده می شود و استراتژی کنترل نوسانات عملگر به کمک شناسایی فرکانس ارتعاشات بیان می شود. در پایان این دو بخش برای انجام شبیه سازی سیستم کنترلی نهایی باهم ترکیب می شوند.

منجر به شکل گیری ماهواره برای با انعطاف پذیری بالا می شود که می تواند نقش مهمی در رفتار دینامیکی و سیله بردن از طریق اثر آن در ارتعاشات و خواص ارتعاشی آن داشته باشد. این امر می تواند باعث عملکرد نامطلوب و تخرب سیستم کنترل آن شود. از طرف دیگر تاثیر ارتعاشات بدن را روی وسایل اندازه گیری (Inertia Musserment Unit IMU) و اثر متقابل نیروهای کنترلی روی تغییر شکلهای الاستیک، باعث تحریک ارتعاشات و پدیده روزانه می شود.

در مقاله حاضر یک تیر برتویی دو سر آزاد یکنواخت تحت نیروی تعقیب کننده و میرایی تناسی و همچنین تحت یک نیروی عمودی در یک انتهای، به عنوان مدلی ساده برای ماهواره بر در نظر گرفته شده است. نیروی تعقیب کننده مدلی برای نیروی رانش موتور و نیروی عمودی مدلی برای نیروی عملگر می باشد. پایداری تیرهای دو سر آزاد تحت نیروی تعقیب کننده مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته و به دلیل کاربرد آن در صنایع هوا فضا از اهمیت خاصی برخوردار است. تیر تحت اثر نیروی تعقیب کننده، مدلی ساده برای بررسی ارتعاشات سازه های هواپیماهای تحت اثر نیروی پیشرانش است که البته این مدل ساده نتایج قابل قبولی را برای کاربردهای عملی ارائه می کند.

در این مقاله ابتدا نیروی بحرانی مدل در نظر گرفته شده با استفاده از روش ریتز بررسی شده و سپس اثر مدل کردن نیروی رانش موتور رانش ارتعاشات IMU بررسی می شود. در ادامه اثر ارتعاشات IMU روی نوسانات عملگر در مدار کنترلی ماهواره بر نشان داده خواهد شد. مشاهده می شود با افزایش نیروی رانش، نوسانات عملگر نیز زیاد می شود. لذا از یک الگوریتم تطبیقی با الگوی شناسایی فیلتر شده و بازگشتی برای کاهش این نوسانات استفاده می شود. بدین ترتیب می توان از حداکثر نیروی رانش قابل تحمل برای سازه بهره برد و اثر مخرب آن را با بهره گیری از استراتژی کنترلی ارائه شده کاهش داد.

محققان بسیاری پایداری تیرهای دو سر آزاد تحت نیروی تعقیب کننده را مورد مطالعه قرار داده اند از جمله [1-6]. در این تحلیلها از اثرات نیروی آبرو دینامیکی، نیروی جاذبه و نیروهای کنترلی صرف نظر شده است. [7] Pourtakdoust and Assadian مدلی به شکل یک تیر برتویی دو سر آزاد تحت نیروی محوری ثابت فرض کرده اند. معادلات مربوط به این مدل که سه بعدی در نظر گرفته شده، با استفاده از روش المان محدود حل شده است و در این حالت فقط ناپایداری استاتیکی مشاهده شده است. سپس معادلات الاستیک مربوط به این تیر همراه با معادلات حرکت در یک مدار کنترلی شبیه سازی شده است. نشان داده

برای محاسبه نیروی محوری در طول تیر، تعادل دینامیکی را می‌توان

به فرم زیر نوشت:

$$P(x) = P_0 \frac{x}{L} \quad (2)$$

که $P(x)$ نیروی محوری در تیر، P_0 نیروی تعیب کننده و L طول تیر می‌باشد. برای سادگی معادلات، پارامترهای بدون بعد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{y}{L} & \bar{x} &= \frac{x}{L} & \bar{t} &= t \left(\frac{EI}{mL^4} \right)^{0.5} & \bar{P}_0 &= \frac{P_0 L^2}{EI} \\ \bar{F}_0 &= \frac{F_0(t)L^2}{EI} & \bar{\beta} &= \beta \left(\frac{L^4}{mEI} \right)^{0.5} & \bar{\alpha} &= \alpha \left(\frac{EI}{mL^4} \right)^{0.5} \end{aligned} \quad (3)$$

در معادلات بالا، m جرم تیر در واحد طول، $F_0(t)$ نیروی عرضی و β ضریب میرایی می‌باشد. فرم عمومی اصل همیلتون به صورت زیر است:

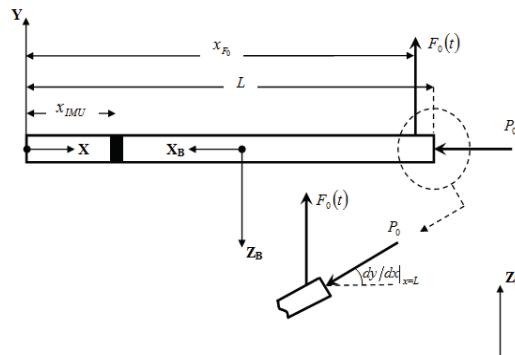
$$\delta \int_{\bar{t}_1}^{\bar{t}_2} (\bar{T} - \bar{V} + \bar{W}_c) d\bar{t} + \int_{\bar{t}_1}^{\bar{t}_2} \delta \bar{W}_{nc} d\bar{t} = 0 \quad (4)$$

که در آن δ نشان دهنده تغییرات، \bar{T} انرژی جنبشی بدون بعد، \bar{V} کار مجازی بدون بعد مربوط به نیروهای کنسرواتیو و \bar{W}_c کار مجازی بدون بعد مربوط به نیروی‌های غیر کنسرواتیو می‌باشد. برای مدل نشان داده شده در شکل (۱)، معادله (۵) می‌تواند به صورت زیر نشان داده شود:

$$\begin{cases} \bar{T} = \frac{1}{2} \int \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{t}} \right)^2 d\bar{x} \\ \bar{V} = \frac{1}{2} \int \left(\frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{x}^2} \right)^2 d\bar{x} \\ \bar{W}_c = \frac{1}{2} \bar{P}_0 \int \bar{x} \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{x}} \right)^2 d\bar{x} \\ \delta \bar{W}_{nc} = - \int \left[\bar{\beta} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{t}} \delta \bar{y} + \bar{\alpha} \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial \bar{t} \partial \bar{x}^2} \delta \left(\frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{x}^2} \right) \right] d\bar{x} \\ - \bar{P}_0 \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{x}} \right) \Big|_{\bar{x}=1} \delta \bar{y} \Big|_{\bar{x}=1} + \bar{F}_0 \delta \bar{y} \Big|_{\bar{x}=\bar{x}_{F_0}} \end{cases} \quad (5)$$

با توجه به اینکه توزیع نیروی محوری در طول تیر ثابت نیست، معادلات دیفرانسیل حاکم را نمی‌توان به صورت تحلیلی حل نمود و روش‌های تقریبی مورد نیاز می‌باشد. روش ریتز یکی از روش‌هایی است که در این بررسی با استفاده از روش همیلتون (Hodges and Pierce [21]) مورد استفاده قرار گرفته است. در این روش پاسخ به صورت یک سری به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

شکل (۱) مدل فرضی برای یک سازه فضایی را نشان می‌دهد. ZIXI و YX به ترتیب دستگاه مختصات اینرسی، دستگاه مختصات بدنی و دستگاه مختصات الاستیک می‌باشد. دستگاه مختصات اینرسی ثابت می‌باشد و دستگاه مختصات بدنی و دستگاه مختصات الاستیک متصل به تیر هستند. اگرچه جرم کلی و مرکز جرم مدل ثابت فرض شده است ولی این تحلیل را می‌توان برای یک سیستم با جرم متغیر و یا مدل‌های پیچیده‌تر بکار برد. همچنین در این مقاله از نیروی وزن صرفنظر شده است. فرض شده است که تیر در نظر گرفته شده، تیر برونی باشد و تیر در جهت طولی انعطاف‌ناپذیر باشد. نیروی رانش موتور توسط یک نیروی تعیب کننده و نیروی عملگر توسط یک نیروی عمودی مدل شده‌اند. در شکل (۱) محل IMU و محل نیروی عملگر نشان داده شده است.



شکل ۱: یک مدل ساده از یک سازه هوافضایی به صورت یک تیر دو سر آزاد به همراه میرایی

۱-۲- روابط انرژی

در اغلب سیستم‌های ارتعاشی میرایی طبیعی وجود دارد و تاثیر آن باعث اتلاف انرژی سیستم می‌گردد. از این رو، اتلاف انرژی باعث کاهش دامنه ارتعاشات آزاد می‌گردد. در ارتعاشات اجرایی این اتلاف با تحریک بیرونی جبران می‌گردد. در این مقاله، میرایی به صورت تنبایی Kelvin-Voigt مدل شده است. برای بررسی میرایی مدل Meirovitch مورد استفاده قرار گرفته که در معادله (۱) آمده است ([20]). معادله (۱) عبارتست از:

$$M(x,t) = EI \left[\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial t \partial x^2} \right] \quad (1)$$

که در آن $M(x,t)$ ، EI و α به ترتیب گشتاور خمی، سخت خمی و ضریب میرایی تنبایی می‌باشند.

$$\frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{t}^2} + \bar{\beta} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{t}} + \bar{\alpha} \frac{\partial^5 \bar{y}}{\partial \bar{t} \partial \bar{x}^4} + \frac{\partial^4 \bar{y}}{\partial \bar{x}^4} = 0 \quad (4)$$

$$\bar{y}(\bar{x}, \bar{t}) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(\bar{x}) q_i(\bar{t}) \quad (5)$$

با شرایط مرزی زیر حل می شود:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{x}^2} + \bar{\alpha} \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial \bar{t} \partial \bar{x}^2} = 0 \\ \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial \bar{x}^3} + \bar{\alpha} \frac{\partial^4 \bar{y}}{\partial \bar{t} \partial \bar{x}^3} = 0 \end{cases} \quad \text{at } \bar{x} = 0, \bar{x} = 1 \quad (6)$$

همچنین داریم:

$$\bar{y}(\bar{x}, \bar{t}) = \chi(\bar{x}) \tau(\bar{t}) = \chi(\bar{x}) e^{\lambda_0 \bar{t}} \quad (7)$$

با جایگزینی معادله (7) در معادله (6)، معادلات جدیدی به صورت زیر حاصل می گردد:

$$\lambda_0^2 \chi + \lambda_0 (\bar{\beta} \chi + \bar{\alpha} \chi''') + \chi'''' = 0 \quad (8)$$

شرط مرزی معادله (10) به صورت زیر است:

$$\begin{cases} (1 + \lambda_0 \bar{\alpha}) \chi'' = 0 \\ (1 + \lambda_0 \bar{\alpha}) \chi''' = 0 \end{cases} \quad \text{at } \bar{x} = 0, \bar{x} = 1 \quad (9)$$

که در آن $\chi'' = d^2 \chi / d \bar{x}^2$ و $\chi''' = d^3 \chi / d \bar{x}^3$. با جایگزینی معادله (8) و (9) معادله (14) ظاهر می شود و شرایط مرزی ای به صورت زیر دارد:

$$\chi'''' - \gamma^4 \chi = 0 \quad \gamma^4 = -\left(\frac{\lambda_0^2 + \lambda_0 \bar{\beta}}{1 + \lambda_0 \bar{\alpha}} \right) \quad (10)$$

$$\begin{cases} \chi'' = 0 \\ \chi''' = 0 \end{cases} \quad \text{at } \bar{x} = 0, \bar{x} = 1 \quad (11)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\cos \gamma \cosh \gamma = 1 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \chi(\bar{x}) &= \sin \gamma \bar{x} + \sinh \gamma \bar{x} \\ &+ \left(\frac{\cos \gamma - \cosh \gamma}{\sin \gamma + \sinh \gamma} \right) (\cos \gamma \bar{x} + \cosh \gamma \bar{x}) \end{aligned} \quad (13)$$

همانطور که در معادلات بالا نشان داده شده است، معادله پارامتری و شکل مودهای خمی یک تیر یکنواخت بروزی با میرایی تناسی با همان

که در ان $\varphi_i(\bar{x})$ تابع فرضی و مجاز و $q_i(\bar{t})$ مختصات تعیین

یافته می باشد. با جایگزینی معادله (5) در معادله (6) و جایگزینی نهایی در معادله (4)، خواهیم داشت:

$$[\mathbf{M}_{ij}] [\dot{\mathbf{q}}_j] + [\mathbf{C}_{ij}] [\ddot{\mathbf{q}}_j] + [\mathbf{K}_{ij}] [\mathbf{q}_j] = [\mathbf{Q}_j] \quad (14)$$

که در آن $[\mathbf{M}_{ij}]$ ماتریس جرم، $\ddot{\mathbf{q}} = d^2 \mathbf{q} / d \bar{t}^2$

ماتریس میرایی، $[\mathbf{K}_{ij}]$ ماتریس سختی و $[\mathbf{Q}_j]$ بردار نیرو است که به صورت زیر توصیف می گردد:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{ij} = \int \varphi_i \varphi_j d\bar{x} \\ \mathbf{C}_{ij} = \int [\bar{\beta} \varphi_i \varphi_j + \bar{\alpha} \varphi_i'' \varphi_j''] d\bar{x} \\ \mathbf{K}_{ij} = \int \varphi_i'' \varphi_j'' d\bar{x} - \bar{P}_0 \int \bar{x} \varphi_i' \varphi_j' d\bar{x} + \bar{P}_0 \varphi_i'(1) \varphi_j(1) \\ \mathbf{Q}_j = \bar{F}_0 \varphi_j(\bar{x}_{F_0}) \end{cases} \quad (15)$$

که در آن $\varphi' = d\varphi / d\bar{x}$ و $\varphi'' = d^2 \varphi / d\bar{x}^2$

معمول در روش های تقریبی، معادلات دیفرانسیل پاره ای به صورت معادلات دیفرانسیل معمولی در می آیند.

۲-۲- توابع مجاز

در حالت عمومی توابع مجاز $\varphi(\bar{x})$ می باشد شرایط زیر را

ارضاء نمایند:

- شرایط مرزی مساله

- پیوسته بودن و انتگرال پذیر بودن

- تابع کامل بودن

- مستقل خطي بودن

شکل مودهای یک تیر دوسر آزاد با میرایی تناسی شرایط فوق را دارا می باشند و در این بررسی مورد استفاده قرار می گیرند. از آنجا که دو مود صلب تیر تاثیری در پایداری آن ندارند آنها را مورد توجه قرار نمی دهیم (Beal [6]).

برای به دست آوردن شکل مودهای خمی یک تیر برنولی

یکنواخت با میرایی تناسی تحلیل ارتعاشات آزاد ($\bar{P}_0 = 0$) و

$\bar{F}_0 = 0$) مورد استفاده قرار می گیرد. بنابراین:

می شوند به جز منابع تحریک خارجی که در همه سیستمها می تواند اثرگذار باشد، یک منبع تحریک داخلی می تواند عمل نماید که سیار مهم و قابل بررسی است زیرا عملکرد پیوسته عملگرها و سیستمها اندازه گیری و وارد شدن نوسانات ارتعاشی سازه در حلقه کنترلی به طور مداوم خط را افزایش داده و باعث ناپایداری و یا عملکرد نوسانی سیستم می گردد. این مساله را در یک ماہواربر الاستیک به خوبی می توان تجسم نمود.

با توجه به مطلب فوق، استراتژی کنترلی اتخاذ شده برای کنترل سازه انعطاف پذیر، استراتژی حذف تحریک ارتعاشی می باشد. به عبارت دیگر می خواهیم سیستم به گونه ای عمل نماید که اندازه گیرها، ارتعاش خمی را مشاهده نکند و به این ترتیب از تحریک سیستم جلوگیری نماییم. برای این منظور مساله حذف تحریک را به دو مساله شناسایی فر کانس ارتعاشی و فیلتر کردن آن تعمیم می دهیم زیرا یکی از چالشهای اساسی شناسایی فر کانس ارتعاشی سیستم است که با زمان تعییر می کند.

برای شناسایی فر کانس ارتعاشی از روش الگوریتم های بازگشتی و ترکیب یک روش فیلتر شده و بازگشتی استفاده شده است. در مورد فیلتر کردن برحسب نوع شناسایی می توان از فیلتر های میان گذر، پایین گذر و باریک استفاده نمود که توجه اصلی در این پژوهش معطوف به فیلتر های باریک می باشد که یک نوع خاص این فیلترها را مورد بررسی قرار داده ایم.

یک فیلتر باریک را می توان به فرم ساده شده زیر در نظر گرفت:

$$H(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = \frac{1 + 2k_a z^{-1} + z^{-2}}{1 + k_a(1 + k_b)z^{-1} + k_b z^{-2}} \quad (22)$$

که در آن K_a معرف یک بخش کسینوسی از فر کانس مرکزی فیلتر و K_b پارامتر ثابت آن می باشد.

از آنجا که در این مدلسازی از ۸ مود ارتعاشی استفاده شده است به نظر می رسد احتیاج به ۸ فیلتر سری برای کاهش ارتعاشات باشد. اما باید توجه داشت که مود های غالب در این سیستم تنها شامل دو مود خواهند

پارامترها برای تیر بدون میرایی تفاوتی ندارد، اما فر کانس های آنها متفاوت خواهند بود.

$$\lambda_{0_1}, \lambda_{0_2} = \frac{-\overline{\beta} + \overline{\alpha}\gamma^4}{2} \pm \frac{\sqrt{(\overline{\beta} + \overline{\alpha}\gamma^4)^2 - 4\gamma^4}}{2} \quad (18)$$

بخش دوم معادله بالا فر کانس های یک تیر دوسر آزاد با میرایی تنسابی را نشان می دهد.

۳- حرکت صلب سیستم و استراتژی کنترلی

در این بخش ابتدا تابع تبدیل کانال پیج سیستم استخراج می گردد و پس طراحی سیستم کنترلی ارائخ می گردد.

۱-۳- مدلسازی کانال پیج در یک ماہوار بروز انتظاف پذیر

شبیب حاصل از خیز ارتعاشات عرضی که در واقع مقدار زاویه انحراف در اثر خمی ارتعاشی می باشد از رابطه زیر به دست می آید:

$$\theta_b = \frac{\partial y}{\partial x} = \sum_{i=1}^N \varphi'_i(x) q_i(t) \quad (19)$$

که در آن φ'_i شبیب شکل مدد در محل IMU و θ_b زاویه حاصل از خمی می باشد. بنابراین با توجه به معادلات بالا، θ_T زاویه نهایی حاصل از خمی و وضعیت که در لحظه IMU اندازه گیری می کند به صورت زیر به دست می آوریم:

$$\theta_T = \theta + (-\theta_b) \quad (20)$$

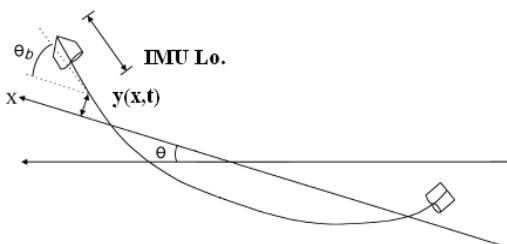
که در این رابطه θ زاویه پیج در حالت صلب می باشد و تابع تبدیل آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\theta}{\delta} = \frac{-b_{42}s + (a_{11}b_{42} - a_{41}b_{12})}{s(s^2 - (a_{11} + a_{44})s + (a_{11}a_{44} - a_{14}a_{41}))} \quad (21)$$

که در این معادلات a_{ij} و b_{ij} از روابط آبرودینامیکی و دینامیک سیستم به دست می آیند. به طور مشابه روش فوق را برای کانال سمت نیز می توان تعمیم داد.

۲-۳- استراتژی کنترل ارتعاشات بالکها

برای جلوگیری از اثرات مخرب ارتعاشی توجه خود را به مساله تحریک ارتعاشی جلب می نماییم. در سازه هایی که با حلقه بسته، کنترل



شکل ۲: محاسبه زاویه نهایی پیج ناشی از حرکت صلب غیر صلب

$$w(n) = g(n) + 2k_a g(n-1) + g(n-2) \quad (24)$$

حال معادلات روش بازگشتی فیلتر شده به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \hat{z}(n) &= \hat{z}(n-1) + k_{cg}(n)[w(n) - \psi^T(n)\hat{z}(n-1)] \\ k_{cg}(n) &= \eta(n-1)\psi(n)[\mathbf{I} + \psi^T(n)\eta(n-1)\psi(n)]^{-1} \\ \eta(n) &= [\mathbf{I} - k_{cg}(n)\psi^T(n)]\eta(n-1) \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن، $\hat{z}(n)$ ماتریس پارامترهای شناسایی، $k_{cg}(n)$ بهره اصلاح، \mathbf{I} ماتریس واحد و $\psi(n)$ مدل رگرسیون می باشدند. فرکانس ارتعاشی غالب تابعی از پارامترهای دینامیک ارتعاشی سیستم خواهد بود. از این رو، با شناسایی دقیق پارامترهای دینامیک الاستیک فرکانس ارتعاشات خمشی نیز به طور دقیق شناسایی می گردد. یکی از چالش‌های اصلی در روش های گذشته نظیر گرادیان مدل مرجع ناپایدار شدن الگوریتم شناسایی در بهره های بالا بوده است. این مشکل در اینجا با انتخاب روش بازگشتی فیلتر شده حل شده است.

۴- بحث و نتایج عددی

نتایج در چند بخش به صورت زیر آمده است:

۴-۱- نیروی تعقیب کننده بحرانی

یکی از اهداف این پژوهش اندازه گیری مقدار و نوع کمترین نیروی تعقیب کننده (دیورژانس و یا فلاٹر) که منجر به ناپایداری می شود یعنی \bar{P}_{0cr} می باشد. همانطور که در معادله (۸) نشان داده شده است، نیروی تعقیب کننده بر روی ماتریس سختی تاثیر داشته و فرکانس ارتعاشی سیستم را تغییر می دهد. بنابراین برای دست یافتن به هدف ذکر شده در ابتدا باید فرکانس های سیستم را اندازه گرفت. برای به دست آوردن تغییرات فرکانس های سیستم نسبت به نیروی تعقیب کننده سمت راست معادله (۷) $(\bar{F}_0 = 0)$ را صفر می کنیم و فرض می کنیم که باسخن

همگن به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} [\mathbf{q}_j] &= [\hat{\mathbf{q}}_j] e^{\lambda t} \\ \lambda &= \lambda_R + i \lambda_I, i = \sqrt{-1} \end{aligned} \quad (26)$$

که در آن $[\hat{\mathbf{q}}_j]$ یک بردار با پارامترهای ثابت می باشد.

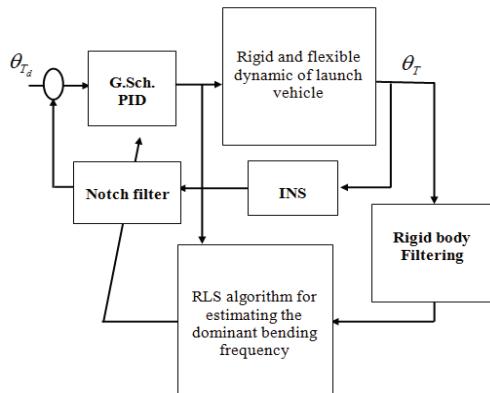
با جایگزینی معادله (۲۶) در معادله (۷)، ماتریس A به دست می آید:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -[\mathbf{M}_{ij}]^{-1}[\mathbf{K}_{ij}] & -[\mathbf{M}_{ij}]^{-1}[\mathbf{C}_{ij}] \end{bmatrix} \quad (27)$$

بود و از این رو در این بررسی از دو فیلتر سری استفاده خواهد شد. همچنین این موضوع با توجه به پهنای باند المان های مختلف حلقه بسته مانند عملگرها نیز قابل تنظیم می باشد.

۴-۳- روش کمترین مربعات بازگشتی فیلتر شده

دینامیک سیستم یک ماهاور انعطاف پذیر به طور منحصر در کanal پنج شامل رفتار صلب و غیر صلب می باشد. اعمال شناسایی کمترین مربعات بازگشتی به کل سیستم به دلیل وجود پارامترهای زیاد منجر به حجم بالای محاسبات خواهد شد. از این رو، با این فرض که دینامیک مدل صلب را می شناسیم، برای کاهش حجم محاسبات یکی از راهکارها حذف مدل صلب از شناسایی می باشد. این کار با بهره گیری از روشی به نام شناسایی فیلتر شده صورت می پذیرد. با پیاده سازی روش شناسایی با فیلتر کردن مدل صلب سیستم شناسایی تنها پارامترهای ارتعاشی را شناسایی خواهد نمود که از این جمله فرکانس ارتعاشات خمشی می باشد [22]. در واقع این الگوریتم با شناسایی فرکانس ارتعاشات خمشی می تواند برای تنظیم فیلتر مرکزی عمل نماید. بلوک دیاگرام این روش در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۳: بلوک دیاگرام کامل سیستم کنترل اصلی و تطبیقی

اگر ورودی فیلتر اول که برای حذف دینامیک صلب استفاده می گردد در گام nام با $u(n)$ و خروجی قسمت پلهای آن با $g(n)$ نشاد داده شود:

$$g(n) = \frac{1}{B(z)} u(n) \quad (23)$$

آنگاه خروجی فیلتر $w(n)$ به صورت زیر خواهد بود:

این نقطه برای سیستم کنترل کننده حلقه بسته بسیار حیاتی و مهم می‌باشد.

این نقطه در شکل (۱) نشان داده شده و مقدار جابجایی آن به صورت

$$x_{IMU} \text{ نمایش داده شده است.}$$

در شکل (۶ الف) تغییر شکل یا جابجایی محل سیستم اندازه گیری (IMU) با روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل نظری رانگ کوتا محاسبه می‌گردد و نتایج آن در شکل (۶ ب) مقایسه می‌گردد. مقدار

مشخص در نظر گرفته شده برای این تحلیل فرضی عبارتند از:

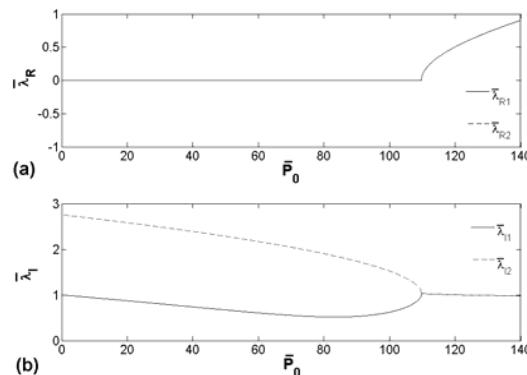
$$x_{IMU} = 0.1 \times L, \quad x_{F_0} = L, \quad L = 20 \text{ m},$$

$$\alpha = 0.0001 \times (mL^4/EI)^{0.5} \text{ s}, \quad \beta = 0.1 \times (mEI/L^4)^{0.5} \text{ kgm}^{-1}\text{s}^{-1}, \\ EI = 8.1997 \times 10^{10} \text{ N m}^2, \quad P_0 = 50 \times (EI/L^2) \text{ N},$$

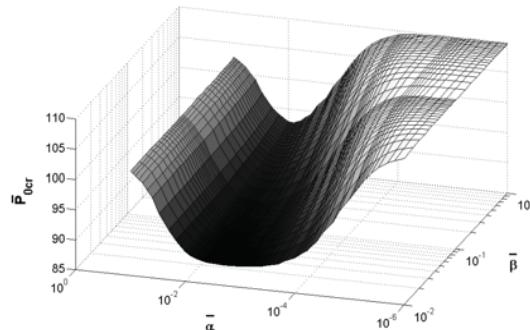
$$F_0(t) = 100 \times \sin(7t) \text{ N.}$$

مقدار بحرانی برای نیروی تعقیب کننده که منجر به فلاٹر می شود در

$$P_0 = 101.6 \times (EI/L^2) \text{ N.}$$



شکل ۴: تغییرات دو مقدار ویژه ابتدایی ماتری اصلی نسبت به تغییرات \bar{P}_0 .
الف) بخش حقیقی مقدار ویژه، ب) بخش موهومی مقدار ویژه



شکل ۵: تأثیر $\bar{\alpha}$ و $\bar{\beta}$ بر مقدار \bar{P}_{0cr} در حالت $0 \neq \bar{\alpha} \neq 0$ و $\bar{\beta} \neq 0$.

به طور واضح فرکانس‌های ارتعاشی همان مقدار ویژه این ماتریس خواهد بود.

برای حل معادلات و به دست آوردن نتایج تابع $(\bar{x})\varphi(\bar{x})$ به جای $\varphi(\bar{x})$ مورد استفاده قرار می‌گیرد و تعداد مودهای مورد بررسی ۸ مود می‌باشد. همچنین داریم:

$$\bar{\lambda} = \begin{pmatrix} \lambda \\ \lambda_{0_{11}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_R + i\lambda_I \\ \lambda_{0_{11}} \end{pmatrix} = \bar{\lambda}_R + i\bar{\lambda}_I \quad (28)$$

که در آن $\lambda_{0_{11}}$ نخستین فرکانس تیر یکنواخت برنولی برای حالت $\bar{P}_0 = 0$ می‌باشد.

$$\bar{\beta} = 0 \text{ و } \bar{\alpha} = 0 - 1 - 1 - 4$$

در این قسمت حالت $\bar{\beta} = 0$ و $\bar{\alpha} = 0$ مورد توجه قرار می‌

گیرد. درابتدا فرض می‌شود که $\bar{F}_0 = 0$. مقدار ویژه ماتریس A محاسبه می‌گردد و در شکل (۴) نشان داده می‌شود. همانطور که در این شکل دیده می‌شود مقدار بحرانی نیروی تعقیب کننده 109.8 بدست آمده است که بسایر به مقدار ارائه شده توسط [6] Beal بسیار نزدیک است (۱۰۹.۹). با افزایش مقدار \bar{P}_0 مقدار $\bar{\lambda}_{I2}$ تغییر می‌کنند و به هم در نقطه‌ای که $\bar{P}_0 = 109.8$ می‌رسند. این برابر با علامت مثبت نشانده نهاده ناپایداری در این مقدار نیرو می‌باشد. بنابراین در این مقدار نیرو پیش‌بینی می‌شود که ارتعاشات افزایش داشته باشد. این ناپایداری ناپایداری دینامیکی یا فلاٹر نامیده می‌شود. در شکل (۴)

تغییرات \bar{P}_0 نشان داده است.

$$\bar{\beta} \neq 0 \text{ و } \bar{\alpha} \neq 0 - 2 - 1 - 4$$

در این بخش تأثیرات پارامترهای $\bar{\alpha}$ و $\bar{\beta}$ و تاثیر آنها بر روی نیروی بحرانی بررسی شده است. در واقع با توجه به اینکه $0 \neq \bar{\beta} \neq 0$ و با این فرض که $\bar{F}_0 = 0$ مقدار ویژه ماتریس اصلی استخراج شده اند. مطابق شکل (۵) این دو پارامتر بر روی \bar{P}_{0cr} در دو شکل جداگانه تأثیر می‌گذارند.

۲-۴- تحلیل جابجایی

یکی از اهداف این پژوهش بررسی و تحلیل جابجایی تیر در محل قرار گیری سیستم اندازه گیری آن می‌باشد. تحلیل جابجایی و ارتعاشات

تأثیرات نامطلوب ارتعاشات تیر بر سیستم کنترلی حلقه بسته در این

بررسی مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله، معادلات حرکت ارتعاشات خمی یک ماهواره بر با مدل تیر گونه و نیروی تعقیب کننده پس از استخراج به سیستم دینامیک پرواز صلب سیستم اضافه شده است. این تأثیرات بسیار با اهمیت و اساسی است و می‌تواند به ناپایداری سیستم کنترلی منجر گردد. همچنین با افزایش نیروی تعقیب کننده این ارتعاشات افزایش می‌یابد.

برای کاهش این تأثیرات، ارتعاشات خمی با رفتار یک تیر با ۸ مود ارتعاشی مدلسازی شده است. یک سیستم کنترل تعییقی بر مبنای شناسایی فرکانس ارتعاشات خمی و فیلتر باریک تطبیقی با فرکانس مرکزی متغیر طراحی شده است تا بتواند تأثیرات نامطلوب ارتعاش را کاهش دهد. این سیستم کنترلی در واقع ارتعاش را از سیستم اندازه گیری فیلتر می‌نماید. نتایج شبیه سازی نشان داد که الگوریتم پیشنهادی که در فعالیتهای گذشته بر روی سیستم ماهواره بر تیر گونه بدون نیروی تعقیب کننده به خوبی عمل کرده بود در این بررسی بر روی سیستم ماهواره بر تیر گونه با نیروی تعقیب کننده و میرایی نیز به خوبی توانسته ارتعاشات نامطلوب خمی را برطرف نماید و کاهش دهد.

این سیستم کامل پروازی می‌تواند استفاده از نیروی پیشران ماکریم را برای عملکرد در محدود وسیع تر ماهواره بر را که پیش از این به دلیل ارتعاشات نامطلوب عملی نبود، امکان پذیر نماید.

۳-۴- شبیه سازی

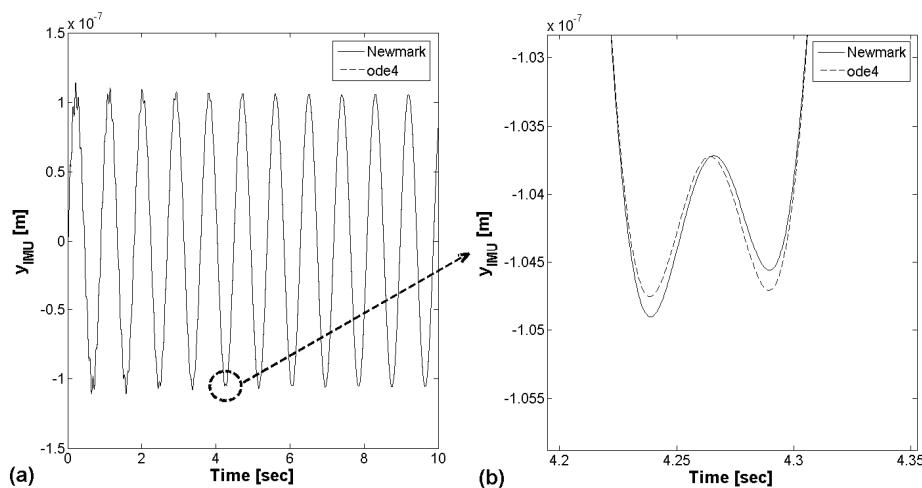
در این بخش تأثیر نیروی تعقیب کننده بر روی حلقه کنترلی مورد بررسی قرار می‌گیرد و تحلیل می‌گردد. مطابق شکل (۷) (الف) و (۷) (ب) شبیه تیر در محل سیستم اندازه گیری و زاویه عملگرها نهانگامی که نیروی تعقیب کننده بیشتر از مقدار بحرانی آن است شروع به افزایش می‌کند. زاویه عملگر کنترلی در حالت اشباع قرار می‌گیرد زیرا پدیده فلاتر در سازه رخ می‌دهد.

خروجی‌های سیستم با استفاده از اعمال سیستم کنترل تعییقی در شکل (۸) تا (۱۰) برای مقدار نیروی تعقیب کننده تاحدی کمتر از بحرانی ارائه شده است. شکل (۸) شناسایی فرکانس ارتعاشات خمی را با استفاده از الگوریتم فیلتر شده بازگشتی نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که الگوریتم فوق فرکانس ارتعاشی غالب سیستم را به خوبی شناسایی می‌نماید. تغییرات زاویه عملگرهای کنترلی در دو حالت اعمال و عدم اعمال سیستم کنترل تعییقی در شکل (۹) نشان داده شده است. همچنین شکل (۱۰) تغییرات زاویه در محل سیستم اندازه گیری را در حضور و عدم حضور سیستم تعییقی باهم مقایسه نموده است.

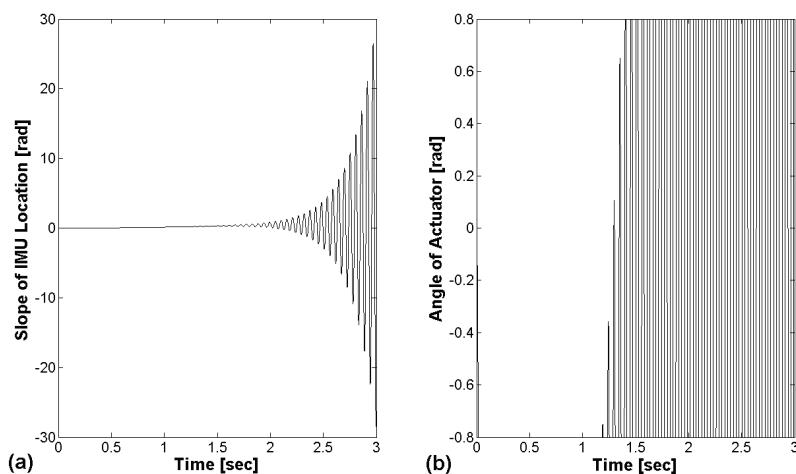
در شکل (۱۱) ناپایداری روش قبل که بر مبنای گرادیان طراحی شده بود را در برخی مقدادر بهره بزرگ نشان می‌دهد. با توجه به مشخصه‌های همگرایی روش کمترین مرباعات بازگشتی و تعمیم آنها به روش بازگشتی فیلتر شده این مشکل برای روش بکار رفته در این پژوهش برطرف شده است.

۵- نتیجه گیری

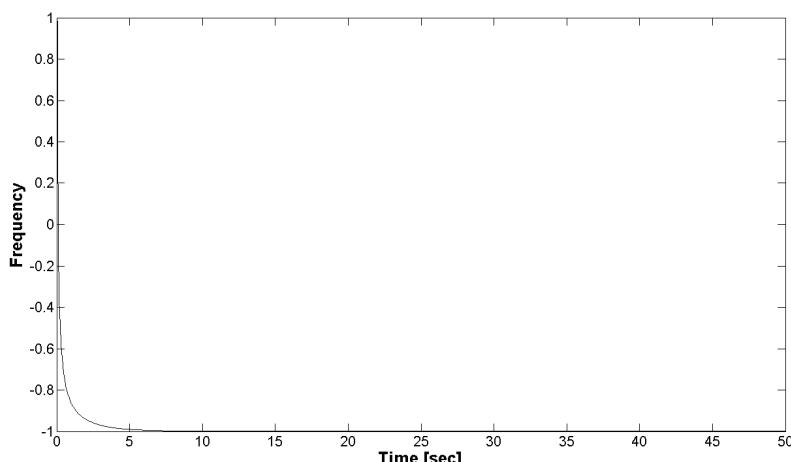
در این مقاله، ناپایداری و ارتعاشات یک تیر دوسر آزاد برزنولی با میرایی تناسبی همراه با نیروی تعقیب کننده و نیروی کنترلی عرضی (به صورت یک ماهواره بر) مورد تحلیل واقع گردید. نیروی تعقیب کننده یک مدل برای نیروی پیشرانش و نیروی عرضی مدلی برای نیروی ناشی از عملگرهای کنترلی در یک حاکل ماهواره می‌باشد. در ابتدا برای مدل بدون میرایی مقدار نیروی تعقیب کننده بحرانی که به فلاتر منجر می‌شود برابر $\bar{P}_{0_{cr}} = 109.73$ به دست آمد. با توجه به نتایج شبیه سازی ناپایداری دینامیکی در خلال افزایش نیروی تعقیب کننده در غیاب میرایی رخ می‌دهد. در حالت میرایی می‌توان بیان داشت که در یک مقدار $\bar{\alpha}$ داده شده، افزایش $\bar{\beta}$ منجر به افزایش نیروی تعقیب کننده بحرانی خواهد شد و در حالت یک مقدار داده شده $\bar{\beta}$ افزایش $\bar{\alpha}$ منجر به کاهش نیروی فوق می‌گردد.



شکل ۶: جابجایی محل سیستم اندازه گیری، ب: تفاوت روش های عددی در مقدار فوق

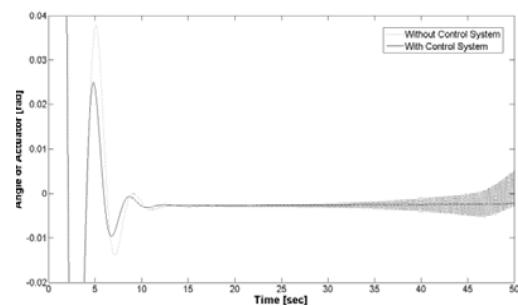


شکل ۷: الف: شب محل سیستم اندازه گیری، ب) زاویه سیستم عملگر بر حسب زمان

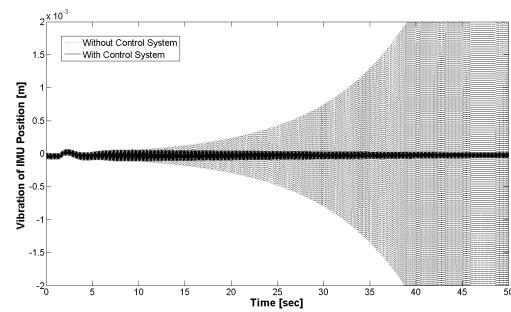


شکل ۸: شناسایی فرکانس غالب سیستم ارتعاشی

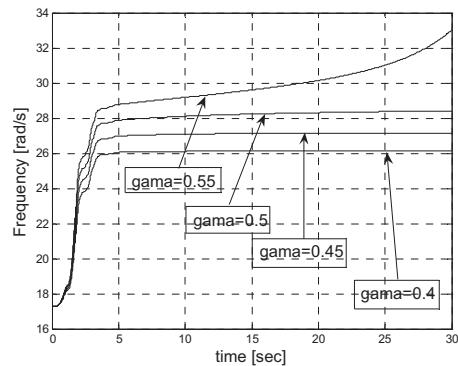
- [4] Park, Y.P. and Mote, Jr., C.D, The maximum controlled follower force on a free-free beam carrying a concentrated mass. *Journal of Sound and Vibration*, 1984, 98, 247-256.
- [5] Wu, J.J., On the stability of a free-free beam under axial thrust subjected to directional control. *Journal of Sound and Vibration*, 1975, 43, 45-52.
- [6] Beal, T.R., Dynamic stability of a flexible missile under constant and pulsating thrusts. *AIAA Journal*, 1965, 3, 486-494.
- [7] Pourtakdoust, S.H. and Assadian, N., Investigation of thrust effect on the vibrational characteristics of flexible guided missiles. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 272, 287-299.
- [8] Sugiyama, Y., Katayama, K., Kiriyama, K. and Ryu, B.-J., Experimental verification of dynamic stability of vertical cantilevered columns subjected to a sub-tangential force. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 236, 193-207.
- [9] Young, T.H. and Juan, C.S., Dynamic stability and response of fluttered beams subjected to random follower forces. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2003, 38, 889-901.
- [10] Ryanski, E.G., Optimal control of flexible launch vehicle. AIAA paper, No. 67-592, Guidance, control and Flight Dynamics Conference HUNTSVILLE, ALABAMA/AUGUST, 1967, 14-16, pp. 1-7.
- [11] Jenkins, K.W. and Roy, R.J., Pitch control of a flexible launch vehicle. *IEEE Transaction on Automatic Control, SHORT PAPERS*, 1968, 181-186
- [12] Maki, M.C. and Van De Verte, J., Optimal and constrained-optimal control of a flexible launch vehicle. *AIAA Journal*, 10, 1972, 796-799.
- [13] Bibel, J. and Stalford, H., Mu-synthesis autopilot design for a flexible launch vehicle. AIAA-19371, 29th Aerospace Sciences Meeting, Nevada, 1991, January 7-10, pp. 1-17.
- [14] Bibel, J. and Stalford, H., An improved gain stabilized mu-controller for a flexible launch vehicle., AIAA-92-0206, 30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, NV, 1992, January 69, pp. 1-16.
- [15] Choi, H.D. and Bang, H., An adaptive control approach to the attitude control of a flexible rocket. *Control engineering practice*, 2000, 8, 1003-1010.
- [16] Choi, H.D. and Kim, J., Adaptive notch filter design for bending vibration of a sounding rocket. *Aerospace Engineering journal of IMechE*, 2000, 215, 13-23.
- [17] Ra, W.S., Practical adaptive notch filter of missile bending mode rejection. *IEEE Electronic letters*, 2005, 41 (5).
- [18] Oh, C.S., Bang, H., and Park, C.S., Attitude control of a flexible launch vehicle using an adaptive notch filter: Ground experiment. *Control Engineering Practice*, 16, 2008, 30-42.



شکل ۹: تغییرات زاویه عملگر با اعمال سیستم تطبیقی و بدون آن



شکل ۱۰: مقایسه ارتعاشات سیستم اندازه گیری با اعمال و بدون اعمال سیستم تطبیقی



شکل ۱۱: ناپایداری روش گرادیان در بهره های بالا

مراجع

- [1] Bokaian, A. Natural frequencies of beam under compressive axial loads. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 126, 49-65
- [2] Joshi, A. Free vibration characteristics of variable mass rocket having large axial thrust/acceleration. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 187, 727-736.
- [3] Yoon, S.-J. and Kim, J.-H., A concentrated mass on the spinning unconstrained beam subjected to a thrust. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 254, 621-634.

- Press Syndicate of The University of Cambridge,
Cambridge, 2002.
- [22] Roshanian, J., Khaki-sedigh, A. and Khoshnood,
A.M. 2007, Simulation of bending vibration
effects on attitude control of flexible launch
vehicle. IASTED Asian Conference, Modeling
and Simulation, Beijing, China, October 8-10, pp.
25-2
- [19] Khoshnood, A.M., Roshanian, J., and Khaki-
sedigh, A. Model reference adaptive control for a
flexible launch vehicle. Journal of systems and
control engineering, 2008, 222, 45-52.
- [20] Meirovitch, L. Principles and Techniques of
Vibrations. Prentice-Hall International Inc., New
Jersey, 1997.
- [21] Hodges, D.H. and Pierce, G.A. Introduction to
Structural Dynamics and Aeroelasticity. The



یک رویکرد فعال مبتنی بر تخمین خطای جهت طراحی کنترل کننده های تحمل پذیر خطای

مهندی پزشکیان^۱، محمد جواد خسروجردی^۲

^۱ کارشناسی ارشد کنترل دانشگاه صنعتی سهند تبریز، m_pezeshkian@sut.ac.ir

^۲ استادیار، گروه کنترل دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی سهند تبریز، khosrowjerdi@sut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۸/۷/۲۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۸/۱۱/۲۵)

چکیده: در این مقاله یک رویکرد فعال جهت طراحی کنترل کننده تحمل پذیر خطای (FTC) مبتنی بر استفاده از رویکرگر دینامیکی جهت تخمین همزمان خطای محرک (سیستم) و حالتها ارایه می گردد. مزیت اعمده استفاده از رویکرگر دینامیکی در تبدیل مساله تخمین همزمان خطای و حالتها به حل یک مساله کنترل مقاوم بدون نیاز افایش غیر ضروری مرتبه سیستم می باشد. در رویکرد ارائه شده، ساختار کنترل کننده ثابت است و نیازی به پیکربندی دوباره آن جهت جبران و یا تحمل خطای رخ داده شده در محرکها و اجزای مختلف سیستم نمی باشد و لذا از سادگی قابل ملاحظه ای به منظور پیاده سازی عملی برخوردار است. همچنین قانون کنترل تابعی خطی از تخمین خطای و حالتهای سیستم است و بگونه ای طراحی می شود که ضمن تضمین پایداری سیستم حلقه بسته مانع از افت عملکرد آن در حضور خطای و اغتشاش گردد. درنهایت یک الگوریتم ساختار یافته جهت طراحی FTC مبتنی بر نامساوی ماتریسی خطی (LMI) ارایه می گردد. همچنین در قالب یک مثال شبیه سازی، کارایی روش ارایه شده روی فرآیند چهار تانک نشان داده می شود.

واژه های کلیدی: کنترل کننده تحمل پذیر خطای، تخمین خطای، تشخیص خطای، نامساوی ماتریسی خطی (LMI)، رویکرگر دینامیکی

A Fault Estimation-based Approach to Active Fault Tolerant Controller Design

Mahdi Pezeshkian, Mohammad Javad Khosrowjerdi

Abstract: In this paper, an active approach for designing Fault Tolerant Controller (FTC) is proposed. This approach utilizes the idea of dynamical observer for simultaneous estimation of system states and faults. The main advantage of the dynamical observer is looking at the simultaneous estimation of system states and faults purely as a robust control problem. In this proposed approach, the controller has a fixed structure and there is no need to reconfiguration of the controller to accommodate or compensate the effect of the faults occurred in the system which makes the proposed approach practical for real systems. The control law is a linear function of the system states and estimated faults and is designed to keep the closed loop system asymptotically stable and the performance of the closed loop system in an acceptable level in the presence of faults and disturbances. A constructive algorithm based on Linear Matrix Inequality (LMI) is presented for FTC design. The merit of the proposed control scheme has been verified by the simulation on the four-tank process subjected to the actuator faults.

Keywords: Fault Tolerant Controller (FTC), Fault Reconstruction, Fault Detection and Isolation (FDI), Linear Matrix Inequality (LMI), Dynamical Observer.

که مورد توجه ویژه صنعت و پژوهشگران قرار گرفته است. بروز خطای

در اجزای مختلف چنین سیستم هایی می تواند باعث افت عملکرد و حتی

باعث ناپایداری آن گردد. قطعی سنسور یا خرابی آن، خرابی محرک یا

افت عملکرد آن و خرابی اجزای داخلی فرآیندها می تواند از جمله

- مقدمه

در سالهای اخیر با پیشرفت تکنولوژی و پیچیده تر شدن سیستم های

کنترلی، قابلیت اطمینان اینگونه سیستم ها از مهمترین موضوعاتی است

خطای سنسور [۱۶-۱۷]، استفاده از ایده سیستم‌های توصیفی [۱۸-۱۹] اشاره نمود. در [۱۷] و [۲۰] از ایده سنسور مجازی جهت جبران خطای سنسور استفاده شده است. بدین صورت که با تخمين خطای سنسور و کم کردن آن از خروجی اندازه گیری شده، یک سنسور مجازی بدون خطا در اختیار خواهیم داشت که از آن می‌توان جهت تولید ورودی کنترل استفاده نمود. در [۲۱] از ایده تشخیص روی خط سیگنال کنترلی^۱ جهت جبران خطای محرک استفاده شده است.

در این مقاله در ادامه کارهای انجام گرفته در زمینه طراحی FTC مبتنی بر تخمين خطای و جبران سازی آن، رویکرد متفاوتی برای این منظور ارائه می‌گردد. شکل ۱ بلوک دیاگرام مورد نظر مقاله را جهت طراحی FTC نشان می‌دهد. ویژگی شاخص این روش استفاده از ایده رویتگر دینامیکی [۲۲] جهت تخمين همزمان حالتها و بازسازی خطای بدون نیاز به افزایش غیرضروری مرتبه سیستم می‌باشد. رویتگر دینامیکی، تعیین یافته رویتگر معمولی لیونبرگر است با این تفاوت که بهره آن، یک بهره دینامیکی است. با استفاده از درجه آزادی موجود در رویتگر دینامیکی می‌توان در یک روال طبیعی مساله "تخمين همزمان حالتها و بازسازی خطای" را به حل یک "مساله کنترل" تبدیل نمود. همچنین در این روش نیازی به پیکربندی مجدد کنترل کننده جهت جبران و یا تحمل خطای رخ داده شده در اجزای مختلف سیستم نمی‌باشد و قانون کنترل تابعی خطی از تخمين حالتها سیستم و خطای بازسازی شده است و بگونه‌ای طراحی می‌شود که پایداری و عملکرد سیستم حلقه بسته در حضور خطای و اغتشاش حفظ شود. چنانکه خواهیم دید فرآیند طراحی FTC در قالب یک الگوریتم ساختار یافته مبتنی بر نامساوی ماتریسی خطی (LMI) که براحتی توسط نرم افزار MATLAB قابل پیاده سازی است صورت می‌پذیرد.

شایان ذکر است که در [۱۹] نیز ساختار مشابهی نظری شکل ۱ جهت طراحی FTC برای کلاس خاصی از سیستم‌های توصیفی ارائه شده است که از تخمين خطای محرک در طراحی کنترل کننده استفاده می‌کند. اما رویکرد ارایه شده در این مقاله متفاوت از [۱۹] است. روش ارایه شده در [۱۹] در صورتی معتبر است که مشتق خطای تا یک مرتبه مشخص محدود باشد. با این فرض جهت بازسازی خطای محرک، خطای و مشتقات آن به عنوان حالتهای جدید به حالتهای سیستم اولیه افزوده می‌گردد و در نهایت برای سیستم افزوده شده جدید یک رویتگر طراحی می‌شود که بتواند حالتهای سیستم و خطای را همزمان تخمين

عوامل بروز خطا در سیستم‌های کنترل به حساب آیند. امروزه طراحی کنترل کننده‌هایی که بتوانند این خطای را در سیستم تشخیص داده (تشخیص خطای^۲) و در حضور این خطایها پایداری و عملکرد مطلوب سیستم را حفظ کنند (تحمل خطای^۳) در کانون توجه پژوهشگران قرار گرفته است. این گونه کنترل کننده‌ها اصطلاحاً کنترل کننده‌های تحمل پذیر خطا^۴ و یا به اختصار FTC نامیده می‌شوند [۳].

با مراجعه به کارهای انجام گرفته طی سالهای اخیر دو نوع رویکرد متفاوت را جهت طراحی FTC می‌توان مشاهده نمود: فعال و غیرفعال.

برای مرور این رویکردها می‌توان به [۴-۵] مراجعه کرد. در روش‌های غیرفعال نظری آنچه که در [۵-۹] برای سیستم‌های خطای تغییرناپذیر با زمان گزارش شده اند، خطایها صرفاً بصورت نامعینی های FTC ساختاریافته یا بدون ساختار در نظر گرفته می‌شوند و طراحی مستقیماً در قالب حل یک مساله کنترل مقام استاندارد صورت می‌پذیرد که برای حل آن روش‌های شناخته شده‌ای وجود دارد [۱۰]. عمدۀ ترین ضعف چنین کنترل کننده‌هایی در محافظه کار بودن آنها است ولی بهر حال با توجه به ساختار ثابت کنترل کننده پیاده‌سازی آنها از پیچیدگی چندانی برخوردار نیست. در مقابل روش‌های فعال مبتنی بر تشخیص خطای می‌باشد. بدین مفهوم که در این نوع کنترل کننده‌ها، خطای‌های احتمالی در سیستم بطور روی-خط تشخیص داده شده و برای جبران این خطایها، پارامترهای کنترل کننده (یا قانون کنترل) به روز می‌شوند. در مقایسه با روش‌های غیرفعال، روش‌های فعال نیاز به توان محاسباتی بیشتری جهت پیاده‌سازی دارند ولی محافظه کاری آنها کمتر است.

یکی از رویکردهای فعال در طراحی FTC مبتنی بر تخمين خطای و استفاده از آن در طراحی کنترل کننده جهت جبران خطای می‌باشد. ویژگی شاخص این رویکرد را می‌توان در سادگی و عدم نیاز به پیکره بندی دوباره کنترل کننده دانست و بدین لحظه در سالهای اخیر روش‌های نظری متعددی برای آن ارائه شده است و همچنان نیز در کانون توجه پژوهشگران قرار دارد. به عنوان مثال می‌توان به روش‌های طراحی مبتنی بر رویتگر با ورودی ناشناخته^۵ [۱۱-۱۳]، استفاده از رویتگر مدل لغزشی^۶ [۱۴-۱۵]، استفاده از رویتگر خطی جهت بازسازی

¹ Fault Detection

² Fault Tolerant

³ Fault Tolerant Control (FTC)

⁴ Unknown Input Observer (UIO)

⁵ Sliding Mode Observer

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Ff + Ed \\ y = Cx + v \end{cases} \quad (1)$$

که در آن $x \in R^n$ حالت‌های سیستم، $u \in R^m$ ورودی کنترل، $y \in R^p$ خروجی اندازه گیری شده، $f \in R^q$ خطاهای احتمالی در محرك و يا اجزاي سیستم، $d \in R^K$ يانگر اختشاش (وروديهای ناشناخته) و $v \in R^P$ نویز اندازه گیری می‌باشد. ماتریس‌های ثابت E, F, C, B, A دارای ابعاد مناسب هستند. همچنین فرض کنید (A, B) کنترل‌پذیر، (A, C) رویت‌پذیر، F و B دارای مرتبه کامل ستونی باشند.

همانطوریکه در شکل ۱ نشان داده شده است، هدف اصلی در طراحی رویتگر همزمان خطوط و حالت‌ها، طراحی یک سیستم دینامیکی می‌باشد که با پردازش u و y ، سیگنالهای \hat{x} و \hat{f} که برتریت تخمینی از حالت x و خطاهای f می‌باشند را تولید نماید. در حالت کلی، تحقق فضای حالت سیستم دینامیکی فوق را می‌توان بصورت زیر در نظر گرفت.

$$V : \begin{cases} \dot{x}_v = Mx_v + N_1 u + N_2 y \\ \hat{x} = Q_1 x_v + Q_2 y \\ \hat{f} = R_1 x_v + R_2 y \end{cases} \quad (2)$$

که $N_1, N_2, M, Q_1, Q_2, R_1, R_2 \in R^{n_v}$ می‌باشد. ماتریس‌های ثابت M, N_1, N_2 دارای ابعاد مناسب هستند و باید طراحی شوند. ساختار یک رویتگر دینامیکی برای سیستم (1) به صورت زیر می‌باشد.

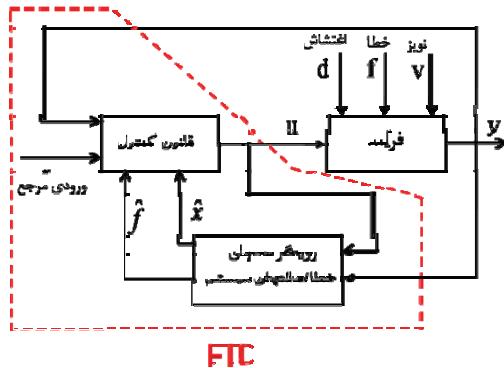
$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + \eta \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (3)$$

که در آن $\hat{x} \in R^n$ تخمینی از x و η یک ورودی کنترل جدید محسوب می‌شود که از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\eta = K_L(y - \hat{y}) \quad (4)$$

که در آن ماتریس تابع تبدیل K_L ، بهره دینامیکی رویتگر نامیده می‌شود. فرض کنید $K_L := (A_L, B_L, C_L, D_L)$ و $y - \hat{y} = \hat{y}$ ، آنگاه تحقق فضای حالت رابطه (4) بصورت زیر است:

بزند. بدین ترتیب از آنجایی که خطوط بخشی از حالت‌های سیستم در نظر گرفته می‌شود می‌تواند مرتبه سیستم را با توجه به ماهیت خطوط افزایش دهد. برخلاف روش ارائه شده در [۱۹]، در این مقاله، بدون نیاز به تحمیل شرط محدود کننده ای روی خطوط مرتبه سیستم افزایش پیدا نمی‌کند و طراحی کنترل کننده در یک روال ساده و شفاف صورت می‌گیرد. البته یادآوری این نکته نیز مناسب است که اختصاص دادن مدلی برای خطوط و در نظر گرفتن آن بعنوان بخشی از حالت‌های سیستم نیز قبلاً از [۱۹] در مقالات تشخیص خطوط متداول بوده است و از این لحاظ ایده جدیدی محسوب نمی‌شود، بعنوان مثال می‌توان به فصل پنجم در [۲۳] مراجعه نمود.



شکل ۱: ساختار کلی ارایه شده برای کنترل کننده تحمل پذیر خطوط (FTC)

ساختار مقاله به این صورت تنظیم شده است. در بخش ۲ روشی برای تخمین همزمان حالت‌های سیستم و خطوط با استفاده از رویتگر دینامیکی ارائه می‌شود. در بخش ۳ با طرح یک مساله حذف اختشاش رویکردی جهت طراحی یک قانون کنترل خطی مبتنی بر فیدبک حالت ارایه می‌گردد و در نهایت یک الگوریتم ساختاریافه روند طراحی کنترل کننده FTC را خلاصه می‌کند. در بخش ۴ رویکرد ارایه شده در مقاله بر روی فرآیند چهار تانک اعمال شده و نتایج شبیه‌سازی‌های کامپیوتری آن گزارش می‌شود. در نهایت نتیجه گیری و پیشنهادهایی برای ادامه پژوهش در بخش ۵ بیان می‌گرددند.

۲- طراحی رویتگر همزمان خطوط و حالت‌ها

همانطوریکه در مقدمه بیان گردید در اینجا جهت تخمین همزمان خطوط و حالت‌های سیستم یک رویتگر دینامیکی مقاوم طراحی می‌گردد. برای این منظور سیستم خطی تغییر ناپذیر با زمان زیر را در نظر بگیرید:

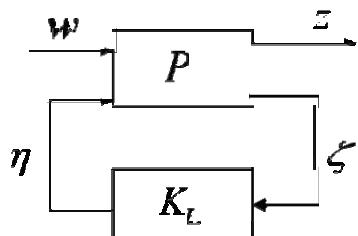
اینک با حل یک مساله استاندارد زیرینه‌ی کنترل H_{∞} می‌توان بهره‌ی رویتگر دینامیکی K_L بدست آورد.

مسئله ۱: فرآیند تعمیم یافته P در (۹) را مطابق شکل ۲ در نظر بگیرید. فرض کنید $\gamma > 0$ داده شده است. کنترل کننده را بگونه‌ای بیایید که $\gamma < \|T_{z\omega}\|_{\infty}$ گردد که در آن $T_{z\omega}$ ماتریس تابع تبدیل از ω به Z می‌باشد.

مساله ۱ را می‌توان بر احتی توسط جعبه ابزار کنترل مقاوم در MATLAB حل نمود [۲۴]. با حل مساله ۱ و بدست آوردن K_L ، تخمین خط از رابطه $F\hat{f} = \eta$ بدست می‌آید. با توجه به اینکه F رتبه سنتونی کامل دارد می‌توان نتیجه گرفت

$$\hat{f} = F^{\dagger} \eta \quad (10)$$

که \hat{f} بیانگر معکوس مجازی با رابطه $F^{\dagger} = (F^T F)^{-1} F^T$ است.



شکل ۲: یک ساختار استاندارد جهت طراحی رویتگر دینامیکی

توجه ۱: مطابق رابطه (۱۰) با توجه به در دسترس بودن \hat{f} ، نه تنها می‌توان خطای رخ داده شده در سیستم (محرک) را تشخیص داد بلکه می‌توان محل آن را نیز تعیین نمود. در حقیقت حل مساله ۱، راهکاری مفید جهت تشخیص و محل یابی خط (FDI) محسوب می‌شود [۱]. با ترکیب روابط (۳)، (۵) و (۱۰) می‌توان نشان داد که ماتریسهای ثابت رویتگر همزمان خط و حالات‌های سیستم در رابطه (۲) بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$x_v = \begin{pmatrix} \hat{x} \\ x_k \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} A - D_L C & C_L \\ -B_L C & A_L \end{pmatrix}$$

$$N_1 = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}, \quad N_2 = \begin{pmatrix} D_L \\ B_L \end{pmatrix}, \quad Q_1 = I, \quad Q_2 = 0$$

$$\begin{cases} \dot{x}_k = A_L x_k + B_L \zeta \\ \eta = C_L x_k + D_L \zeta \end{cases} \quad (5)$$

که در آن $x_k \in R^{n_k}$. اگر در رابطه (۴)، $K_L = L$ بهره ثابت در نظر گرفته شود ($K_L = L$) در اینصورت رویتگر دینامیکی (۳) تبدیل به رویتگر لیونبرگ معمولی با معادله

$$\dot{x} = Ax + Bu + L(y - \hat{y}) \quad (6)$$

خواهد شد. شایان ذکر است که اگر روش ارایه شده در این مقاله بر مبنای رابطه (۶) بیگیری شود در نهایت به یک مساله کنترل با فیدبک خروجی استاتیک منجر خواهد شد که در حالت کلی مساله سختی است. در حقیقت درجه آزادی موجود در رویتگر دینامیکی مانع از بروز این مشکل خواهد شد. حال خطای تخمین حالتها را با e_x نشان داده و به صورت $e_x = x - \hat{x}$ تعریف می‌کنیم. برای \dot{e}_x به کمک روابط (۱) و (۳) داریم:

$$\dot{e}_x = Ae_x + Ff + Ed - \eta \quad (7)$$

در رابطه (۷)، η نقش ورودی کنترل را بازی می‌کند. هدف، طراحی η به گونه‌ای است که دینامیک خطای (۷) را پایدار مجانبی نماید و η تخمینی از Ff شود. برای رسیدن به این هدف مقیاس تخمین خط را بصورت $z = Ff - \eta$ تعریف می‌کنیم. حال با کثار هم گذاشتن روابط فوق معادلات زیر را خواهیم داشت.

$$\dot{e}_x = Ae_x + Ff + Ed - \eta$$

$$z = Ff - \eta \quad (8)$$

$$\zeta = y - \hat{y} = Ce_x + v$$

در حقیقت معادلات (۸)، یک فرآیند تعمیم یافته P با معادلات فضای حالت استاندارد زیر را توصیف می‌کنند.

$$P: \begin{cases} \dot{e}_x = Ae_x + B_1 w + B_2 \eta \\ z = C_1 e_x + D_{11} w + D_{12} \eta \\ \zeta = C_2 e_x + D_{21} w + D_{22} \eta \end{cases} \quad (9)$$

$$w = \begin{bmatrix} f \\ d \\ v \end{bmatrix} \quad \text{که در آن}$$

$$C_1 = 0, \quad B_2 = -I, \quad B_1 = \begin{bmatrix} F & E & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{22} = 0, \quad D_{12} = -I, \quad D_{11} = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_2 = C$$

$$D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\text{که در آن ماتریس‌های بهره ثابت } K = \begin{pmatrix} K_1 & K_2 \end{pmatrix} \text{ و } R_2 = F^\dagger D_L \text{ و } R_1 = \begin{pmatrix} -F^\dagger D_L C & F^\dagger C_L \end{pmatrix} \quad (11)$$

با استی تحقق اهداف ۱ تا ۴ به نحو مناسبی طراحی شوند.

با تعریف متغیرهای

$$e_f = f - \hat{f}, \quad e_\xi = \hat{\xi} - \xi \quad (16)$$

و با جایگذاری (۱۶) در (۱۳) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= (\mathbf{A} - \mathbf{B}K)\xi + (\mathcal{F} - \mathbf{B}K_f)f + \mathcal{E}\phi \\ &\quad + \mathbf{B}Ke_\xi - \mathbf{B}K_f e_f \end{aligned} \quad (17)$$

با توجه به رابطه (۱۷) در صورتی اثر خطای روی عملکرد سیستم جبران

می‌شود که بهره K_f بصورت زیر انتخاب شود

$$K_f = \mathbf{B}^\dagger \mathcal{F} \quad (18)$$

که در آن همانند قبل \mathbf{B}^\dagger معکوس مجازی با رابطه $\mathbf{B}^\dagger = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T$ می‌باشد. در اینصورت بوضوح می‌توان دید که $\mathcal{F} - \mathbf{B}K_f = 0$ و بدین ترتیب اثر خطای f بر روی سیستم افزوده شده (۱۷) از بین می‌رود.

حال با تعریف مقیاس عملکرد کنترل بصورت $\xi_c = H\xi$

که در آن $H \in \mathbb{R}^{p \times n}$ ماتریس وزنی معلومی می‌باشد می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_c = (\mathbf{A} - \mathbf{B}K)\xi + \mathcal{E}\phi + \mathbf{B}Ke_\xi - \mathbf{B}K_f e_f \\ z_c = H\xi \end{cases} \quad (19)$$

با توجه به اینکه با گذشت زمان، e_f و e_ξ (خطای تخمین خطای / حالت) به سمت صفر می‌کنند. لذا با صرفنظر کردن از اثر آنها در رابطه (۱۹) می‌توان جهت تعیین بهره فیدبک حالت K مساله تضییف اغتشاش زیر را بیان نمود.

مساله ۲: فرض کنید $0 < \beta < \gamma$ داده شده است. بهره‌ی فیدبک حالت K را بگونه‌ای باید که سیستم حلقه بسته (۱۹) را پایدار مجانی نماید و $\|T_{z_c \phi}\|_\infty < \beta$ شود که در آن $T_{z_c \phi}$ ماتریس تابع تبدیل از

ϕ به z_c می‌باشد.

برای حل مساله ۲ می‌توان از قضیه Bounded Real Lemma استفاده نمود [۱۰]. مطابق این قضیه مهم در سیستم (۱۹) قید

$$P = P^T > 0 \quad \text{برقرار است اگر} \quad \beta > 0 \quad \text{و} \quad \|T_{z_c \phi}\|_\infty < \beta$$

وجود داشته باشند بطوریکه در نامساوی ماتریسی زیر صدق کنند

۳- طراحی FTC

در این بخش با استفاده از رویتگر دینامیکی مقاوم (۲) روشنی جهت طراحی FTC ارائه می‌گردد. در اینجا، قانون کنترل تابعی خطی از تخمین حالت‌های سیستم و خطای بازسازی شده است و با استی بتواند اهداف زیر را برآورده نماید:

(۱) پایدار سازی سیستم حلقه بسته

(۲) ردیابی ورودی مرجع توسط خروجی

(۳) تضعیف اثر اغتشاش بر روی عملکرد سیستم حلقه بسته

(۴) جبران سازی اثر خطای

جهت تحقق اهداف ۱ و ۲ می‌توان از کنترل کننده انتگرال گیر فیدبک فضای حالت استفاده نمود. برای این منظور انتگرال خطای ردیابی $y - r = e_r$ بصورت زیر تعریف می‌شود

$$\dot{e}_r = e_r \quad (12)$$

که در آن r ورودی مرجع می‌باشد که باستی توسط خروجی y ردیابی شود. حال با افزودن متغیر حالت جدید در (۱۲) به معادله فضای حالت (۱) معادله سیستم افزوده شده زیر بدست می‌آید:

$$\dot{\xi} = \mathbf{A}\xi + \mathbf{B}u + \mathcal{F}f + \mathcal{E}\phi \quad (13)$$

$$\phi = \begin{pmatrix} d \\ v \\ r \end{pmatrix} \quad \text{که در آن}$$

$$\xi = \begin{pmatrix} x \\ \sigma \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{E} = \begin{pmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & -I & I \end{pmatrix}.$$

اینک می‌توان قانون FTC را بصورت زیر توصیف نمود:

$$u = -K\hat{\xi} - K_f \hat{f} \quad (14)$$

که در آن

$$\hat{\xi} = \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \sigma \end{pmatrix} \quad (15)$$

گام ۲) به کمک رابطه (۱۱) ماتریس‌های موجود در رابطه (۲) را محاسبه نمایید و رویتگر همراهان خطأ / حالت را بدست آورید.

گام ۳) بهره‌ی K_f را با استفاده از رابطه (۱۸) محاسبه کنید.

گام ۴) مساله LMI در (۲۱) را حل نمایید تا P و Y بدست آید. **گام ۵)** بهره‌ی K را با استفاده از رابطه (۲۲) بدست آورید.

گام ۶) FTC را مطابق رابطه (۲۳) و شکل ۳ پیاده سازی نمایید.

شایان ذکر است که الگوریتم فوق بر احتیت توسعه جعبه ابزار کنترل مقاوم نرم افزار MATLAB قابل اجرا است [۲۴].

۴- یک مثال کاربردی : فرآیند چهارتانک

در این بخش برای نشان دادن کارایی روش پیشنهاد شده، الگوریتم طراحی FTC بر روی فرآیند چند متغیره چهار تانک اجرا گردیده و نتایج شبیه‌سازی آن ارایه می‌گردد. ساختار فرآیند چهارتانک در شکل ۴ نشان داده شده است [۲۶]. مدل خطی شده فرآیند فوق بصورت زیر است.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -0.0159 & 0 & 0.0419 & 0 \\ 0 & -0.0111 & 0 & 0.033 \\ 0 & 0 & -0.0419 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0333 \end{bmatrix}x + \begin{bmatrix} 0.0833 & 0 \\ 0 & 0.0628 \\ 0 & 0.0479 \\ 0.0312 & 0 \end{bmatrix}(u + f) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -0.0357 & 0 \\ 0 & -0.0313 \end{bmatrix}d$$

$$y = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}x + v$$

که در آن $x \in R^4$ ارتفاع سطح آب در تانک‌ها، $u = (u_1 \ u_2)^T$ ولتاژ اعمالی به پمپ‌های ۱ و ۲، $f = (f_1 \ f_2)^T$ خطای مربوط به افت عملکرد محرکه‌های ۱ و ۲، $d = (d_1 \ d_2)^T$ بیانگر انتشارش که متناسب با خروجی جریان از تانک‌های ۳ و ۴ می‌باشد و $v = (v_1 \ v_2)^T$ بیانگر نویز اندازه‌گیری بوده که بصورت نویز سفید با میانگین صفر و واریانس 0.01 در نظر گرفته شده است.

$$\begin{bmatrix} \Gamma & PH^T \\ HP & -\beta I \end{bmatrix} < 0 \quad (۲۰)$$

که

$$\Gamma = AP + PA^T - BK_P - PK^T B^T + \beta E E^T$$

چون نامساوی ماتریسی (۲۰) بر حسب K و P غیر خطی می‌باشد با استفاده از روش‌های استاندارد حل مسائل LMI، نمی‌توان آن را حل نمود. برای رفع این مشکل، مطابق راهکارهای موجود در مقالات LMI می‌توان از تغییر متغیر در نامعادله (۲۰) سود جست. با تعریف $Y = KP$ جواب مساله ۲ با حل مساله استاندارد LMI زیر بدست می‌آید [۲۵].

قضیه ۱ : فرض کنید $\beta > 0$ داده شده است. اگر ماتریس‌های

$P = P^T > 0$ و $Y > 0$ وجود داشته باشند بگونه‌ای که در

نامساوی ماتریسی زیر صدق کنند

$$\begin{bmatrix} \Gamma & PH^T \\ HP & -\beta I \end{bmatrix} < 0 \quad (۲۱)$$

که در آن آنگاه

$$\Gamma = AP + PA^T - BY - Y^T B^T + \beta E E^T \quad \text{و بهره استاتیک } K \text{ از رابطه} \quad \|T_{z_c \phi}\|_\infty < \beta$$

$$K = YP^{-1} \quad (۲۲)$$

بدست می‌آید.

از ترکیب روابط (۲)، (۱۱) و (۱۴) دینامیک FTC با معادلات فضای حالت زیر توصیف می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x}_v = Mx_v + N_1\mu + N_2y \\ \dot{\sigma} = r - y \\ u = -(K_1Q_1 + K_fR_1)x_v - K_2\sigma - K_fR_2y \end{cases} \quad (۲۳)$$

شکل (۳) بلوك دیاگرام کلی سیستم حلقه بسته را نشان می‌دهد. اینک می‌توان مراحل طراحی FTC را توسط الگوریتم ساختاریافته زیر بصورت فهرست وار بیان نمود:

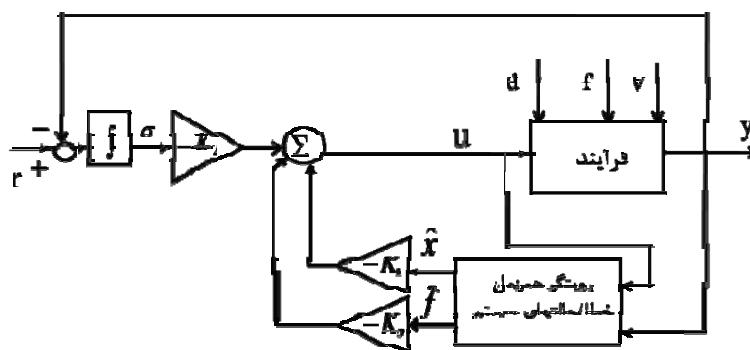
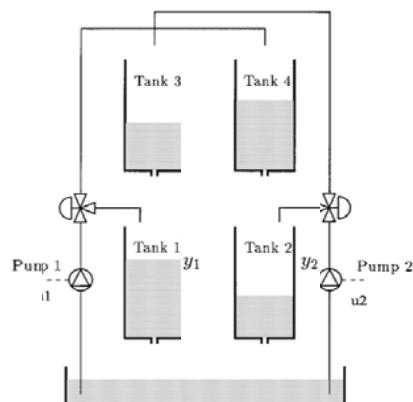
الگوریتم طراحی

داده‌ها : A, B, C, E, F و H

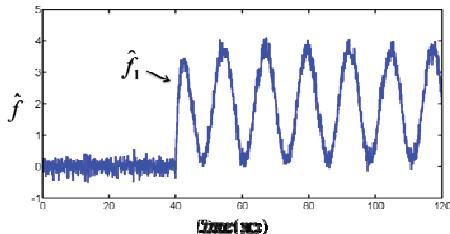
گام ۱) مساله ۱ را حل کنید تا بهره‌ی دینامیکی رویتگر K_L بدست آید.

شکل ۴: فرآیند چند متغیره چهار تانک [۲۶]

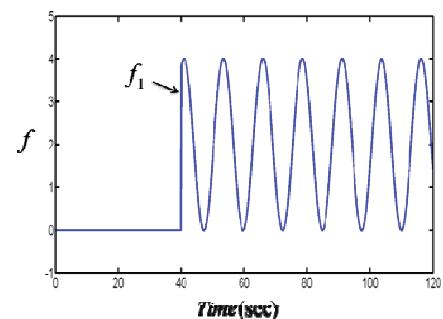
برای شبیه سازی، فرض شده است تنها محرک ۱ دچار خطای نشان داده شده در شکل ۵ گردیده است و اختشاش d_1 نیز مطابق شکل ۶ به فرایند اعمال شده است. تخمین خط را می‌توان در شکل ۷ دید.



شکل ۳: ساختار کلی پیشنهاد شده جهت طراحی FTC

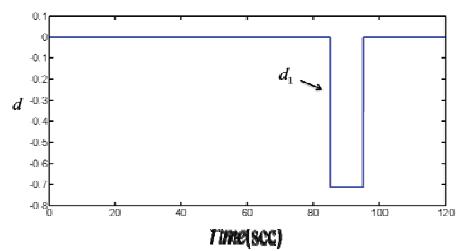


شکل ۷: تخمین خطای محرک ۱



شکل ۵: خطای رخ داده در محرک ۱

همانطوریکه در شکل ۷ دیده می‌شود، رویتگر دینامیکی بخوبی توانسته است در حضور اختشاش تخمین قابل قبولی از خطای محرک را تولید نماید. باید توجه داشت که هر قدر مقدار γ در مساله ۱ کمتر باشد، تخمین خط با کیفیت بهتری صورت می‌پذیرد. در اینجا $\gamma = 0.08$ بدست می‌آید. در شکل ۸، ورودی‌های کنترل u نیز نشان داده شده اند. با توجه به اینکه ورودی‌های کنترل در این مثال و لاثاز اعمالی به موتور می‌باشد، مطابق شکل ۸ دیده می‌شود که تغییرات ورودی‌های کنترل در حد قابل قبول می‌باشند و پیاده سازی عملی روش ارایه شده با محدودیت جدی موافق نخواهد شد. خروجی سیستم بدون در نظر گرفتن خطای تخمین زده شده در قانون کنترل (۱۴)، در شکل ۹ نشان داده شده است. همانطوریکه در این شکل می‌توان دید وقوع خطای در محرک ۱ باعث می‌شود که خروجی نتواند ورودی مرجع را با کیفیت



شکل ۶: اختشاش اعمال شده به فرایند

تغییرناپذیر با زمان پیشنهاد گردید. این رویکرد مبتنی بر استفاده از رویکرد دینامیکی است که وظیفه تخمین همزمان حالتها و خطأ را بر عهده دارد. مزیت اصلی این رویکرد فعال، در تبدیل مساله "تخمین همزمان حالتها و خطأ" به حل یک "مساله کنترل" بدون افزایش مرتبه سیستم می‌باشد. در این رویکرد ساختار FTC پیشنهاد شده بگونه‌ای است که اگر خطابی در سیستم (محرك) رخ دهد، قانون کنترل علاوه بر استفاده از تخمین حالتها، از تخمین خطأ نیز استفاده کرده و اثر خطأ را بر روی پایداری و عملکرد سیستم جبران می‌کند. در رویکرد ارائه شده، مساله طراحی FTC به حل یک مساله نامساوی ماتریسی خطی (LMI) منجر می‌شود که می‌توان برآحتی آن را توسط نرم افزار MATLAB حل نمود. مراحل طراحی بطور شفاف در قالب یک الگوریتم ساختار یافته ارائه گردید و کارایی آن با انجام شیوه سازی‌های کامپیوتری بر روی فرآیند چهارتانک نشان داده شد. این پژوهش را می‌توان در کارهای آینده بصورتهای مختلف ادامه داد. بعنوان مثال رویکرد ارائه شده در این مقاله را می‌توان به سیستمهای فضای حالت نامعین خطی و غیرخطی تعمیم داد. برای این منظور کافی است نامعینی‌های ساختاریافت و بدون ساختار را در ماتریسهای سیستم در نظر گرفت و از روش‌های موجود در کنترل مقاوم استفاده نمود. همچنین اگرچه در این مقاله شیوه سازی بر روی فرآیند ۴ تانک کارایی روش ارایه شده را بخوبی نشان داد اما می‌توان با پیاده سازی آن روی فرآیند واقعی کارایی عملی این روش را نیز مورد بررسی و پژوهش قرار داد و نتایج آن را با شبیه‌سازی مقایسه نمود این مورد از این حیث حائز اهمیت است که روش ارایه شده در این مقاله از سهولت چشمگیری جهت پیاده سازی برخوردار است.

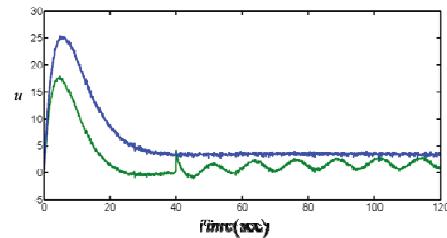
سپاسگزاری

در اینجا لازم است از نظرات مفید و سازنده داوران محترم مجله که باعث ارتقا کیفیت مقاله گردید نهایت تشکر و قدردانی بعمل آید. این کار تحت حمایت آزمایشگاه تحقیقاتی کنترل پیشرفته گروه کنترل دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی سهند تبریز انجام پذیرفته است.

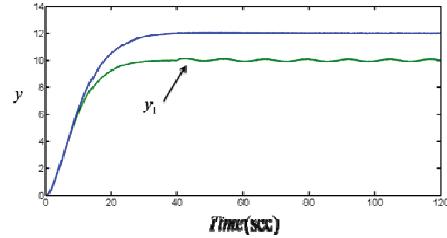
مراجع

- [1] J. Chen and R. J. Patton, *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Norwell, MA: Kluwer, 1999.
- [2] L. H. Chiang, E. L. Russell, and R. D. Braatz, *Fault detection and diagnosis in industrial systems*. London, U.K.: Springer-Verlag, 2001.
- [3] R. J. Patton, "Fault tolerant control: The 1997 situation," In the Proceeding of the 3rd IFAC symposium on fault detection, supervision and safety for technical processes, pp. 1033-1055, 1997.

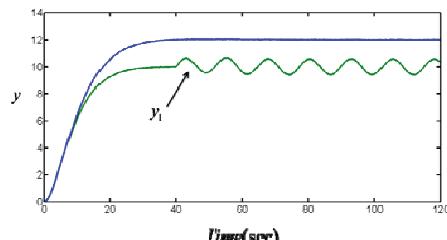
قابل قبولی ردیابی نماید. شکل ۱۰ خروجی سیستم با در نظر گرفتن FTC نشان داده شده است. با توجه به این شکل، با استفاده از هنگام بروز خطای محرك و در حضور اغتشاش، خروجی به خوبی توانسته است ورودی مرجع را ردیابی نماید و عملکرد سیستم بنحو قابل ملاحظه ای بهبود یافته است. البته با اعمال خطاهای ثابت (بایاس) و متغیر با زمان دیگری نیز می‌توان نتایج مشابهی را در مورد کارایی روش ارایه شده در این مقاله بدست آورد. بهر تقدیر، با توجه به نتایج شیوه سازیها می‌توان مشاهده نمود که راهکار ارایه شده در این مقاله جهت طراحی FTC از قابلیت قابل ملاحظه ای جهت تضمین پایداری سیستم حلقه بسته و جلوگیری از افت عملکرد آن هنگام بروز خطای محرك و اغتشاشهای ناخواسته برخوردار است.



شکل ۸: ورودی‌های کنترل فرآیند



شکل ۹: خروجی سیستم بایان وجود FTC



شکل ۱۰: خروجی‌ها بدون در نظر گرفتن تخمین خطأ در قانون FTC

۵- نتیجه‌گیری و کارهای آینده

در این مقاله یک رویکرد فعال جهت طراحی کنترل کننده تحمل پذیر خطأ یا همان FTC به منظور داشتن پایداری و عملکرد مطلوب در سیستم حلقه - بسته در حضور خطأ و اغتشاش برای سیستمهای خطی

- [16] C. P. Tan, and M. K. Habib, "Implementation of a sensor fault reconstruction scheme on an inverted pendulum," *5th Asian Control Conference*, Vol. 3, pp. 1423-1428, 2004.
- [17] C. P. Tan, and M. K. Habib, "A robust sensor fault tolerant control scheme implemented on a flexible joint," *Proceedings of the 2004 IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*, Singapore , pp. 370-375, 2004.
- [18] Z. Gao, and S. X. Ding, "Actuator fault robust estimation and fault-tolerant control for a class of nonlinear descriptor systems," *Automatica*, Vol. 43, pp. 912-920, 2007.
- [19] Z. Gao, and S. X. Ding, "Sensor fault reconstruction and sensor compensation for a class of nonlinear state-space systems via a descriptor system approach," *IET Control Theory and Application*, Vol. 3, pp. 578-585, 2007.
- [20] C. Edwards, and C. P. Tan, "Sensor fault tolerant control using sliding mode observers," *Control Engineering Practice*, Vol. 14, pp. 897-908, 2006.
- [21] H. Alwi, and C. Edwards, "Fault tolerant control using sliding modes with on-line control allocation," *Automatica*, Vol. 44, pp. 1859-1866, 2008.
- [22] H. J. Marquez, and M. Riaz, "Robust state observer design with application to an industrial boiler system," *Control Engineering Practice*, Vol. 13, pp. 713-728, 2006.
- [23] R. S. Mangoubi, *Robust estimation and failure detection*, Springer, 1998.
- [24] G. Balas, R. Chiang, A. Packard, and M. Safonov, *Robust control toolbox: user guides*. The MathWorks, Inc, 2007.
- [25] S. Boyd, L. El-ghaoui, E. feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequality in Systems and Control Theory*, SIAM: Philadelphia, 1994.
- [26] K. H. Johansson, "The quadruple-tank process: a multivariable laboratory process with an Adjustable Zero," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 8, NO. 3, pp. 456-465, 2000.
- [4] Y. Zhang and J. Jiang, "Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems," *Annual reviews in control*, Vol 32, pp. 229-252, 2008.
- [5] H. Niemen, and J. Stoustrup, "Passive fault tolerant control of double inverted pendulum – a case study," *Control Engineering Practice*, Vol. 13, pp. 1047-1059, 2005.
- [6] Sh. Suryanarayanan, M. Tomizuka, and T. Suzuki, " Design of simultaneously stabilizing controllers and its application to fault-tolerant lane-keeping controller design for automated vehicles," *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, Vol 12, NO 3, pp. 329-339, 2004.
- [7] J. Stoustrup and V. D. Blondel, "Fault tolerant control: a simultaneous stabilization result," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 49, NO. 2, pp. 305-310, 2004.
- [8] D. U. Campos-Delgado, S. M. Martinez, and K. Zhou, "Integrated fault tolerant scheme with disturbance feedforward," *Proceeding of the 2004 American Control Conference*. Boston, Massachusetts, pp. 1799-1804, 2004
- [9] M. Marx, D. Koenig, and D. Georges, "Robust fault-tolerant control for descriptor systems," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 49, NO. 10, pp. 1869-1875, 2004.
- [10] K. Zhou and J. C. Doyle, *Essential of robust control*, Upper Saddle River, NJ: Prentic-Hall, 1998.
- [11] M. Hou, and P. C. Muller, "Design of observer for linear systems with unknown inputs," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 37, pp. 871-875, 1992.
- [12] S. Hui, and S. H. Zak, "Observer design for systems with unknown inputs," *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, Vol. 15, pp. 431-446, 2005.
- [13] G. Yuying, J. Bin, Z. Youmin, and W. Jianfei, "Novel robust fault diagnosis method for flight control systems," *Journal of Systems Engineering and Electronics*, Vol. 19, pp. 1017-1023, 2008.
- [14] C. Edwards, S. K. Spurgeon, and J. Patton, "Sliding mode observer for fault detection and isolation," *Automatica*, Vol. 36, pp. 541-553, 2000.
- [15] C. P. Tan, and C. Edwards, "Sliding mode observer for detection and reconstruction of sensor faults," *Automatica*, Vol. 38, pp. 1815-1821, 2002.

رویکرد جدیدی بر نمایش لم حقیقی کراندار در سیستمهای هم تراز

آلاء شریعتی^۱، حمید رضا تقی راد^۲، بتول لبیسی^۳

^۱ دانشجوی دکترا مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، shariati@eetd.kntu.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، taghirad@kntu.ac.ir

^۳ استادیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، labibi@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۸/۹/۸، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۸/۱۲/۱)

چکیده: معیار لم حقیقی کراندار برای سیستمهای هم تراز در این مقاله مورد توجه قرار گرفته است، که در آن دو لم حقیقی کراندار بصورت وابسته به تأخیر بیان می شود. با بهره گیری از ثئوری لیاپانوف، نمایشی از یک لم حقیقی کراندار بصورت وابسته به تأخیر ارائه می شود و با استفاده از تبدیل مدل توصیفی برای سیستم و بکارگیری یک تابع لیاپانوف-کراسووسکی جدید، یک لم حقیقی کراندار دیگری که نسبت به لم قلبی از محافظه کاری کمتری برخوردار است، بیان می شود. لم های ارائه شده، شرایط کافی را برای قرار گرفتن نرم H_∞ سیستم پایین تر از یک مقدار مطلوب در قالب نامساویهای ماتریسی بیان می نمایند. مزیت مهم لم های حقیقی کراندار ارائه شده در این مقاله، کارآمدی در طراحی کنترل کننده H_∞ است. خصوصاً در شرایطی که تمام ضرایب ترموماتری در سیستم هم تراز به پارامترهای کنترل کننده وابسته باشند. مثالهای عددی، برتری این لم ها را نسبت به لم های حقیقی کراندار ارائه شده در مقالات پیشین به خوبی نشان می دهند.

کلمات کلیدی: لم حقیقی کراندار، سیستم هم تراز، مدل توصیفی، نامساوی ماتریسی خطی.

A New Approach to Bounded Real Lemma Representation for Linear Neutral Systems

Ala Shariati, Hamid Reza Taghirad and Batool Labibi

Abstract: This paper is concerned with bounded real criterion for linear neutral delay systems. Two new delay-dependent bounded real lemmas (BRLs) are obtained in this paper, in which, Lyapunov theory is used to derive the first delay-dependent representation for BRL. Using a descriptor model transformation of the system and a new Lyapunov-Krasovskii functional, a less conservative bounded real lemma is obtained compared to that of the first BRL. Then sufficient conditions for the system to possess an H_∞-norm less than a prescribed level, is given in terms of a linear matrix inequality (LMI). The significant advantage of the derived bounded real lemmas is their efficiency in designing H_∞ controller for the closed-loop neutral systems when delayed term coefficients depend on the controller parameters. Numerical examples are given which illustrate the effectiveness of our proposed BRLs.

Keywords: Bounded Real Lemma (BRL), Neutral system, descriptor model, Linear Matrix Inequality (LMI).

تحلیل عملکرد سیستم حلقه بسته و سنتر کننده H_∞ می باشد [۴].

به همین دلیل در سالهای اخیر، دستیابی به یک لم حقیقی کراندار با محافظه کاری کمتر برای سیستمهای تأخیردار در بسیاری از تحقیقات انجام شده مورد توجه قرار گرفته است [۱۰]-[۸]. طبق تحقیقات انجام

۱- مقدمه

پایداری و کنترل H_∞ سیستمهای تأخیردار یکی از موضوعاتی است که در دهه های اخیر مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است [۳]-[۱]. از طرف دیگر، لم حقیقی کراندار یکی از ابزارهای مهم در

که در آن K_1 و K_2 گینهای کنترل کننده هستند.

در این مقاله دو لم حقیقی کراندار برای سیستمهای هم تراز فوق در قالب نامساوی های ماتریسی خطی ارائه می دهیم. لم های ارائه شده برای سنتر کنترل کننده H_{∞} در سیستمهای هم ترازی که در آنها A_{dj} و A_{hj} وابسته به پارامترهای کنترل کننده هستند بسیار کارآمد می باشند. تصوری های ارائه شده در این مقاله با دو مثال عددی مورد بررسی قرار می گیرند. در این مثالها کارآبی لم های ارائه شده نسبت به لم های حقیقی کراندار موجود در سایر مقالات مورد بحث قرار خواهد گرفت. این مقاله از بخش های زیر تشکیل شده است. بیان صورت مسئله در بخش ۲ مورد توجه قرار گرفته است و در بخش ۳، یک لم حقیقی کراندار جدید در قالب نامساوی های ماتریسی خطی بیان می شود. بر اساس تبدیل مدل توصیفی، لم حقیقی کراندار دیگری با محافظه کاری کمتر در بخش ۴ معرفی می گردد. در بخش ۵ نیز لم های بدست آمده با مثال های عددی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. نتیجه گیری نیز در بخش ۶ به عنوان بخش پایانی این مقاله ارائه می شود.

۲- بیان صورت مسئله

در این مقاله، سیستم هم تراز زیر را در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + A_hx(t-\tau) + A_d\dot{x}(t-\tau) + Ew(t) \\ z(t) &= Cx(t) + D_hx(t-\tau) + D_d\dot{x}(t-\tau) + Dw(t) \quad (۱) \\ x(t_0+\theta) &= \phi(\theta) \quad \forall \theta \in [-\tau, 0] \end{aligned}$$

که در آن x متغیر حالت، $w \in \mathbb{R}^p$ ورودی اغتشاش سیستم متعلق به $L_2[0, \infty)$ τ تأخیر ثابت سیستم و $z \in \mathbb{R}^q$ خروجی مورد کنترل $E \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $A_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $A_h \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $D_d \in \mathbb{R}^{q \times p}$, $D_h \in \mathbb{R}^{q \times n}$, $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$ ثابت فرض می شوند. ما در اینجا به بیان سه لم می پردازیم که در نتایج این مقاله مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

لم ۱۷۱: فرض می کیم $a(\cdot) \in \mathbb{R}^{na}$ و $b(\cdot) \in \mathbb{R}^{nb}$

در بازه Ω تعریف شده اند، آنگاه برای هر ماتریس $X \in \mathbb{R}^{n \times nb}$ در میتوان به $b(\alpha)$ داریم

$$\begin{aligned} -2 \int_{\Omega} a^T(\alpha) N b(\alpha) d\alpha \\ \leq \int_{\Omega} \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X & Y - N \\ Y^T - N^T & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix} d\alpha, \end{aligned}$$

که در آن

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} > 0.$$

شده (ر.ک. [۷]-[۵]), انتخاب مناسب تابع لیاپانوف-کراسوسکی در بدست آوردن معیار پایداری و لم حقیقی کراندار سیار کلیدی می باشد. شکل عمومی این تابع منجر به معادلات دیفرانسیل پاره ای پیچیده ای از نوع ریکاتی می گردد. حالتهای خاصی از این تابع لیاپانوف-کراسوسکی، معادلات ریکاتی و یا نامساوی های ماتریسی وابسته به تأخیر ساده تری را نتیجه خواهد داد [۸]. طی سالهای گذشته، لم های حقیقی کراندار متنوعی برای سیستمهای تأخیردار مختلف از جمله سیستمهای هم تراز ارائه شده اند [۱۰]-[۸]. در خصوص معیارهای مستقل از تأخیر، Xu و همکاران [۱۱] یک لم حقیقی کراندار مختلاف از جمله سیستمهای تک تأخیر ارائه نموده اند. Wang و همکاران با استفاده از این مدل، یک لم حقیقی کراندار دیگر که وابسته به تأخیر می باشد در قالب نامساوی های ماتریسی خطی ارائه کرده اند [۱۲]. علاوه بر آن یک لم حقیقی کراندار برای سیستمهای تغییرناپذیر با زمان با تأخیر چندگانه در متغیرهای حالت توسط Fridman و Shaked معرفی گردیده است [۱۳]. به منظور بهبود این نتایج، همین نویسنگان لم حقیقی کراندار دیگری را با محافظه کاری کمتر در [۸] ارائه نموده اند. در سالهای اخیر، پایداری و کنترل سیستمهای تأخیردار نامعین مورد توجه بیشتری قرار گرفته است [۱۴] و [۱۵]. به همین منظور، Xu و همکاران نمایشی از لم حقیقی کراندار برای سیستمهای تأخیردار نامعین با نامعینی پارامتری در [۱۰] ارائه نموده اند. همچنین یک لم حقیقی کراندار تعمیم یافته برای دسته خاصی از سیستمهای غیر خطی زمان گستته با تأخیر در متغیر حالت توسط Guo و Chen در [۱۴] بدست آمده است.

نمایش یک سیستم هم تراز را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + \sum_{i=1}^n A_{hi}x(t-h_i) \\ &\quad + \sum_{j=1}^k A_{dj}\dot{x}(t-d_j) + Ew(t) \end{aligned} \quad (۱)$$

بررسی های ما نشان می دهد تاکنون تمام تحقیقات انجام شده در زمینه لم های حقیقی کراندار برای سیستمهای هم تراز برای حالتهایی از این گونه سیستمهای مناسب هستند که ضرایب A_{dj} همگنی ثابت و معین باشند. به عبارت دیگر، با استفاده از لم های حقیقی کراندار ارائه شده در تحقیقات به عمل آمده تاکنون، در صورتی که A_{dj} وابسته به پارامترهای کنترل کننده باشد، مقدار آن برای با صفر محاسبه خواهد شد. به عنوان مثال می توان به بکار گیری فیدبک مشتق حالت برای سیستمهای تأخیردار ورودی اشاره نمود که در [۱۶] معرفی گردیده است. معادلات حلقه بسته این سیستم به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BK_1x(t-\tau) + BK_2\dot{x}(t-\tau) + Ew(t) \quad (۲)$$

$$\left[\begin{array}{ccccccccc} \Omega & PA_h - Y_1 - Y_2 & A_d - dY_2 & 0 & PE + C^T D & 0 & \tau A^T Z_1 & A^T R_1 & \tau A^T A^T Z_2 \\ * & -Q & 0 & 0 & D_h^T D & 0 & \tau A_h^T Z_1 & A_h^T R_1 & \tau A_h^T A^T Z_2 \\ * & * & -R_1 & 0 & D_d^T D & 0 & \tau A_d^T Z_1 & A_d^T R_1 & \tau (A_h + AA_d)^T Z_2 \\ * & * & * & -R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau (A_d + AA_d)^T Z_2 \\ * & * & * & * & D^T D - \gamma^2 I & 0 & \tau E^T Z_1 & E^T R_1 & \tau E^T A^T Z_2 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & \tau E^T Z_2 \\ * & * & * & * & * & -\tau Z_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -R_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\tau Z_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -R_2 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{array} \right] < 0 \quad (\Delta)$$

که $d(t) = [w^T(t) \ w^T(t)]^T$ و $J_1 < 0$. بدلیل اینکه نامساوی‌های $J_1 < 0$ و $J_2 < 0$ به ترتیب با قیود $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ و $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ مطابقت دارند، برای اینکه نامساوی $J_1 < 0$ برآورده شود کافی است نشان دهیم که شرط $J_1 < 0$ ارضامی گردد.

در ادامه این بخش با بکارگیری مستقیم سیستم هم تراز (۳)، نمایشی از لم حقیقی کراندار در قالب نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) ارائه خواهیم نمود.

قضیه ۱: سیستم (۳) را در نظر بگیرید. برای یک مقدار مشخص $w \in L_2[0, \infty)$ و همه $\tau > 0$ برقرار است، اگر ماتریس‌های $P, Q, R_1, R_2, Z_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ مثبت معین متقارن، $X, Y \in \mathbb{R}^{n \times n}$ و $Z \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس‌های $(5)-(7)$ را ارضامیاند.

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ Y_1^T & Z_1 \end{bmatrix} > 0 \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} 2X_2 & \tau Y_2 \\ \tau Y_2^T & 2Z_2 \end{bmatrix} > 0 \quad (7)$$

که در آن

$$\Omega = A^T P + P A + Y_1 + Y_1^T + \tau(X_1 + X_2) + Y_2 + Y_2^T + Q$$

اثبات. تابع لیاپانوف-کراسوکی زیر را برای سیستم (۳) در نظر می‌گیریم:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \quad (8)$$

که در آن

$$V_1 = x(t)^T P x(t) \quad (9)$$

$$V_2 = \int_{-\tau}^0 \int_{t+\beta}^t \dot{x}^T(\alpha) Z_1 \dot{x}(\alpha) d\alpha d\beta \quad (10)$$

نتیجه ۱: نامساوی بیان شده در لم ۱ قابل تعمیم به نامساوی‌های مشابه با انتگرال چندگانه است.

لم ۲ ۱۸: (نامساوی شر) نامساوی ماتریسی خطی

$$\text{معادل است با } \begin{bmatrix} Q(y) & S(y) \\ S^T(y) & R(y) \end{bmatrix} < 0$$

$$R(y) < 0, \quad Q(y) - S(y)R(y)^{-1}S(y)^T < 0,$$

$$M = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad \text{لم ۳ ۱۹:} \quad \text{برای یک ماتریس مشخص}$$

یا $M = [A \ B]$ نامساوی زیر برقرار است:

$$\max\{\bar{\sigma}(A), \bar{\sigma}(B)\} \leq \bar{\sigma}(M) \leq \sqrt{2} \max\{\bar{\sigma}(A), \bar{\sigma}(B)\}$$

۳- لم حقیقی کراندار I

لم حقیقی کراندار نرم H_∞ یک سیستم را با استفاده از عناصر فضای حالت مشخص می‌کند. برای یک مقدار مشخص $\gamma > 0$ ، معیار عملکرد زیر را در نظر می‌گیریم

$$J(w) = \int_0^\infty (z^T z - \gamma^2 w^T w) d\tau \quad (4)$$

همچنین لم زیر را که در اثبات نتایج این مقاله بکار گرفته می‌شود بیان می‌نماییم.

لم ۴ ۲۰: سیستم هم تراز (۳) را در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ و $d(t) = [w^T(t) \ \dot{w}^T(t)]^T$ اگر $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ ارضامی گردد.

نتیجه ۱ ۲۰: سیستم هم تراز (۳) و دو معیار عملکرد زیر را در نظر می‌گیریم:

$$J_1(w) = \int_0^\infty (z^T z - \gamma^2 w^T w) d\tau$$

$$J_2(w) = \int_0^\infty (z^T z - \gamma^2 d^T d) d\tau$$

$$\begin{bmatrix} X' & Y' \\ Y' & Z' \end{bmatrix} > 0 \quad (15)$$

شرط اولیه $\phi(t)=0$, $\forall t \in [-\tau, 0]$ را در نظر می‌گیریم و داریم
 $V(q(t))|_{t=0}=0$. برای یک مقدار مشخص $\gamma > 0$, معیار عملکرد زیر را
در نظر می‌گیریم

$$J_{zd}(w) = \int_0^\infty (z^T z - \gamma^2 d^T d) d\tau \quad (16)$$

با این ترتیب معیار عملکردی (16) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$J_{zd}(w) = \int_0^\infty (z^T z - \gamma^2 w^T w - \gamma^2 \dot{w}^T \dot{w}) d\tau$$

به دلیل اینکه $V(t)|_{t \rightarrow \infty} \geq 0$ و $V(t)|_{t=0}=0$ و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} J_{zd}(w) &= \int_0^\infty (z^T z - \gamma^2 w^T w - \gamma^2 \dot{w}^T \dot{w} + \dot{V}(t)) d\tau \\ &\quad + V(t)|_{t=0} - V(t)|_{t \rightarrow \infty} \\ &\leq \int_0^\infty (z^T z - \gamma^2 w^T w - \gamma^2 \dot{w}^T \dot{w} + \dot{V}(t)) d\tau \end{aligned}$$

با این ترتیب نامساوی زیر بدست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} J_{zd}(w) &\leq \int_0^\infty \{x^T C^T C x + 2x^T C^T D_h x(t-\tau) \\ &\quad + 2x^T C^T D_d \dot{x}(t-\tau) + 2x^T C^T D w \\ &\quad + x^T(t-\tau) D_h^T D_h x(t-\tau) \\ &\quad + 2x^T(t-\tau) D_h^T D_d \dot{x}(t-\tau) + 2x^T(t-\tau) D_d^T D w \\ &\quad + \dot{x}^T(t-\tau) D_d^T D_d \dot{x}(t-\tau) + 2\dot{x}^T(t-\tau) D_d^T D w \\ &\quad + w^T D^T D w - \gamma^2 w^T w - \gamma^2 \dot{w}^T \dot{w} + \dot{V}(t)\} d\tau \end{aligned} \quad (17)$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$J_{zd} \leq \int_0^\infty \zeta^T \Pi \zeta d\tau \quad (18)$$

با استفاده از متغیر زیر

$$\zeta = [x(t) \ x(t-\tau) \ \dot{x}(t-\tau) \ \ddot{x}(t-\tau) \ w(t) \ \dot{w}(t)]$$

و ماتریس

$$\Pi = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \Sigma_{13} & \Sigma_{14} & \Sigma_{15} & \Sigma_{16} \\ * & \Sigma_{22} & \Sigma_{23} & \Sigma_{24} & \Sigma_{25} & \Sigma_{26} \\ * & * & \Sigma_{33} & \Sigma_{34} & \Sigma_{35} & \Sigma_{36} \\ * & * & * & \Sigma_{44} & \Sigma_{45} & \Sigma_{46} \\ * & * & * & * & \Sigma_{55} & \Sigma_{56} \\ * & * & * & * & * & \Sigma_{66} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$V_3 = \int_{t-\tau}^t x^T(\alpha) Q x(\alpha) d\alpha + \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(\alpha) R_l \dot{x}(\alpha) d\alpha \quad (11)$$

$$\begin{aligned} V_4 &= \tau^{-1} \int_{-\tau}^0 \int_{-\tau}^{\beta} \int_{t+\eta}^t \dot{x}^T(\alpha) Z' \dot{x}(\alpha) d\alpha d\eta d\beta \\ &\quad + (1/2) \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(\alpha) R' \dot{x}(\alpha) d\alpha, \end{aligned} \quad (12)$$

ماتریسهای P, Q, R_1, Z_1, R' و Z' ماتریس‌های مثبت معین متقابن با ابعاد مناسب هستند. همان‌طور که در نشان داده شد، یک حد بالا برای

به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\begin{aligned} V(t) &= \sum_{i=1}^4 V_i \\ &\leq x^T \{A^T P + PA + \tau(X_1 + X'/2) + Y_1 + Y_1^T \\ &\quad + \tau^{-1}(Y' + Y'^T)\} x + x^T(t)(PA_h - Y_1)x(t-\tau) \\ &\quad + x^T(t-\tau)(PA_h - Y_1)^T x(t) \\ &\quad + x^T(t)(PA_d - Y')^T \dot{x}(t-\tau) \\ &\quad + \dot{x}^T(t-\tau)(PA_d - Y')^T x(t) - \tau^{-1}x^T(t)Y \dot{x}(t-\tau) \\ &\quad - \tau^{-1}x^T(t-\tau)Y \dot{x}(t) + x^T A^T Y_1 A x \\ &\quad + x^T A^T A^T Y_2 A A x + 2x^T A^T Y_1 A_h x(t-\tau) \\ &\quad + 2x^T A^T A^T Y_2 A A_h x(t-\tau) \\ &\quad + 2x^T A^T A^T Y_2(A_h + AA_d) \dot{x}(t-\tau) \\ &\quad + 2x^T A^T Y_1 A_d \dot{x}(t-\tau) + 2x^T A^T A^T Y_2 A_d \dot{x}(t-\tau) \\ &\quad + x^T(t-\tau)(A_h)^T Y_1 A_h x(t-\tau) \\ &\quad + x^T(t-\tau)(AA_h)^T Y_2 A A_h x(t-\tau) \\ &\quad + 2x^T(t-\tau)(A_h)^T Y_1 A_d \dot{x}(t-\tau) \\ &\quad + 2x^T(t-\tau)(A_h + AA_d)^T A^T Y_2(A_h + AA_d) \dot{x}(t-\tau) \\ &\quad + 2x^T(t-\tau)(A_h)^T A^T Y_2 A_d \dot{x}(t-\tau) \\ &\quad + \dot{x}^T(t-\tau)(A_d)^T Y_1 A_d \dot{x}(t-\tau) \\ &\quad + \dot{x}^T(t-\tau)(A_h + AA_d)^T Y_2(A_h + AA_d) \dot{x}(t-\tau) \\ &\quad + 2x^T(t-\tau)(A_h + AA_d)^T Y_2 A_d \dot{x}(t-\tau) \\ &\quad + \dot{x}^T(t-\tau)(A_d)^T Y_2 A_d \dot{x}(t-\tau) + x^T(t)Q x(t) \\ &\quad - x^T(t-\tau)Q x(t-\tau) - \dot{x}^T(t-\tau)R_l \dot{x}(t-h) \\ &\quad - \dot{x}^T(t-\tau)(R'/2) \dot{x}(t-\tau) + 2x^T(t)P E w(t) \\ &\quad + 2(A x(t) + A_h x(t-\tau) + A_d \dot{x}(t-\tau) + E w(t))^T \\ &\quad Y_1 E w(t) \\ &\quad + 2x^T(t)A^T A^T Y_2 E \dot{w}(t) \\ &\quad + 2x^T(t-\tau)(A_h)^T A^T Y_2 E \dot{w}(t) \\ &\quad + 2x^T(t-\tau)(A_h + AA_d)^T Y_2 E \dot{w}(t) \\ &\quad + 2\dot{x}^T(t-\tau)(A_d)^T Y_2 E \dot{w}(t) \\ &\quad + 2w^T(t)E^T A^T Y_2 E \dot{w}(t) \\ &\quad + \dot{w}^T(t)E^T Y_2 E \dot{w}(t) \end{aligned} \quad (13)$$

$$Y_2 = R'/2 + (\tau/2)Z' \quad Y_1 = R_l + \tau Z_1 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ Y_1^T & Z_1 \end{bmatrix} > 0 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega & PA_h - Y_1 - Y_2 & A_d - \bar{\tau}Y_2 & 0 & PE + C^T D & 0 & \bar{\tau}A^T Z_1 & A^T R_1 & \bar{\tau}A^T A^T Z_2 & A^T A^T R_2 & C^T \\ * & -Q & 0 & 0 & D_h^T D & 0 & \bar{\tau}A_h^T Z_1 & A_h^T R_1 & \bar{\tau}A_h^T A^T Z_2 & (AA_h)^T R_2 & D_h^T \\ * & * & -R_1 - \bar{\tau}Y_2 & 0 & D_d^T D & 0 & \bar{\tau}A_d^T Z_1 & A_d^T R_1 & \bar{\tau}(A_h + AA_d)^T Z_2 & (A_h + AA_d)^T R_2 & D_d^T \\ * & * & * & -R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\tau}(A_d)^T Z_2 & (A_d)^T R_2 & 0 \\ * & * & * & * & D^T D^T - \gamma^2 I & 0 & \bar{\tau}E^T Z_1 & E^T R_1 & \bar{\tau}E^T A^T Z_2 & E^T A^T R_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & \bar{\tau}E^T Z_2 & E^T R_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{\tau}Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -R_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\tau}Z_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -R_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (40)$$

و با استفاده از لم شر، شرط $\Pi < 0$ و LMI‌های (۱۴) و (۱۵) به صورت

نامساویهای ماتریسی (۷)–(۵) نمایش داده می‌شوند و به این ترتیب اثبات
قضیه کامل می‌شود. ■

نکته ۲: مزیت اصلی لم حقیقی کراندار ارائه شده در قضیه ۱، کارآمدی این لم در طراحی کنترل کننده‌های H_∞ ای است که پارامترهای آنها در A_d و A_h ظاهر می‌شوند. برای مشاهده این مزیت، LMI (۵) را در نظر بگیرید. Y_2 یک متغیر ماتریسی است که در عناصر ماتریسی (۱۰) و (۳۰) ظاهر می‌شود. به عبارت دیگر، Y_2 هم بر منفی معین بودن عنصر (۱۰) تأثیرگذار است و هم در مقدار A_d بنا بر این برخلاف لم‌های حقیقی کراندار ارائه شده در [۱۰]-[۱۸] $Y_2 = 0$ لزوماً بهترین جواب برای LMI در (۵) نخواهد بود و در نتیجه A_d برابر با صفر بدهست نخواهد آمد.

قضیه ۱ لم حقیقی کراندار را برای سیستمهای هم تراز با تأخیر ثابت مورد توجه قرار می‌دهد. ما در ادامه، نتایج این قضیه را به سیستمهای هم تراز تأخیر ثابت با حد بالای مشخص برای تأخیر تعیین می‌دهیم. این بحث در قضیه زیر مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

قضیه ۲: سیستم (۳) را در نظر بگیرید. برای یک مقدار مشخص $w > 0$ ، شرط $J(w) < 0$ برای تابع معیار (۴) به ازای همه مقادیر غیر صفر $w \in L_2[0, \infty)$ و همه مقادیر $\bar{\tau} < 0$ برقرار است، اگر ماتریس‌های مثبت معین متقارن $Z_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ، $Z_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ و P, Q, R_1, R_2 و ماتریس منفی معین متقارن $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ وجود داشته باشد چنانچه نامساویهای ماتریسی (۲۰)–(۲۲) را ارضاء نمایند.

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ Y_1^T & Z_1 \end{bmatrix} > 0 \quad (21)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \Sigma_{11} &= A^T P + PA + Y_1 + Y_1^T + \tau(X_1 + X'/2) \\ &\quad + Y_2 + Y_2^T + A^T \Upsilon_1 A + A^T A^T \Upsilon_2 A A + Q + C^T C \\ \Sigma_{12} &= PA_h - Y_1 - Y_2 + A^T \Upsilon_1 A_h + A^T A^T \Upsilon_2 A A_h + C^T D_h \\ \Sigma_{13} &= PA_d - \bar{\tau}Y_2 + A^T \Upsilon_1 A_d + A^T A^T \Upsilon_2 (A_h + AA_d) \\ &\quad + C^T D_d \\ \Sigma_{14} &= A^T A^T \Upsilon_2 A_d \\ \Sigma_{15} &= PE + A^T \Upsilon_1 E + A^T A^T \Upsilon_2 A E + C^T D \\ \Sigma_{16} &= A^T A^T \Upsilon_2 E \\ \Sigma_{22} &= -Q + A^T \Upsilon_1 A_h + (AA_h)^T \Upsilon_2 A A_h + D_h^T D_h \\ \Sigma_{23} &= A_h^T \Upsilon_1 A_d + D_d^T D_d + A_h^T A^T \Upsilon_2 (A_h + AA_d) \\ \Sigma_{24} &= A_h^T A^T \Upsilon_2 A_d \\ \Sigma_{25} &= A_h^T \Upsilon_1 E + (AA_h)^T \Upsilon_2 A E + D_h^T D \\ \Sigma_{26} &= (AA_h)^T \Upsilon_2 E \\ \Sigma_{33} &= -R_1 + A_d^T \Upsilon_1 A_d + D_d^T D_d \\ &\quad + (A_h + AA_d)^T \Upsilon_2 (A_h + AA_d) \\ \Sigma_{34} &= (A_h + AA_d)^T \Upsilon_2 A_d \\ \Sigma_{35} &= A_d^T \Upsilon_1 E + (AA_d + A_h)^T \Upsilon_2 A E + D_d^T D \\ \Sigma_{36} &= (A_h + AA_d)^T \Upsilon_2 E \\ \Sigma_{44} &= -R'/2 + A_d^T \Upsilon_2 A_d \\ \Sigma_{45} &= A_d^T \Upsilon_2 A E \\ \Sigma_{46} &= A_d^T \Upsilon_2 E \\ \Sigma_{55} &= E^T \Upsilon_1 E + E^T A^T \Upsilon_2 A E + D^T D - \gamma^2 I \\ \Sigma_{56} &= E^T A^T \Upsilon_2 E \\ \Sigma_{66} &= E^T \Upsilon_2 E - \gamma^2 I \\ \text{و با فرض } J_{zd} &< 0 \text{ و } w(t) \in L_2[0, \infty) \text{ و } \dot{w}(t) \in L_2[0, \infty) \text{ خواهیم داشت} \\ \text{و در نتیجه } \left\| T_{zd} \right\|_\infty &< \gamma. \text{ با استفاده از لم } ۴، \text{ برقراری نامساوی} \\ \left\| T_{zw} \right\|_\infty &< \gamma \text{ تضمین کننده برقراری } \left\| T_{zd} \right\|_\infty < \gamma \text{ است. با} \\ \text{تعريف متغیرهای} & \end{aligned}$$

$$X_2 = X'/2, Z_2 = Z'/2, R_2 = R'/2, Y_2 = \tau^{-1}Y'$$

$$x(t) = Ax(t) + A_h x(t-\tau) + A_d \dot{x}(t-\tau) + Ew(t)$$

در Δ ، نامساوی زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} J_{zd} &\leq \\ &\int_0^\infty \left(\zeta^T \Pi \zeta + x^T(t)(\tau Y_2)x(t) + \dot{x}^T(t-\tau)(\tau Y_2)^T \dot{x}(t-\tau) \right) dt \end{aligned} \quad (27)$$

چون $Y_2 = Y_2^T < 0$ ، برای برقراری $J_{zd} < 0$ ، کافی است نشان دهیم $\zeta^T \Pi \zeta < 0$ یا $\Pi < 0$. با تعریف تغییر متغیرهای مشابه قضیه قبل و بکارگیری لم شر، نامساوی ماتریسی $\Pi < 0$ را در (۲۴) بصورت نامساویهای ماتریسی (۲۱) و (۲۲) نمایش داده می‌شوند. با استفاده از لم شر و در نظر گرفتن تغییر متغیر $\tau^{-1} Y' = Y_2$ در (۲۵) را به شکل زیر می‌توان نوشت:

$$X' - (\tau Y_2) Z'^{-1} (\tau Y_2^T) > 0$$

با جایگزینی $X_2 = X'/2$ ، نامساوی ماتریسی زیر بدست خواهد آمد:

$$2X_2 - (\tau Y_2) (Z_2^{-1}/2) (\tau Y_2^T) > 0 \quad (28)$$

از طرف دیگر داریم

$$2X_2 - (\tau Y_2) (Z_2^{-1}/2) (\tau Y_2^T) \geq 2X_2 - (\bar{\tau} Y_2) (Z_2^{-1}/2) (\bar{\tau} Y_2^T) > 0 \quad (29)$$

بنابراین برقراری نامساوی ماتریسی زیر تضمین کننده برقراری نامساوی ماتریسی (۲۸) است.

$$2X_2 - (\bar{\tau} Y_2) (Z_2^{-1}/2) (\bar{\tau} Y_2^T) > 0 \quad (30)$$

با استفاده از لم شر، نامساوی ماتریسی (۲۲) بدست می‌آید و اثبات کامل می‌شود. ■

نکته ۳: چون در پیاده‌سازی دیجیتال، همواره یک گام تأخیر وجود دارد، τ^1 یک مقدار محدود خواهد داشت و ظهور آن در \dot{V} مشکلی ایجاد نمی‌کند.

۴- لم حقیقی کراندار II: رویکرد توصیفی
در این بخش با استفاده از تبدیل توصیفی برای سیستم (۳)، یک لم حقیقی کراندار جدیدی در قالب نامساویهای ماتریسی خطی ارائه می‌دهیم. به همین منظور، سیستم (۳) را با نمایش معادل آن به صورت زیر بیان می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= y(t) \\ 0 &= -y(t) + Ax(t) + A_h x(t-\tau) + A_d \dot{x}(t-\tau) + Ew(t) \end{aligned}$$

و یا

$$\begin{bmatrix} 2X_2 & \bar{\tau} Y_2 \\ \bar{\tau} Y_2^T & 2Z_2 \end{bmatrix} > 0 \quad (22)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \Omega &= A^T P + PA + Y_1 + Y_1^T + \bar{\tau}(X_1 + X_2) + (2 - \bar{\tau})Y_2 + Q \\ \text{اثبات:} &\text{ برای اثبات این قضیه همان تابع لیاپانوف-کراسووسکی معرفی شده در قضیه قبل با معادلات (۱۲)-(۸) را در نظر می‌گیریم. در نتیجه مشتق } V(t) \text{ نسبت به } t \text{ با استفاده از ایده قضیه ۱ بدست خواهد آمد. تغییر متغیر } \tau^{-1} Y' = Y_2 \text{ را تعریف می‌کنیم و فرض می‌کنیم } x^T(t)(\tau Y_2)x(t) = Y'^T < 0 \text{ و } \dot{V} = \dot{x}^T(t)(\tau Y_2)^T \dot{x}(t-\tau) \text{ در (۱۳)، یک حد بالا برای } \dot{V} \text{ بصورت زیر بدست خواهد آمد:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^4 \dot{V}_i \leq x^T \{ A^T P + PA + \bar{\tau}(X_1 + (1/2)X') \\ &\quad + Y_1 + Y_1^T + (Y_2 + Y_2^T) \} x + 2x^T(t)(PA_h - Y_1)x(t-\tau) \\ &\quad + 2x^T(t)PA_d \dot{x}(t-\tau) + 2x^T(t)PEw(t) \\ &\quad + (x^T(t) + \dot{x}(t-\tau))^T (-\bar{\tau} Y_2) (x^T(t) + \dot{x}(t-\tau)) \\ &\quad - x^T(t)Y_2 x(t-\tau) - x^T(t-\tau)Y_2 x(t) \\ &\quad + (\bar{\tau}/2)\ddot{x}^T(t)Z'\ddot{x}(t) \\ &\quad + (1/2)\ddot{x}^T(t)R'\ddot{x}(t) - (1/2)\ddot{x}^T(t-\tau)R'\ddot{x}(t-\tau) \\ &\quad + (Ax + A_h x(t-\tau) + A_d \dot{x}(t-\tau) + Ew(t))^T \bar{\tau} Z_1, \\ &\quad (Ax + A_h x(t-\tau) + A_d \dot{x}(t-\tau) + Ew(t)) \\ &\quad + x^T(t)Qx(t) - x^T(t-\tau)Qx(t-\tau) + \dot{x}^T(t)R_i \dot{x}(t) \\ &\quad - \dot{x}^T(t-\tau)R_i \dot{x}(t-\tau) + x^T(t)(\tau Y_2)x(t) \\ &\quad + \dot{x}^T(t-\tau)(\tau Y_2)^T \dot{x}(t-\tau) \\ &= \Lambda \end{aligned} \quad (23)$$

با

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 \\ Y_1^T & Z_1 \end{bmatrix} > 0 \quad (24)$$

و

$$\begin{bmatrix} X' & Y' \\ Y'^T & Z' \end{bmatrix} > 0 \quad (25)$$

می‌توان نشان داد

$$\begin{aligned} \Lambda &= \Lambda_1 + x^T(t)(\tau Y_2)x(t) \\ &\quad + \dot{x}^T(t-\tau)(\tau Y_2)^T \dot{x}(t-\tau) \end{aligned} \quad (26)$$

که بقیه جملات (۲۳) را نشان می‌دهد. با استفاده از روش مشابه قضیه ۱ و با در نظر گرفتن رابطه بالا برای Λ و جایگزینی

$$\ddot{x}(t) = (d/dt)(Ax(t) + A_h x(t-\tau) + A_d \dot{x}(t-\tau) + Ew(t))$$

و

$$\left[\begin{array}{ccccccccc} \Phi_1 & -Y + P^T \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ A_h & A_d \end{pmatrix} & 0 & P^T \begin{pmatrix} 0 \\ E \end{pmatrix} & 0 & \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & R_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ \tau Z_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ A^T R_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ \tau A^T Z_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} C^T \\ 0 \end{pmatrix} \\ * & \begin{pmatrix} -Q & 0 \\ 0 & -R_1 \end{pmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{pmatrix} 0 \\ A_h^T R_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ \tau A_h^T Z_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} D_h^T \\ D_d^T \end{pmatrix} \\ * & * & -R_2 & 0 & 0 & 0 & A_d^T R_2 & \tau A_d^T Z_2 & 0 \\ * & * & * & D_2^T D_2 - \gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & E^T R_2 & \tau E^T Z_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & \begin{pmatrix} -Q & 0 \\ 0 & -R_1 \end{pmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\tau Z_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -R_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\tau Z_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{array} \right] < 0 \quad (33)$$

$$V_1 = [x^T(t) \ y^T(t)] E_n P \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$V_2 = \int_{-\tau}^0 \int_{t+\beta}^t y^T(\alpha) Z_1 y(\alpha) d\alpha d\beta \quad (37) \\ + \int_{-\tau}^0 \int_{t+\beta}^t \dot{y}^T(\alpha) Z_2 \dot{y}(\alpha) d\alpha d\beta$$

$$V_3 = \int_{t-\tau}^t x^T(\alpha) Q x(\alpha) d\alpha + \int_{t-\tau}^t y^T(\alpha) R_1 y(\alpha) d\alpha \quad (38) \\ + \int_{t-\tau}^t \dot{y}^T(\alpha) R_2 \dot{y}(\alpha) d\alpha$$

که در آن Q و Z_1, Z_2, R_1, R_2 ماتریس‌های مثبت معین متقارن با ابعاد مناسب هستند و

$$E_n = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}, \quad P_1 = P_1^T > 0$$

با مشتق‌گیری از V_1 داریم

$$\dot{V}_1 = 2x^T(t) P_1 \dot{x}(t) \\ = 2[x^T(t) \ y^T(t)] P^T \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (39) \\ = 2[x^T(t) \ y^T(t)] P^T \begin{bmatrix} y(t) \\ Ax(t) + A_h x(t - \tau(t)) \end{bmatrix} \\ + 2[x^T(t) \ y^T(t)] P^T \begin{bmatrix} 0 \\ -y(t) + A_d y(t - \tau(t)) \end{bmatrix} \\ = 2[x^T(t) \ y^T(t)] P^T \begin{bmatrix} 0 \\ Ew(t) \end{bmatrix}$$

طبق فرمول نیوتون-لایپنیتزر می‌توان نوشت

$$x(t - \tau) = x(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}(\alpha) d\alpha \quad (40)$$

$$y(t - \tau) = y(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{y}(\alpha) d\alpha$$

با استفاده از (۴۰)، خواهیم داشت

$$E_n \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A_h & A_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t - \tau) \\ y(t - \tau) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ E \end{bmatrix} w(t)$$

که در آن

$$E_n = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

حال با استفاده از تبدیل فوق به قضیه زیر می‌پردازیم.

قضیه ۳. سیستم (۳) را در نظر بگیرید. برای یک مقدار مشخص $\gamma > 0$ ، شرط $J(w) < 0$ برای تابع معیار عملکرد (۴) به ازای همه مقادیر $w \in L_2[0, \infty)$ و همه مقادیر $\tau > 0$ برقرار است، اگر ماتریس‌های مثبت معین متقارن $P_1, Q, R_2, R_1, Z_2, Z_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ و $X, Y, P_2, P_3 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ وجود داشته باشد چنانچه نامساویهای ماتریسی (۳۴) و (۳۳) را ارضاء نمایند.

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & \begin{pmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & Z_2 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (34)$$

که در آن

$$\Phi_1 = P^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ A & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & A^T \\ I & -I \end{bmatrix} P + \tau X + Y + Y^T \quad (35)$$

$$\cdot P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}$$

اثبات. سیستم (۳) را با نمایش معادل (۳۱) نشان می‌دهیم. حال با

انتخاب تابع لیپانوف-کراسوسکی برای سیستم (۳۱) بصورت زیر

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (35)$$

با

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \left[\begin{matrix} x^T(t) & y^T(t) \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} Q & 0 \\ 0 & R_i \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x(t) \\ y(t) \end{matrix} \right] \\ &- \left[\begin{matrix} x^T(t-\tau) & y^T(t-\tau) \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} Q & 0 \\ 0 & R_i \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x(t-\tau) \\ y(t-\tau) \end{matrix} \right] \\ &+ y^T(t) A^T R_2 A_h y(t) + y^T(t-\tau) A_h^T R_2 A_h y(t-\tau) \quad (44) \\ &+ \dot{y}^T(t-\tau) A_d^T R_2 A_d \dot{y}(t-\tau) \\ &+ 2y^T(t) A^T R_2 A_h y(t-\tau) + 2y^T(t) A^T R_2 A_d \dot{y}(t-\tau) \\ &+ 2y^T(t-\tau) A_h^T R_2 A_d \dot{y}(t-\tau) + 2y^T(t) A^T R_2 E \dot{w}(t) \\ &+ 2y^T(t-\tau) A_h^T R_2 E \dot{w}(t) + 2\dot{y}^T(t-\tau) A_d^T R_2 E \dot{w}(t) \\ &+ \dot{w}^T(t) E^T R_2 E \dot{w}(t) - \dot{y}^T(t-\tau) R_2 \dot{y}(t-\tau) \\ &\text{چون } \dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3, \text{ از نامساوی (41) و تساویهای (43) و (44)} \end{aligned}$$

حد بالای زیر را برای \dot{V} می‌توان تبیجه گرفت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq 2 \left[\begin{matrix} x^T(t) & y^T(t) \end{matrix} \right] P^T \left[\begin{matrix} 0 & I \\ A & -I \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x(t) \\ y(t) \end{matrix} \right] \\ &+ \tau \left[\begin{matrix} x^T(t) & y^T(t) \end{matrix} \right] X \left[\begin{matrix} x(t) \\ y(t) \end{matrix} \right] + 2 \left[\begin{matrix} x^T(t) & y^T(t) \end{matrix} \right] Y \left[\begin{matrix} x(t) \\ y(t) \end{matrix} \right] \\ &+ 2 \left[\begin{matrix} x^T(t) & y^T(t) \end{matrix} \right] (-Y + N) \left[\begin{matrix} x(t-\tau) \\ y(t-\tau) \end{matrix} \right] \\ &+ 2 \left[\begin{matrix} x^T(t) & y^T(t) \end{matrix} \right] P^T \left[\begin{matrix} 0 \\ E \end{matrix} \right] w(t) \\ &+ \left[\begin{matrix} x^T(t) & y^T(t) \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} Q & 0 \\ 0 & R_i + \tau Z_1 + A^T(R_2 + \tau Z_2)A \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x(t) \\ y(t) \end{matrix} \right] \\ &- \left[\begin{matrix} x^T(t-\tau) & y^T(t-\tau) \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} Q & 0 \\ 0 & R_i \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x(t-\tau) \\ y(t-\tau) \end{matrix} \right] \\ &+ y^T(t-\tau) A_h^T (R_2 + \tau Z_2) A_h y(t-\tau) \\ &+ \dot{y}^T(t-\tau) A_d^T (R_2 + \tau Z_2) A_d \dot{y}(t-\tau) \\ &+ 2y^T(t) A^T (R_2 + \tau Z_2) A_h y(t-\tau) \\ &+ 2y^T(t) A^T (R_2 + \tau Z_2) A_d \dot{y}(t-\tau) \\ &+ 2y^T(t-\tau) A_h^T (R_2 + \tau Z_2) A_d \dot{y}(t-\tau) \\ &+ 2y^T(t) A^T (R_2 + \tau Z_2) E \dot{w}(t) \\ &+ 2y^T(t-\tau) A_h^T (R_2 + \tau Z_2) E \dot{w}(t) \\ &+ 2\dot{y}^T(t-\tau) A_d^T (R_2 + \tau Z_2) E \dot{w}(t) \\ &+ \dot{w}^T(t) E^T (R_2 + \tau Z_2) E \dot{w}(t) - \dot{y}^T(t-\tau) R_2 \dot{y}(t-\tau) \quad (45) \end{aligned}$$

با بکارگیری روشی مشابه بخش قبل، داریم

$$\begin{aligned} J_{zd}(w) &\leq \int_0^\infty (z^T z - \gamma^2 w^T w - \gamma^2 \dot{w}^T \dot{w} + \dot{V}(t)) d\tau \quad (46) \\ &= \int_0^\infty \xi^T \Pi \xi d\tau \end{aligned}$$

با

$$\xi = [x(t) \ y(t) \ x(t-\tau) \ y(t-\tau) \ \dot{y}(t-\tau) \ w(t) \ \dot{w}(t)]$$

و بلوک ماتریسی

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 2x^T(t) P_1 \dot{x}(t) = 2 \left[\begin{matrix} x^T(t) & y^T(t) \end{matrix} \right] P^T \left[\begin{matrix} \dot{x}(t) \\ 0 \end{matrix} \right] \\ &= 2 \left[\begin{matrix} x^T(t) & y^T(t) \end{matrix} \right] P^T \left[\begin{matrix} 0 & I \\ A + A_h & -I + A_d \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x(t) \\ y(t) \end{matrix} \right] \\ &- 2 \left[\begin{matrix} x^T(t) & y^T(t) \end{matrix} \right] P^T \left[\begin{matrix} 0 & 0 \\ A_h & A_d \end{matrix} \right] \int_{t-\tau}^t [\dot{x}(\alpha)] d\alpha \\ &+ 2 \left[\begin{matrix} x^T(t) & y^T(t) \end{matrix} \right] P^T \left[\begin{matrix} 0 \\ E \end{matrix} \right] w(t) \\ &, a(\alpha) = x_{cl}^T(t) \quad x_{cl}^T(t) = [x^T(t) \ y^T(t)] \quad \text{تعريف} \quad \text{با} \\ &, b(\alpha) = \int_{t-\tau}^t [\dot{x}(\alpha)] d\alpha \quad \text{در لم } 1 \text{ داریم} \quad b(\alpha) = \int_{t-\tau}^t [\dot{y}(\alpha)] d\alpha \quad \text{و } N = P^T \left[\begin{matrix} 0 & 0 \\ A_h & A_d \end{matrix} \right] \\ &\dot{V}_1 \leq 2x_{cl}^T P^T \left[\begin{matrix} 0 & I \\ A + A_h & -I + A_d \end{matrix} \right] x_{cl} \\ &+ \int_{t-\tau}^t [x_{cl}^T(t) \ x_{cl}^T(\alpha)] \left[\begin{matrix} X & Y \\ -N^T & Z \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x_{cl}(t) \\ \dot{x}_{cl}(\alpha) \end{matrix} \right] d\alpha \\ &+ 2x_{cl}^T(t) P^T \left[\begin{matrix} 0 \\ E \end{matrix} \right] w(t) \\ &= 2x_{cl}^T P^T \left[\begin{matrix} 0 & I \\ A & -I \end{matrix} \right] x_{cl} + \tau x_{cl}^T(t) X x_{cl}(t) \quad (41) \\ &+ 2x_{cl}^T(t) Y x_{cl}(t) + 2x_{cl}^T(t) (-Y + N) x_{cl}(t-\tau) \\ &+ \int_{t-\tau}^t [y^T(\alpha) \ \dot{y}^T(\alpha)] Z \left[\begin{matrix} y(\alpha) \\ \dot{y}(\alpha) \end{matrix} \right] d\alpha \\ &+ 2x_{cl}^T(t) P^T \left[\begin{matrix} 0 \\ E \end{matrix} \right] w(t) \end{aligned}$$

که در آن

$$\left[\begin{matrix} X & Y \\ Y^T & Z \end{matrix} \right] \geq 0 \quad (42)$$

$$V_3 \text{ و } V_2, \text{ می‌توان نشان داد که مشتق } Z = \left[\begin{matrix} Z_1 & 0 \\ 0 & Z_2 \end{matrix} \right] \text{ با فرض}$$

برابرند با

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \left[\begin{matrix} x^T(t) & y^T(t) \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & \tau Z_1 + \tau A^T Z_2 A \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} x(t) \\ y(t) \end{matrix} \right] \\ &+ \tau y^T(t-\tau) A_h^T Z_2 A_h y(t-\tau) \\ &+ \tau \dot{y}^T(t-\tau) A_d^T Z_2 A_d \dot{y}(t-\tau) \\ &+ 2\tau y^T(t) A^T Z_2 A_h y(t-\tau) \\ &+ 2\tau y^T(t) A^T Z_2 A_d \dot{y}(t-\tau) \quad (43) \\ &+ 2\tau y^T(t-\tau) A_d^T Z_2 A_h y(t-\tau) \\ &+ 2\tau y^T(t-\tau) A_d^T Z_2 A_d \dot{y}(t-\tau) \\ &+ 2\tau y^T(t) A^T Z_2 E \dot{w}(t) + 2\tau y^T(t-\tau) A_h^T Z_2 E \dot{w}(t) \\ &+ 2\tau \dot{y}^T(t-\tau) A_d^T Z_2 E \dot{w}(t) + \tau \dot{w}^T(t) E^T Z_2 E \dot{w}(t) \\ &- \int_{t-\tau}^t [y^T(\alpha) \ \dot{y}^T(\alpha)] Z \left[\begin{matrix} y(\alpha) \\ \dot{y}(\alpha) \end{matrix} \right] d\alpha \end{aligned}$$

و

$$\left[\begin{array}{ccccccccc} \Phi_1 & -Y + P^T \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ A_h & A_d \end{pmatrix} & 0 & P^T \begin{pmatrix} 0 \\ E \end{pmatrix} & 0 & \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & R_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\tau}Z_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ A^T R_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\tau}A^T Z_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} C^T \\ 0 \end{pmatrix} \\ * & \begin{pmatrix} -Q & 0 \\ 0 & -R_1 \end{pmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{pmatrix} 0 \\ A^T R_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\tau}A^T Z_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} D_h^T \\ D_d^T \end{pmatrix} \\ * & * & -R_2 & 0 & 0 & 0 & A_d^T R_2 & \bar{\tau}A_d^T Z_2 & 0 \\ * & * & * & D^T D - \gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & E^T R_2 & \bar{\tau}E^T Z_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & \begin{pmatrix} -Q & 0 \\ 0 & -R_1 \end{pmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{\tau}Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -R_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\tau}Z_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{array} \right] < 0 \quad (\text{۴۷})$$

نکته ۴: قضیه ۳ یک لم حقیقی کراندار جدیدی را برای سیستمهای هم تراز معرفی می‌نماید. این قضیه مزایای اشاره شده در نکته ۲ را دارا می‌باشد به علاوه اینکه LMI‌های حاصل از این قضیه نرم H_∞ کوچکتری را نسبت به قضاای قبلي برای سیستم (۳) تضمین می‌نمایند. این نتایج به تفصیل در بخش بعد مورد بحث قرار خواهند گرفت. بدليل یکنواختی ماتریسها نسبت به τ در (۴۵)، قضیه ۲ منجر به نتیجه زیر می‌گردد.

نتیجه ۲: سیستم (۳) را در نظر بگیرید. برای یک مقدار اسکالر $w \in L_2[0, \infty)$ و $\bar{\tau}$ ، تابع معیار $J(w)$ به ازای همه مقادیر غیر صفر $t \in [0, \infty)$ و همه $0 < \tau(t) < \bar{\tau}$ غیر مثبت است، اگر ماتریسهای مثبت معین $X, Y \in \Re^{n \times n}$ ، $P_1, Q, R_2, R_1, Z_2, Z_1 \in \Re^{n \times n}$ و ماتریسهای متقارن $A, B, C, D, E, F \in \Re^{n \times n}$ وجود داشته باشند، چنانچه نامساویهای ماتریسی (۴۷) و (۴۸) را ارضاء نمایند.

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & \begin{pmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & Z_2 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (\text{۴۸})$$

که در آن

$$\Phi_1 = P^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ A & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & A^T \\ I & -I \end{bmatrix} P + \bar{\tau}X + Y + Y^T$$

$$. P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix} \quad \text{و}$$

نکته ۵: در مواردی که تأخیر سیستم ثابت اما نامشخص است ولی در عوض حد بالای آن معلوم باشد، شرایط ارائه شده در قضیه ۲ و نتیجه ۲ اهمیت قابل توجهی پیدا خواهند کرد.

$$\Pi = \begin{bmatrix} \Phi_1 & -Y + P^T \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ A_h & A_d \end{pmatrix} & 0 & P^T \begin{pmatrix} 0 \\ E \end{pmatrix} & 0 \\ * & \begin{pmatrix} -Q & 0 \\ 0 & -R_1 \end{pmatrix} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -R_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & D^T D - \gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \Lambda^T \nabla^{-1} \Lambda < 0$$

که در آن

$$\Phi_1 = P^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ A & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & A^T \\ I & -I \end{bmatrix} P + \tau X + Y + Y^T$$

$$\Lambda^T = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & R_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ \tau Z_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ A^T R_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ \tau A^T Z_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} C^T \\ 0 \end{pmatrix} \\ 0 & 0 & \begin{pmatrix} 0 \\ A_h^T R_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ \tau A_h^T Z_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} D_h^T \\ D_d^T \end{pmatrix} \\ 0 & 0 & A_d^T R_2 & \tau A_d^T Z_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E^T R_2 & \tau E^T Z_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\nabla = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & R_1 \end{pmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau Z_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tau Z_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

واضح است که اگر $\Pi < 0$ آنگاه $J < 0$. با استفاده لم شر، LMI در (۳۳)

بدست می‌آید. چون $Z = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 \\ 0 & Z_2 \end{bmatrix}$ ، نامساوی ماتریسی خطی بصورت (۳۴) نمایش داده می‌شود به این ترتیب اثبات کامل می‌گردد. ■

$$\begin{aligned} A_0 &= \begin{bmatrix} -0.4 & 0 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} & A_h &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} & A_d &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.5 & 0.2 \end{bmatrix} \\ E &= [-0.5 \ 1]^T & C &= [1 \ 0]^T & D &= 0.4 \\ D_h &= [0.1 \ 0] & D_d &= [0.3 \ 0.7] \end{aligned}$$

برخلاف مثال ۱، A_d و D_h ماتریس‌های غیرصفر هستند و به همین دلیل با این مثال می‌توان قابلیت‌های این دو قضیه را بطور دقیق‌تر مورد ارزیابی قرار داد. مقدار مینیمم γ حاصل از اعمال قضایای ۱ و ۳ برای یک مقدار مشخص $\bar{\gamma}$ در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲ مقایسه مینیمم γ ‌ها

$\bar{\gamma}$	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶
γ (Theorem 1)	۲/۴۵	۳/۱۲	۳/۹۷	۵/۰۵	۶/۴۷	۸/۳۷
γ (Theorem 3)	۱/۶۴	۲/۰۴	۲/۵۵	۳/۱۹	۳/۹۷	۴/۹۴

نتایج موجود در جدول ۲ نشان می‌دهد که شرایط بدست آمده در قضیه ۳ مقدار $\bar{\gamma}$ را برای سیستم (۳) نسبت به شرایط قضیه ۱ تضمین نمایمود و این بدین معنی است که محافظه‌کاری لم حقیقی کراندار با رویکرد توصیفی در قضیه ۳ بصورت قابل توجهی نسبت به قضیه ۱ کاهش یافته است. از آنجا که برخلاف مثال ۱ همه ماتریسها در این مثال غیر صفر هستند، کارآمدی نمایش توصیفی در این مثال بهتر نشان داده شده است.

با اعمال قضیه ۲ و نتیجه ۲، برای یک مقدار مشخص γ ، حد اکثر تأخیر $\bar{\gamma}$ بصورتی که در جدول ۳ آمده است محاسبه می‌شود.

جدول ۳ مقایسه حد اکثر $\bar{\gamma}$ ‌ها

γ	۲/۵	۳	۳/۵	۴	۴/۵	۵
$\bar{\gamma}$ (Theorem 2)	۰/۱۱	۰/۱۸	۰/۲۵	۰/۳۰	۰/۳۵	۰/۳۹
$\bar{\gamma}$ (Corollary 2)	۰/۲۹	۰/۳۷	۰/۴۴	۰/۵۰	۰/۵۶	۰/۶۰

جدول ۳ نشان می‌دهد برای یک مقدار مشخص γ ، حد اکثر تأخیر بدست آمده با استفاده از نتیجه ۲ بزرگتر از حد اکثر تأخیری است که از قضیه ۲ حاصل می‌گردد. به عبارت دیگر، با بکارگیری نتیجه ۲، پایداری سیستم به ازای تأخیر بزرگتری نسبت به آنچه که از قضیه ۲ بدست می‌آید تضمین می‌شود.

۵- مثالهای عددی

در این بخش به منظور بررسی میزان کاهش محافظه‌کاری لم‌های حقیقی کراندار ارائه شده در این مقاله، مثالهای زیر را مورد توجه قرار می‌دهیم:

مثال ۱: سیستم هم تراز (۳) را در نظر می‌گیریم چنانکه

$$\begin{aligned} A_0 &= \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -0.9 \end{bmatrix} & A_h &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} & E &= [-0.5 \ 1]^T \\ C &= [1 \ 0]^T \end{aligned}$$

و با $A_d=0$ و $D_h=0$ این مثال برگرفته از مراجع [۸] و [۲۱] می‌باشد. همچنین ما یک لم حقیقی کراندار از نتایج بدست آمده در [۲۲] استخراج کرده‌ایم که نتایج شبیه‌سازی آن نیز در جدول ۱ آمده است. برای $\bar{\gamma}=۰/۸۴۶$ ، مقدار مینیمم γ حاصل از نتایج این مقاله و نتایج ارائه شده در تحقیقات دیگر در جدول زیر آمده است.

جدول ۱ مقایسه نتایج این مقاله با سایر مقالات

لم‌های حقیقی کراندار	γ
Shaked, Yaesh and de Souza [۲۱]	۲
Du and Zhang [۲۲]	۱/۰۴۷۵
Fridman and Shaked [۸]	۰/۲۵
Theorem 1	۰/۲۱۱۸
Theorem 3	۰/۲۶۱۹

با توجه به جدول ۱ و مقادیر حداقل حاصل از قضایای ۱ و ۳ برای γ ، می‌توان نتیجه گرفت که لم‌های حقیقی کراندار حاصل در این مقاله دارای محافظه‌کاری کمتری نسبت به لم‌های ارائه شده در [۲۱] و لم حاصل از نتایج [۲۲] هستند. با توجه به اینکه نرم H_{∞} سیستم است، مقدار مینیمم γ حاصل از قضایای ۱ و ۳ به خوبی نزدیک به مقدار بدست آمده در [۸] و مقدار واقعی آن می‌باشد. در مورد مزیتی که در نکته ۲ اشاره گردید، نتایج ارائه شده در [۲۱] و [۲۲] اساساً برای سیستمهایی ارائه شده‌اند که تأخیر تنها در متغیر حالت ظاهر می‌گردد و نه مشتق آن. به همین دلیل این نتایج قابل ارزیابی با معیارهای نکته ۲ نیستند. اگرچه با استفاده از لم‌های حقیقی کراندار حاصل از قضایای ۱ و ۳ یک مقدار مینیمم بزرگتری برای γ نسبت به نتایج [۸] بدست می‌آید، این لم‌ها مزیت اشاره شده در نکته ۲ را دارا می‌باشند.

مثال ۲: برای مقایسه نتایج قضیه ۱ با قضیه ۳ سیستم (۳) را در نظر

می‌گیریم با

- [8] Fridman E., and Shaked, U., 2002, "A Descriptor System Approach to H_{∞} Control of Linear Time-Delay Systems", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 47, 2, 253-270
- [9] Jiang, X., Han, Q. L., 2005, "On H_{∞} Control for Linear Systems with Interval Time-Varying Delay", *Automatica*, 41, 12, 2099-2106.
- [10] Xu, S., Lam, J. and Zou, Y., 2006, "New Results on Delay-dependent Robust H_{∞} Control for Systems with Time-Varying Delays", *Automatica*, 42, 2, 343-348.
- [11] Xu, S., Lam, J. and Yang, C., 2001, " H_{∞} and Positive-Real Control for Linear Neutral Delay Systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46, 8, 1321-1326.
- [12] Wang, Q., Lam, J., Xu, S., and Zhang, L., 2006, "Delay-Dependent γ -Suboptimal H_{∞} Model Reduction for Neutral Systems with Time-Varying Delays", *Transactions of the ASME. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 128, 2, 394-399.
- [13] Fridman, E., Shaked, U., 2001, "New Bounded Real Lemma Representations for Time-Delay Systems and Their Applications", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46, 12, 1973-1979.
- [14] Guo, L., and Chen, W. H., 2003, "Output Feedback H_{∞} Control for a class of Uncertain Nonlinear discrete-Time Delay Systems", *Transactions of Institute of Measurement and Control*, 25, 2, 107-121.
- [15] Guo, L., 2002, " H_{∞} Output Feedback Control for Delay Systems with Nonlinear and Parametric Uncertainties", *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 149, 3, 226-236.
- [16] Sharifiati, A., Taghirad, H. D. and Labibi, B., 2009, "Delay-Dependent Stabilization of Linear Input-Delayed Systems with Composite State-Derivative Feedback: Constant and time-Varying Delays", *17th Iranian Conference on Electrical Engineering*, 260-265, IUST, Tehran, Iran.
- [17] Moon, Y.S., Park, P., Kwon, W.H., Lee, Y.S., 2001, "Delay dependent robust stabilization of uncertain state delayed systems", *International Journal of Control* 74, 1447-1455.
- [18] Boyd, S.P., EL. Ghaoui, L., Feron, E., 1994, Balakrishnan, V., *Liner Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM, Philadelphia, Pennsylvania.
- [19] Skogestad, S., Postlethwaite, I., 2005, *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. John Willy & Sons, England.
- [20] Sharifiati, A., Taghirad, H. D. and Labibi, B., "Delay-Dependent H_{∞} Control of Linear Systems with Time-Varying Delay Using State-Derivative Feedback",

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، دو LM حقیقی کراندار برای سیستمهای تأخیردار هم تراز مورد توجه قرار گرفته است. LM اول با استفاده از نتایج ارائه شده در [۱۶] در قالب نامساویهای هاتریسی خطی بدست آمده است. با بکارگیری یک تبدیل مدل توصیفی، شرایط کافی جدیدی به عنوان LM حقیقی کراندار دوم حاصل شده است. همانطور که در این مقاله بحث گردید، LM‌های حقیقی کراندار ارائه شده در این مقاله در سنتر کنترل کننده‌های H_{∞} ای که پارامترهای آنها در همه ضرایب ترمehای تأخیردار ظاهر می‌شوند، بسیار کارآمد می‌باشد. این ویژگی، وجه تمایز اصلی نتایج این مقاله با LM‌های مشابه ارائه شده در سایر مقالات است. اگرچه شرایط بدست آمده در این مقاله شرایط لازم نیستند، میزان محافظه کاری نتایج نسبت به نتایج بدست آمده در مقالات دیگر کم می‌باشد. مثالهای عددی نیز کارآمدی روش ارائه شده در این مقاله را تأیید می‌کند. به علاوه در این مثالها نشان داده شده است که محافظه کاری LM حقیقی کراندار با رویکرد توصیفی که در قضیه ۳ و نتیجه ۲ به آن پرداخته شده است، بصورت قابل توجیه نسبت به نتایج قضیه ۱ و ۲ کاهش یافته است.

مراجع

- [1] Park, J.H., 2005, "LMI Optimization Approach to Asymptotic Stability of Certain Neutral Delay Differential Equation with Time-Varying Coefficients", *Applied Mathematics and Computation*, 160, 1, 355-361.
- [2] Zhang, Z., Wang, W., Yang, B., 2007, "Delay and its Time-Derivative Dependent Robust Stability of Neutral Control System", *Applied Mathematics and Computation*, 147, 1, 1326-1332.
- [3] Li, Y., Xu, S., Zhang, B., Chu, Y., 2008, "Robust Stabilization and H_{∞} Control for Uncertain Fuzzy Neutral Systems with Mixed Time Delays", *Fuzzy Sets and Systems*, 159, 2730-2748.
- [4] Dumitrescu, B., 2005 "Bounded Real Lemma for FIR MIMO Systems", *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 12, No. 7, 496-499.
- [5] Fridman, E., 2001, "New Lyapunov-Krasovskii Functionals for Stability of Linear Retarded and Neutral Type Systems", *Systems & Control Letters*, 43, 4, 309-319.
- [6] Han, Q.L., 2005, "On Stability of Linear Neutral Systems with Mixed Time Delays: A Discretized Lyapunov Functional Approach", *Automatica*, 41, 7, 1209-1218.
- [7] Fridman, E., 2006, "Descriptor Discretized Lyapunov Functional Method: Analysis and Design", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51, 5, 890-897.

-
- [22] Du, H., Zhang, N., 2007, "H_∞ control of active vehicle suspensions with actuator time delay", *Journal of Sound and Vibration*, 301, 1-2, 236-252.
- [21] Shaked, U., Yaesh, I. and de Souza, C., 1998, "Bounded Real Criteria for Linear Time-Delay Systems", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 43, 7, 1016-1022.
- Submitted to Journal of Optimization Theory and Applications.*



روشی نوین جهت افزایش مقاومت پیش بین کننده اسمیت در مقابل خطای مدل

منصوره اسماعیلی^۱، منصور شیروانی^۲

^۱ دانشجوی دکترا مهندسی شیمی، گروه کنترل، دانشگاه علم و صنعت ایران، m.esmaeli@nipc.net

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی شیمی، دانشگاه علم و صنعت ایران، shirvani.m@iust.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۸/۹/۲۳، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۸/۱۲/۴)

چکیده: در این مقاله روشی جدید برای افزایش مقاومت روش جبرانگر تاخیر زمانی اسمیت در مقابل خطای مدل ارائه شده است. این روش بر اساس مفهوم بهره برتر می باشد. در این روش با دانستن حداقل خطای استفاده از مفهوم بهره برتر، تابع حلقه باز سیستم کنترل با اضافه کردن تابع مناسبی طوری تنظیم میکنیم که مطمئن باشیم تمامی صفرهای معادله حلقه باز سیستم کنترل که ناشی از پارامتر تاخیر زمان می باشند، در چپ قرار می گیرند. بر اساس مفهوم بهره برتر، این موضوع زمانی محقق می شود که بهره تابع افزوده شده با بهره جملات دیگر در تمامی فرکانسها مساوی و یا غالباً باشد. بهره تابع افزوده شده طوری تعیین می شود که منحنی فاز تابع حلقه باز، در فاصله بین صفر تا ۱۸۰ درجه محدود شود. قید بهره برتر به دلیل اطمینان از عدم وجود صفرهای سمت راست در تابع حلقه باز سیستم کنترل، گذاشته می شود.

کلمات کلیدی: سیستمهای دارای تاخیر زمان، پیش بین کننده اسمیت، مقاومت، صفر سمت راست.

A New Method to Improve the Robustness of Smith Predictor against Model Error

Mansoureh Esmeili, Mansour Shirvani

Abstract: In this paper a new method for compensating time delay is presented to improve the robustness of Smith method relative to the model error. This method is based on the dominant gain concept. In this method by knowing of the maximum error and use of the dominant gain concept for an added function, open loop control system is regulated, so that all of the zeros in the open loop, arising from the delay parameter are located in the left half plane. In this way the nonminimum phase characteristic of the open loop will become eliminated. Based on the dominant gain concept, the requirement of the method is that the gain of the added function becomes equal or higher compared to the other gains, at all or a wide high frequency range. The gain of the added function is determined so that the open loop transfer function phase is limited between zero and -180 degrees. This constraint is put to guarantee that no right half plane zero exists in the open loop transfer function.

Keywords: Time Delay Systems, Smith Predictor, Robustness, Right Half Plane Zero.

کنترل بر اساس استفاده از مدل فرآیند بوده و از ایده حذف پارامتر تاخیر زمان از تابع حلقه باز سیستم کنترل استفاده می کند. این روش دارای مشکلاتی نظری حساسیت زیاد نسبت به خطای مدل، بخصوص حساسیت نسبت به خطای پارامتر تاخیر زمان [۴-۶] ایجاد افت کنترل^۱ به هنگام بروز آشفتگی در کنترل فرآیندهای انتگرالی [۷-۱۰] و عدم توانایی برای کنترل فرآیندهای ناپایدار می باشد[۱۱]. بسیاری از محققان برای رفع این مشکلات روشهای مختلفی ارائه داده اند که به

۱- مقدمه

تاخیر زمان در بسیاری از سیستمهای فرآیندی، بیولوژیکی، مکانیکی و علوم مهندسی وجود دارد [۱]. در کنترل، وجود تاخیر زمان در حلقه های کنترل یکی از عوامل ناپایدار کننده و کاهش کیفیت کنترل محسوب می شود. اثرات وجود تاخیر زمان در حلقه کنترل، در نمودار فاز حلقه باز به صورت غیر مینیمم فاز شدن رفتار آن بروز می کند [۲]. اولین بار اسمیت برای کنترل سیستمهای دارای تاخیر زمان، روشی ارائه داد[۳]. روش او در حقیقت یک روش

^۱ Offset

$$Y'' = Y' + Y = m(s)G(s)(1 - e^{-st_d}) + \\ m(s)G(s)e^{-st_d} = m(s)G(s)$$

بدین ترتیب پارامتر تاخیر زمانی از سیگنال ورودی به کنترل کننده حذف می شود و نهایتاً معادله مشخصه مربوط به روش اسمیت به صورت رابطه (۲) خواهد شد.

$$1 + G_c(s)G_0(s) = 0$$

در رابطه بالا پارامتر تاخیر زمانی از معادله مشخصه حذف شده است. اما عملاً به واسطه وجود خطای مدل، حذف کامل اثرات تاخیر زمان از معادله مشخصه اتفاق نمی افتد و تابع پیچیده تری که در آن دو پارامتر تاخیر زمان وجود دارد، حاصل می گردد. این مطلب در معادله ۳ نشان داده شده است.

$$1 + \underbrace{G_c(s)G(s) + G_c(s)[-G(s)e^{-st_d} + G_{p0}(s)e^{-st_d}]}_{\text{Open loop}} = 0$$

وجود پارامتر تاخیر زمان در یک معادله، به معنای ظهور صفرهایی در سمت چپ و یا راست است که با استفاده از مفهوم بهره برتر، موقعیت این صفرها را می توان به راحتی تشخیص داد [27].

تعریف مفهوم بهره برتر: مفهوم بهره برتر بیان می کند که در توابعی مانند معادله ۳ که به نام شبه چند جمله ای^۱ شناخته شده اند، رفتار کلی شبه چند جمله ای، در هر بازه فرکانسی، همواره پیرو رفتار ترمی است که دارای بهره برتر باشد. به عنوان مثال اگر تابع با بهره برتر دارای رفتار مینیمم فاز باشد، شبه چند جمله ای، رفتار مینیمم فاز گرفته و این به مفهوم عدم وجود صفر سمت راست در شبه چند جمله ای است. همچنین اگر در شبه چند جمله ای، ترم دارای بهره برتر، رفتار غیر مینیمم فاز داشته باشد، شبه چند جمله ای رفتار غیر مینیمم فاز خواهد داشت که به معنای وجود صفر سمت راست، در شبه چند جمله ای است. در شرایطی که بهره ترمها با یکدیگر مساوی باشند، اگر یکی از ترمها دارای رفتار مینیمم فاز باشد، رفتار کلی شبه چند جمله ای مینیمم فاز خواهد شد.

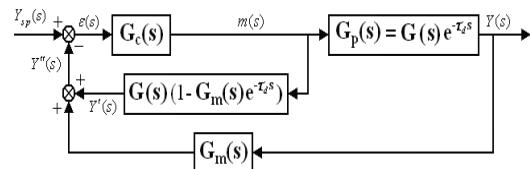
بنابراین اگر در معادله مشخصه حلقه های کنترل دارای تاخیر زمان بتوان شرایطی را به وجود آورد که بهره تابع دارای رفتار مینیمم فاز در همه فرکانسها ایغلب آنها برتر و یا مساوی بهره توابع غیر مینیمم فاز گردد، رفتار کلی تابع حلقه باز، مینیمم فاز خواهد شد و این به معنای انتقال کلیه صفرهای سمت راست به سمت چپ و تبدیل رفتار غیر مینیمم فاز به مینیمم فاز و در نتیجه رفع ناپایداری از حلقة کنترل است. روشهای نورمی-ریکو و کاماچو [13] و کایا [25] از جمله روشهای مقاوم کردن روش اسمیت می باشند که در سالهای اخیر ارائه شده اند. روش نورمی-ریکو و کاماچو در شکل ۲ نشان داده شده است.

Dead Time Compensators (DTCs) معروف شده اند - ۷-

[18]. برای مقاوم کردن روش اسمیت در مقابل خطای مدل نیز روشهای متعددی در سالهای اخیر ارائه شده است. بعضی از این روشها از طریق انتخاب پارامترهای مناسب برای کنترل کننده [19-25] و بعضی دیگر از طریق استفاده از یک فیلتر [13,16] روش اسمیت را در مقابل خط، مقاوم می کنند. اما همه این روشها برای یک مدل از پیش تعیین شده که غالباً یک مدل درجه یک و یا حداقل درجه دو می باشد، طراحی شده اند. در [26] روش جدیدی برای کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمان ارائه شده است. این روش بر اساس مفهوم بهره برتر می باشد که در [27] به صورت مفصل راجع به آن توضیح داده شده است. با توجه به اینکه روش ارائه شده در [26] در مقابل خطاب سیار مقاوم می باشد، می توان به این نتیجه دست یافت که از مفهوم بهره برتر می توان در مقاوم کردن روش اسمیت نسبت به خطای مدل استفاده شایانی کرد. بر این اساس در این مقاله، بر پایه مفهوم بهره برتر، روشی جدید برای مقاوم کردن روش اسمیت در مقابل خط ارائه می شود.

۲- تحلیل حساسیت روش اسمیت نسبت به خطای مدل و روشهای مقاوم کردن آن از دیدگاه مفهوم بهره برتر

در کنترل فرآیندهای دارای تاخیر زمانی دسترسی به مدل فرآیند برای پیش بینی کردن سیگنالها از اهمیت ویژه ای برخوردار است. روش پیش بین کننده اسمیت یکی از روشهای رایج کنترل سیستمهای دارای تاخیر زمانی است که بر اساس پیش بینی مدل فرآیند ابداع شده است [3]. ساختار کنترل در این روش در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: ساختار کنترل در پیش بین کننده اسمیت [3]

در این روش، اسمیت از یک پیش بین کننده استفاده می کند. این پیش بین کننده، سیگنال ورودی به کنترل کننده را به نحوی تغییر می دهد که پارامتر تاخیر زمانی در معادله مشخصه بطور کامل از بین برود. بدین ترتیب بر اساس سیگنال ورودی به کنترل کننده می توان مقادیر مناسبتری برای پارامترهای کنترل کننده انتخاب نمود. در شکل ۱ اگر فرض کنیم اغتشاش ورودی به سیستم مساوی صفر است و $G_p = G e^{-st_d}$ و $G_m = 1$ همچنین سیگنال ورودی به مقایسه کننده که نهایتاً وارد کنترل کننده می شود را با Y نمایش دهیم، داریم:

¹ Quasi polynomial

شود که معادله مشخصه دارای بینهایت صفر شود. و تنها اگر این صفرها در سمت چپ قرار گیرند می‌توان به پایداری حلقه اطمینان داشت. مطابق مفهوم بهره برتر، این حالت تنها زمانی ممکن دارد که بهره توابع دارای رفتار مینیمم فاز، بر توابع دارای رفتار غیر مینیمم فاز در همه فرکانسها و یا حداقل، اغلب فرکانسها برتری داشته و یا مساوی آن باشد [27]. شرایط به وجود آمدن حالت مذکور در معادله ۷ آورده شده است. در این معادله $G_n(s)$ مدل اسمی فرآیند است.

$$|G_{mb}(j\omega) + G_c(j\omega)G(j\omega)| \geq -|G_c(j\omega)G_n(j\omega) + G_p(j\omega)G_c(j\omega)|$$

بنابراین مقدار بهره در تابع $G_{mb}(s)$ را به نحوی انتخاب می‌کنیم که شرایط بهره برتر برقرار بوده و بدین ترتیب رفتار حلقه باز سیستم کنترل تحت الشاع آن قرار گرفته و مینیمم فاز شود.

۴- بررسی مقاومت روش پیشنهادی نسبت به خطای مدل

قضیه: در روش پیشنهادی، مقاومت روش اسمیت در مقابل خطای مدل، با افزایش بهره تابع $G_{mb}(s)$ و در روش نورمی- ریکو و کاماقچو، از طریق افزایش ثابت زمانی فیلتر $F(s)$ افزایش می‌یابد.

اثبات: معادله مشخصه سیستم کنترل در روش پیشنهادی به صورت رابطه ۸ می‌باشد:

$$1 + G_{mb}(s) + G_c(s)G(s)(1 - e^{-st_d}) + G_p(s)G_c(s) = 0$$

حال اگر مدل واقعی فرآیند را با رابطه ۸ عدم قطعیت در مدل و $G_n(j\omega) = G(j\omega)e^{-st_d}$ مدل $G_p(j\omega)$ مدنظر نمایش دهیم در این صورت اسمی فرآیند می‌باشد. با جاگذاری این روابط در معادله ۸ داریم:

$$1 + G_{mb}(j\omega) + G_c(j\omega)G(j\omega) - G_c(j\omega)G_n(j\omega) + (G_n(j\omega) + \delta G_p(j\omega))G_c(j\omega) = 0$$

بنابراین نرم باند تابعی عدم قطعیت^۱ به منظور پایدار نگه داشتن حلقه بسته کنترل، در روش پیشنهادی به صورت زیر به دست می‌آید:

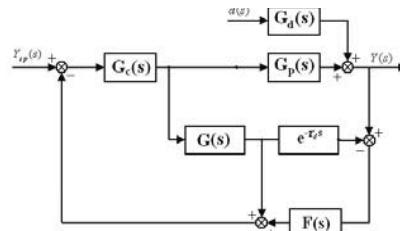
$$|\delta G(j\omega)|_p = \frac{|1 + G_{mb}(j\omega) + G_c(j\omega)G(j\omega)|}{|G_c(j\omega)|}$$

به طریق مشابه می‌توان این نرم را برای روش‌های اسمیت و نورمی- ریکو و کاماقچو به دست آورد. که به ترتیب معادلات ۱۱ و ۱۲ می‌باشند:

$$|\delta G(j\omega)|_s = \frac{|1 + G_c(j\omega)G(j\omega)|}{|G_c(j\omega)|}$$

$$|\delta G(j\omega)|_N = \frac{|1 + G_c(j\omega)G(j\omega)|}{|F(j\omega)G_c(j\omega)|}$$

در این روش با کاربرد فیلتر (s) که یک تابع انتقال درجه یک می‌باشد، روش اسمیت در مقابل خطای مدل مقاوم می‌شود.

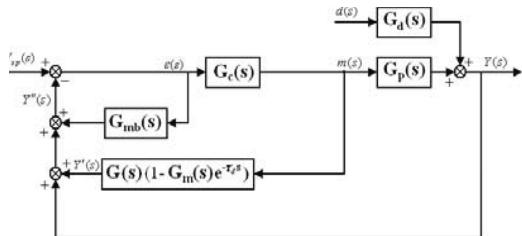


شکل ۲. روش نورمی- ریکو و کاماقچو [13]

در حالیکه روش کایا تنها بر اساس تنظیم پارامترهای کنترل کننده، روش اسمیت را در مقابل خطای مدل مقاوم می‌کند. روش‌های فوق در مثالهایی که در ادامه مقاله آورده خواهد شد، بیشتر توضیح داده خواهند شد.

۳- ساختار روش پیشنهادی

ساختاری که در این مقاله برای مقاوم کردن روش اسمیت ارائه شده است در شکل ۳ نمایش داده شده است. پاسخ حلقه باز سیستم کنترل به تغییر در مقدار مقرر و رفع آشفتگی ایجاد شده در سیستم کنترل به ترتیب در معادلات ۴ و ۵ نشان داده شده است.



شکل ۳. روش پیشنهادی

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} &= \frac{G_p(s)G_c(s)}{1 + G_{mb}(s) + G_c(s)G(s)(1 - e^{-st_d}) + G_p(s)G_c(s)} \\ \frac{Y(s)}{d(s)} &= \frac{G_{ij}(s) + G_{mb}(s)G_{ij}(s) + G_{ij}(s)G(s)(1 - e^{-st_d})G_c(s)}{1 + G_{mb}(s) + G_c(s)G(s)(1 - e^{-st_d}) + G_p(s)G_c(s)} \end{aligned}$$

می‌توان با استفاده از معادله (۴) مقدار نهایی پاسخ به یک تغییر پله ای واحد در مقدار مقرر را پیش بینی کرد. اگر کنترل کننده یک کنترل K_m باشد این مقدار برابر با $1/K_m$ می‌شود، که در اینجا بهره المان اندازه گیر می‌باشد. از معادله ۵ نیز می‌توان مقدار افت کنترل به هنگام ایجاد آشفتگی را به دست آورد که این مقدار برابر صفر می‌باشد.

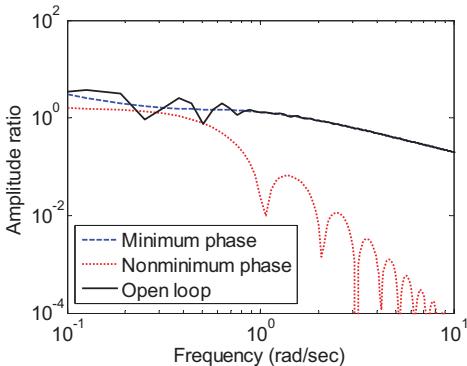
معادله حلقه باز سیستم کنترل شکل ۳ به صورت معادله ۶ است:

$$\begin{aligned} openloop &= G_{mb}(s) + \\ &G_c(s)G(s)(1 - e^{-st_d}) + G_p(s)G_c(s) \end{aligned}$$

در بررسی پایداری شبه چند جمله ایهای دارای پارامتر تاخیر زمان به این موضوع اشاره شده است که وجود پارامتر تاخیر زمان باعث می‌

^۱ The norm bound uncertainty region

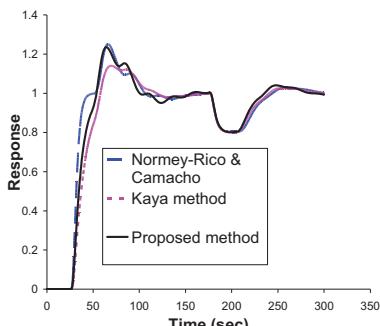
از حد مقاوم شدن پاسخ، این بهره را حداقل بهره دارای شرایط رابطه ۷ در نظر می‌گیریم. لازم به ذکر است که مقدار بهره و تاخیر زمان تابع فرآیند $(G_p(s))$ در رابطه ۷ بالاترین مقدار خطا در بهره و تاخیر زمان تابع فرآیند در نظر گرفته می‌شود تا بالاترین حد خطای نیز پوشش داده شود.. در مورد این مثال $G_{mb}(s) = \frac{2}{s+1}$ به دست می‌آید. در شکل ۴ نمودار نسبت دامنه برای تابع دارای رفتار مینیمم فاز $G_c(s) + G_{mb}(s)$ و تابع دارای رفتار غیر مینیمم فاز $G_c(s)G_n(s) - G_c(s)G_p(s) + G_p(s)G_c(s)$ تابع حلقه باز ترسیم شده است.



شکل ۴. نمودار نسبت دامنه جهت تعیین مقدار بهره ($G_{mb}(s)$)

همانطور که در این شکل دیده می‌شود با انتخاب بهره ۲ برای $G_{mb}(s)$ ، شرایط بهره برتر در تابع حلقه باز سیستم کنترل، همواره صادق است.

پاسخهای مربوط به روشهای مختلف برای تاخیر زمان ۲۶ ثانیه در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵ نمودار پاسخهای مربوط به روشهای مختلف برای تاخیر زمان ۲۶ ثانیه در جدول ۱ مقادیر انگرال خطای برای روشهای مختلف با یکدیگر مقایسه شده اند. همانطور که در این جدول دیده می‌شود این مقادیر برای روش مورد نظر از همه روشهای کمتر است.

با توجه به اینکه روش کایا، تغییری در ساختار روش اسیمیت ایجاد نمی‌کند و تنها از طریق تنظیم پارامترهای کنترل کننده، روش اسیمیت را در مقابل خطای مدل مقاوم می‌کند بنابراین نرم این روش همان نرم روش اسیمیت است. از مقایسه معادلات بالا می‌توان به این نتیجه رسید که نرم باند تاخیه عدم قطعیت در روش پیشنهادی با اضافه کردن تابع $G_{mb}(s)$ در صورت و در روش نورمی-ریکو و کاماقو با اضافه کردن تابع $F(s)$ در مخرج، نسبت به روش اسیمیت افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه این نرم، معیاری برای سنجیدن مقاومت روش در مقابل خطای $F(s)$ باشد لذا هر چه اندازه $G_{mb}(s)$ در روش پیشنهادی و ثابت زمانی $G_{mb}(s)$ در روش نورمی-ریکو و کاماقو بیشتر باشد اندازه این نرم بزرگ‌بوده و سیستم کنترل می‌تواند در مقابل خطاهای بیشتری، مقاومت نشان دهد.

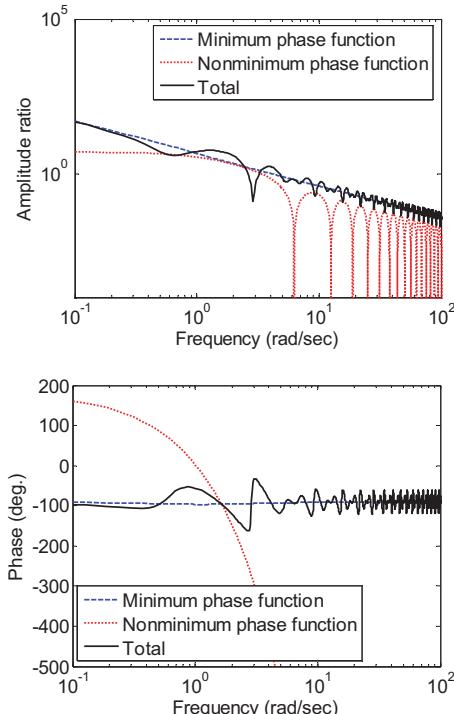
۵- شبیه سازی

در این بخش با استفاده از مثالهایی، کاربرد و مزایای استفاده از روش پیشنهادی را نشان خواهیم داد.

مثال ۱. در این مثال یک تابع انتقال فرآیندی با درجه بالا را در نظر می‌گیریم. این تابع انتقال در [25] آورده شده است و ذکر شده است که در این مورد، روش کایا نسبت به روشهایی که در [28-31] معرفی شده اند بهتر عمل می‌کند. این تابع فرآیندی e^{-20s} $G_p(s) = \frac{e^{-20s}}{(3s+1)(2s+1)(s+1)(0.5s+1)}$ می‌باشد. در [25] ذکر شده است که این تابع را می‌توان با تابع درجه یک $e^{-23.28s}$ $G_m(s) = \frac{e^{-23.28s}}{(3.67s+1)}$ تقریب زد. فرض می‌کنیم دامنه تغییر تاخیر زمان از ۲۰ تا ۲۶ می‌باشد. برای چنین تابعی در [25] پارامترهای کنترل کننده به صورت $G_c(s) = 0.315 + \frac{0.086}{s}$ به دست آمده اند. اگر بخواهیم پاسخ این روش را با روش پیشنهادی و روش نورمی-ریکو و کاماقو مقایسه کنیم از روش تنظیم ذکر شده در [28] استفاده کرده و بدین ترتیب پارامترهای کنترل کننده به صورت $F(s) = 1 + \frac{0.27}{10s+1}$ به دست آمدند. در روش پیشنهادی، از روش تنظیم ذکر شده در [28] استفاده شد اما تابع انتقال فرآیند همان $(G_p(s))$ در نظر گرفته شده و از تابع مدل درجه یک به هیچ وجه استفاده نشده. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت یکی از مزایایی روش پیشنهادی این است که در روش پیشنهادی نیازی به بدست آوردن مدل فرآیندی با درجات پایین نیست.

جهت به دست آوردن تابع $G_{mb}(s)$ ، درجه این تابع را ۱ انتخاب می‌کنیم. همانطور که می‌دانیم در یک تابع درجه یک، دو پارامتر بهره و ثابت زمانی ناشخص می‌باشند. برای سادگی کار، ثابت زمانی را ۱ در نظر گرفته و مقدار بهره را طوری تعیین می‌کنیم که در تابع حلقه باز همواره شرایط بهره برتر صادق باشد (رابطه ۷). برای جلوگیری از بیش

$G_c = 0.2 + \frac{1}{s}$ به دست آمدند. اگر با چنین کنترل کننده ای بخواهیم فرآیند واقعی را کنترل کنیم، فرآیند ناپایدار می شود. بنابراین در چنین مواردی تنها می توان از روش‌هایی که روش اسمیت را مقاوم می کنند، استفاده کرد. در روش پیشنهادی در این مقاله ابتدا باید بهره تابع (s) را تعیین نمود. این بهره را باید طوری تعیین کرد که تابع دارای رفتار مینیمم فاز در حلقه باز سیستم کنترل (معادله ۶) در تمامی فرکانسها و یا حداقل در دامنه وسیعی از فرکانسها بالا، به نحویکه منحنی تابع حلقه باز در محدوده صفر تا -180° درجه قرار گیرد، دارای بهره برتر باشد. برای ارضای شرط بهره برتر، حداقل بهره ای که می توان انتخاب کرد ۳ می باشد که بدین ترتیب تابع $G_{mb} = \frac{3}{s+1}$ انتخاب می شود. در شکل ۷ نمودار بد تابع حلقه باز روش پیشنهادی در ترسیم شده است. همانطور که در شکل ۷ دیده می شود هر چند در فرکانسها خیلی کم (کمتر از ۱)، نسبت دامنه تابع دارای رفتار غیر مینیمم فاز بیشتر از تابع با رفتار مینیمم فاز است اما نمودار فاز تابع حلقه باز قبل از رسیدن به -180° درجه محدود شده است.



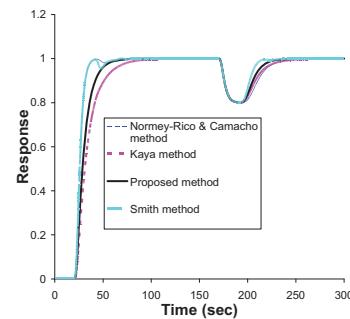
شکل ۷. نمودار بد برای تابع حلقه باز روش پیشنهادی در مثال ۲

در روش نورومی-ریکو و کاماچو چون درصد خطای تاخیر زمان، بالای $+30^\circ$ درصد است، فرمول خاصی برای تعیین ثابت زمانی فیلتر وجود ندارد. اگر در این مثال $T_f = \frac{t_d}{2} = 0.5$ در نظر گرفته شود پاسخ ناپایدار می شود لذا برای افزایش مقاومت آن، $T_f = 1.5$ تعیین شد.

جدول ۱. مقادیر انگرال خطای برای روش‌های مختلف در شکل ۵

نام روش	IAE	ISE
روش نورومی-ریکو و کاماچو	۴۸/۶	۳۷/۹
روش کایا	۵۰/۱۱	۳۷/۳
روش پیشنهادی	۴۵/۵۶	۳۲/۳

در شکل ۶ پاسخ روش‌های مختلف هنگامیکه هیچ خطایی وجود ندارد با یکدیگر مقایسه شده اند.



شکل ۶. نمودار پاسخ روش‌های مختلف هنگامیکه هیچ خطایی وجود ندارد

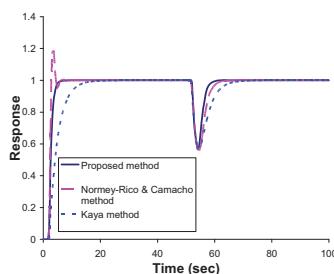
در جدول ۲ مقادیر انگرال خطای پاسخها، درج شده اند. همانطور که اعداد نشان می دهند روش پیشنهادی از تمامی روشها، مقادیر کمتری نشان می دهد.

جدول ۲. مقادیر انگرال خطای برای روش‌های مختلف در شکل ۶

نام روش	IAE	ISE
روش نورومی-ریکو و کاماچو	۴۲	۳۵/۹
روش کایا	۴۴/۴۳	۳۴/۴
روش پیشنهادی	۳۴/۵۴	۲۷/۷

نکه دیگری که در این مثال باید به آن اشاره کرد این است که تابع مینیمم فاز در تابع حلقه باز سیستم کنترل در این مثال، برای همه روشها یک تابع درجه یک است. در [28] ذکر شده است که به دلیل سهولت در عملکرد، از توابع درجه یک تقریبی بجای توابع با درجات بالا استفاده می شود اما بر اساس مفهوم بهره برتر همانطور که قبل این ذکر شد انتخاب تابع درجه یک به عنوان مدل می تواند باعث پایداری و محدود شدن منحنی فاز تابع حلقه باز، بین مقدار صفر و -180° درجه شود.

مثال ۲. در این شبیه سازی تابع فرآیند مورد نظر $G_p = \frac{5e^{-3s}}{s+1}$ و مدل اسمی آن $G_n = \frac{5e^{-2s}}{s+1}$ در نظر گرفته می شوند. برای مدل اسمی چنین فرآیندی پارامترهای کنترل کننده مطابق [17] به صورت



شکل ۹. نمودار پاسخهای مربوط به روشهای مختلف در مثال ۲ هنگامیکه خطای وجود ندارد

همانطور که در این شکل نشان داده شده است روش کایا باز هم نسبت به روشهای دیگر بسیار دیر به مقدار مقرر می‌رسد.

در جدول ۴ مقادیر انگرال خطای برای روشهای مختلف با یکدیگر مقایسه شده است.

جدول ۴. مقادیر انگرال خطای برای روشهای مختلف در شکل ۹

نام روش	IAE	ISE
روش نورمی-ریکو و کاماجو	۱۱	۹/۵۴
روش کایا	۱۱/۲۵	۹/۳۷
روش پیشنهادی	۸/۵	۷/۱۶

۶- نتیجه گیری

در روش پیشنهادی بر اساس محدوده عدم قطعیت مدل، با افزودن یکتابع درجه یک با بهره ای تعیین شده که باعث حذف صفرهای سمت راست تابع حلقه باز شود، روش اسمیت نسبت به خطای مدل مقاوم می شود. پاسخهای نشان داده شده در شیوه سازیها نشان می دهند که پاسخهای این روش در مقایسه با روشهای دیگر بهتر می باشد. همچنین مزیت دیگر این روش این است که برای مدلهای با درجات بالا مستقیماً قابل کاربرد بوده و نه تنها نیاز به پیدا کردن مدلهای با درجات پایین ندارد بلکه نسبت به روشهایی که با این مدلها کار می کنند عملکرد بهتری نشان می دهد.

مراجع

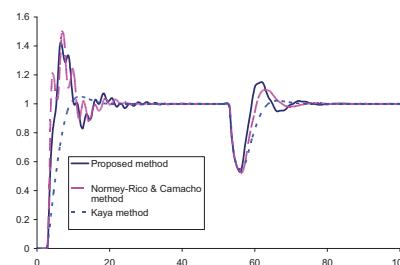
- [1] Richard J. P. 2003. Time-delay systems: "an overview of some recent advances and open problems", *Automatica*, 39(10), 1667-1694.
- [2] Normey-Rico J.E. & Camacho F., Eduardo. 2008. Dead-time compensators: A survey. *Control Engineering Practice*, 16(4), 407-428.
- [3] Smith, O. J. M. A controller to overcome dead time. *ISA Journal* 1959; 6(2): 28-33.

نکته ای که در این قسمت باید مطرح کرد این است که یکی از مزایای روش پیشنهادی این است که در روش پیشنهادی درصد خطای پارامترهای مدل، هر عددی می تواند باشد تنها کافی است که پارامترهای حلقه باز را طوری تعیین کنیم که حداقل شرایط رابطه γ برقرار باشد.

همانطور که قبل نیز توضیح داده شد در روش کایا با تنظیم پارامترهای کنترل کننده، حلقه کنترل، در مقابل تغییرات پارامترهای مدل مقاوم می شود. در این روش با استفاده از قوانینی که در [25]

$$\text{آورده شده است، کنترل کننده } G_c = \frac{1}{15} + \frac{1}{15s}$$

در شکل ۸ مقایسه ای بین پاسخ روشهای ذکر شده، انجام شده است.



شکل ۸ نمودار پاسخهای مربوط به روشهای مختلف در مثال ۲

در جدول ۳ مقادیر انگرال خطای برای روشهای مختلف با یکدیگر مقایسه شده است.

جدول ۳. مقادیر انگرال خطای برای روشهای مختلف در شکل ۸

نام روش	IAE	ISE
روش نورمی-ریکو و کاماجو	۴۲	۳۵/۹
روش کایا	۴۴/۴۳	۳۴/۴
روش پیشنهادی	۳۴/۵۴	۲۷/۷

همانطور که در این جدول دیده می شود روش پیشنهادی نسبت به روشهای دیگر کمترین مقادیر را دارد. روش کایا به دلیل اینکه مقادیر اختیاط آمیزی برای کنترل کننده انتخاب شده است، بسیار مقاوم عمل کرده و به همین دلیل خیلی دیرتر از روشهای دیگر به مقدار مورد نظر می رسد. روش نورمی-ریکو و کاماجو نیز دارای پاسخی بسیار نوسانی و با فرارفت زیاد است. لازم به ذکر است که در حلقه کنترل، در ثانیه صفر در مقدار مقرر یک تغییر پله ای ایجاد شده و در ثانیه ۵۰، آشفتگی برابر با -0.1 بر سیستم اعمال شده است.

در شکل ۹ پاسخهای روشهای مورد نظر هنگامیکه در مدل هیچ خطای وجود ندارد نشان داده شده است.

- [17] Majhi, S. and D. P. Atherton. 2000, "Obtaining Controller Parameters for a New Smith Predictor Using Auto Tuning". *Automatica*; 36(11): 1651-1658.
- [18] Kaya, I. 2003, "Obtaining Controller Parameters for a New PI-PD Smith Predictor Using Auto tuning", *Journal of Process Control*, 13(5): 465-472.
- [19] Morari, M., and F. Zafiriou. 1989. Robust Process Control. Prentice-Hall, NJ.
- [20] Santacesaria, C., & Scattolini, R. 1993, "Easy tuning of Smith predictor in presence of delay uncertainty", *Automatica*, 29, 1595-1597.
- [21] Palmor, Z. J., & Blau, M. 1994, "An auto tuner for Smith dead time compensator", *International Journal of Control*, 60, 117-135.
- [22] Lee, T. H., Wang, Q. G., & Tan, K. K. 1996, "Robust Smith predictor controller for uncertain delay systems", *AICHE Journal*, 42(4), 1033-1040.
- [23] Lee, D., Lee, M., Sung, S., Lee, I., Robust PID tuning for Smith predictor in the presence of model uncertainty. *Journal of Process Control*, 1999, 9(1), 79-85.
- [24] Ingimundarson, A., & Hägglund, T. 2001, "Robust tuning procedure of Dead-time compensating controllers", *Control Engineering Practice*; 9(11): 1195-1208.
- [25] Kaya, I., 2004, "IMC based automatic tuning method for PID controllers in a Smith predictor configuration", *Computer and Chemical Engineering*, 28(3), 281-290.
- [26] M. Esmaeli, M. Shirvani, 2008, "A new method for time delay compensation in control systems", *IJCCE*, 27(4).
- [27] M. Esmaeli, M. Shirvani, "Exploiting distributed parameter process systems behaviors in frequency domain", *18th international congress of chemical and process engineering*, Chisa. Prauge Agust 2008.
- [28] Hägglund, T., 1996, "An industrial dead-time compensating PI controller", *Control Engineering Practice*, 4, 749-756.
- [29] Hang, C. C., Wang, Q. G., & Cao, L. S. 1995, "Self-tuning Smith predictors for processes with long dead time", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 9, 255-270.
- [30] Palmor, Z. J., & Blau, M. 1994, "An auto-tuner for Smith dead time compensator", *International Journal of Control*, 60(1), 117-135.
- [31] Benouarets, M., & Atherton, D. P. 1994. "Autotuning design methods for a Smith predictor control scheme", In UKACC International Conference on Control 94 (pp. 795-800).
- [4] Palmor, Z. 1980. "Stability Properties of Smith Dead-Time Compensator Controllers", *Int. J. Control*, 32, 212.
- [5] Palmor, Z. J. 1996. "The control handbook. Time delay compensation: Smith predictor and its modification", Boca Raton and London: CRC Press and IEEE Press.
- [6] Michiels, W., & Niculescu, S. I. 2003. "On the delay sensitivity of smith predictors", *International Journal of Systems Science*, 34 (8-9), 543-552.
- [7] Watanabe, K., and M. Ito. 1981, "A Process - Model Control for Linear Systems with Time-Delay", *IEEE Trans. Automat. Contr. AC - 26(6)*: 1261 – 1269.
- [8] Astrom, K., Hang, C. C., & Lim, B. C. 1994, "A New Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(2): 343-345.
- [9] Mataušek, M. R. and A. D. Micić. 1996, "A modified Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Trans. Automat. Control*; 41(8): 1196-1203.
- [10] Mataušek, M . R. and A. D. Micić. 1999, "On the Modified Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Dead-Time", *IEEE Trans. Automat. Cont.*, 44(8): 1603-1606.
- [11] Xiang , Lu., Yang,Y., Wang,Q and Zheng, W., 2005 "A Double Two - Degree - of -Freedom Control Scheme for Improved Control of Unstable Delay Processes", *Journal of Process Control*; 15(5): 605 - 614.
- [12] Hägglund, T. 1992, "A predictive PI Controller for Processes with Long Dead-Times", *IEEE Contr. Syst. Mag.*; 12(1): 57 - 60.
- [13] Normey-Rico, J. E., Bordons, C., & Camacho, E. F. 1997, "Improving the robustness of Dead-time compensating PI controllers. Control Engineering Practice"; 5(6): 801-810.
- [14] Majhi, S. and D. P. Atherton. 1999 "Modified Smith Predictor and Controller for Processes with Time-Delay", *IEE Proc. Control Theory Appl.*; 146(5): 359-366.
- [15] Kaya, I. and D. P. Atherton. 1999, "A new PI - PD Smith Predictor for Control of Processes with Long Dead-Time", in: *14th IFAC World Congress*, Vol. C: 283-288.
- [16] Normey-Rico, J. E., & Camacho, E. F. 1999, "Robustness effects of a prefilter in Smith predictor based generalized predictive controller", *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, 146, 179-185.



کنترل فیدبک خروجی فازی تطبیقی برای کلاسی از سیستم های چند ورودی چند خروجی غیرخطی و غیرقطعی

رضا شهنازی^۱، ناصر پریز^۲، علی وحیدیان کامیاد^۳

^۱ استادیار، دانشکده برق و ریاتیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شاهرود، shahnazi@ieee.org

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه فردوسی مشهد، n-pariz@um.ac.ir

^۳ استاد، دانشکده ریاضی، گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه فردوسی مشهد، avkamyad@yahoo.com

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۸/۹/۹، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۸/۱۱/۱)

چکیده: در این مقاله یک کنترل فیدبک خروجی فازی تطبیقی تعیب کننده مدل برای کلاسی از سیستم های غیرخطی و غیرقطعی چند ورودی چند خروجی پیشنهاد شده است. توابع برداری غیرخطی نامعلوم، توسط سیستم های فازی براساس خاصیت تقریب گری عمومی تقریب زده می شوند، که در آنها قسمتهای مقدم و تالی قوانین فازی توسط روش های تطبیقی تنظیم می شوند. این امر اطلاعات اولیه و تعداد قوانین فازی برای طراحی سیستم های فازی را به طور موثر کاهش می دهد. در بسیاری از مسائل کاربردی حالت های سیستم تحت کنترل در دسترس نمی باشند، کنترل کننده پیشنهادی نیازی به حالت های سیستم نداشته و آنها را توسط یک رویت گر تخمین می زند. برای مقابله با عدم قطعیت های ناشی از خطای تقریب فازی و اغتشاش های خارجی از یک ساختار مقاوم با بهره تطبیقی استفاده می گردد که به دلیل تطبیقی بودن بهره، نه تنها نیازی به دانستن کران این عدم قطعیت ها نیست بلکه پدیده چترینگ نیز به صورت کارآمد کاهش می یابد. تمامی قوانین تطبیقی از روش طراحی لیپانوف استخراج می شوند، در نتیجه پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته نیز تضمین می گردد. کنترل کننده پیشنهادی به سیستم آشوبی چن همراه با دینامیک غیرقطعی و همچنین اغتشاش های خارجی اعمال می شود. تحلیل شبیه سازیها کارایی کنترل کننده پیشنهادی را در مقایله با عدم قطعیتها با تضمین پایداری مجانبی نشان می دهد.

کلمات کلیدی: کنترل غیرخطی، تقریب گر فازی، کنترل تطبیقی، عدم قطعیت، اغتشاش های خارجی.

Observer-based Adaptive Fuzzy Control Scheme for a Class of MIMO Uncertain Nonlinear Systems

Reza Shahnazi, Naser Pariz, Ali Vahidian Kamyad

Abstract: An output feedback adaptive fuzzy model following controller is proposed for a class of MIMO nonlinear uncertain systems. The unknown nonlinear functions are approximated by fuzzy systems based on universal approximation theorem, where both the premise and the consequent parts of the fuzzy rules are tuned with adaptive schemes. Thus prior knowledge and the number of fuzzy rules for designing fuzzy systems are decreased effectively. In practical situations the states of the nonlinear systems are fully or partially not known, the proposed approach does not need the availability of the states and uses an observer to estimate the states. To cope with fuzzy approximation error and external disturbances an adaptive discontinuous structure is used to make the controller more robust, while due to adaptive mechanism attenuates chattering effectively. All the adaptive gains are derived via Lyapunov approach thus asymptotic stability of the closed-loop system is guaranteed. The approach is applied to stabilize the Chen's chaotic system with uncertain dynamics and amid significant disturbances. Analysis of simulations reveals the effectiveness of the proposed method in terms of coping well with the uncertainties while maintaining asymptotic convergence.

Keywords: Nonlinear control, Fuzzy approximator, Adaptive control, Uncertainty, External disturbances.

۱- مقدمه

کارهای انجام شده فوق برای سیستماتیک کردن کامل قوانین فازی با فرض در دسترس بودن کامل تماشی حالت های سیستم، بیان گردیده اند. همانطور که می دانیم فرض دانستن حالت ها در عمل یک فرض دور از واقعیت می باشد زیرا حالت ها یا قابل اندازه گیری نبوده و با سنسورها و ترانسدیوسرها بسیار پرهزینه می باشند. بنابراین باید با طراحی یک رؤیت گر حالت ها را تخمین زد. در این صورت چون تماشی مشخصه های خطای در دسترس نمی باشند روش های مرسوم کنترل تطبیقی را نمی توان برای مسائل ردبایی استفاده نمود. در این راستا و با طراحی رؤیت گرها کنترل کننده های فازی تطبیقی متنوعی ارائه شده اند که از جمله مهمترین آن ها می توان به [۱۱]-[۱۴] اشاره کرد. در [۱۱] لی و تانگ ترکیبی از روش های مستقیم و غیرمستقیم تطبیقی را برای یک کلاس از سیستم های غیرخطی درجه ردبایی مطلوب بدون نیاز به حالت ها را ارائه داده اند. در [۱۲] تانگ و همکاران یک کنترل کننده فازی تطبیقی بر اساس رؤیت گر برای کلاس مطرح شده در [۱۱] را پیشنهاد دادند که مشکل تکینی کنترل کننده های مرسوم را ندارد. هوا و همکاران در [۱۳] یک کنترل کننده فازی تطبیقی را برای یک کلاس از سیستم های آشوبی بدون عدم قطعیت مدل کردن و با فرض لیپ شیتر بودن قسمت غیرخطی ارائه داده اند. شهنازی و خالوزاده در [۱۴] برای کلاس [۱۳] با وجود اختشاش کراندار یک کنترل کننده تطبیقی پیشنهاد داده اند که نیازی به دانستن کران اختشاش ندارد اما شرط لیپ شیتر برای قسمت غیرخطی باید وجود داشته باشد.

در این مقاله، یک کنترل کننده فازی کاملاً تطبیقی برای کلاسی از سیستم های چند ورودی چند خروجی غیرخطی و غیرقطعی در حضور اختشاش های خارجی ناگهانی و نامعلوم ارائه می گردد. سیستم های غیرخطی مورد بحث در این مقاله کلاس وسیعتری از سیستم های مطرح شده در [۱۴] را در بر می گیرند که شرط لیپ شیتر را برای قسمتهای غیرخطی نیاز ندارند. کنترل کننده باید به گونه ای طراحی شود که سیستم تحت کنترل حالت های یک سیستم مطلوب را ردبایی نماید. کنترل پیشنهادی حالت های سیستم تحت کنترل را نیاز ندارد و آنها را توسط یک رؤیت گر تخمین می زند. توابع نامعلوم مدل توسط سیستم های فازی بر اساس قضیه تقریب گری عمومی به گونه ای که هم قسمت مقدم و هم قسمت تالی قوانین فازی تطبیقی گردد تقریب زده می شوند. بنابراین نیاز طراح به داشتن دانش نسبت به مدل و همچنین قوانین فازی کاهش می یابند. برای افزایش قوام از یک ساختار ناپیوسته تطبیقی استفاده می گردد، که به دلیل تطبیقی بودن باعث کاهش

کنترل سیستم های غیرخطی و غیرقطعی در طول دهه های گذشته در دو بعد تئوری و کاربردی مورد تحقیق و توسعه قرار گرفته و هنوز از مسائل چالش برانگیز و مهم دنیای کنترل می باشد. زیرا به دلیل حضور عدم قطعیت ها و تغییرات در پارامترها که در سیستم های واقعی و کاربردی اجتناب ناپذیر است روش های مرسوم کنترلی مانند خطی سازی فیدبکی پاسخگو نمی باشند [۱]-[۲].

بنابراین با ترکیب کنترل کننده های مقاوم، تطبیقی و منطق فازی روش هایی جهت طراحی کنترل کننده برای سیستم های غیرخطی با درجه بالای غیرخطیگری و عدم قطعیت ارائه گردید. در کنترل کننده های فازی تطبیقی ارائه شده [۳]-[۷]، بردار مراکز توابع تعلق خروجی قوانین فازی به عنوان پارامتر آزاد در نظر گرفته شده و توسط یک قانون تطبیق، تخمین زده می شوند. در حالی که توابع تعلق ورودی، باید با تشخیص طرح انتخاب شوند. این مسئله معمولاً باعث افزایش تعداد قواعد فازی گردیده و مانع از ایجاد یک کنترل کننده فازی تطبیقی کاملاً سیستماتیک می گردد. در [۸]-[۱۰] بر اساس بسط تبلور توابع پایه ای فازی روش هایی برای تعیین سیستماتیک توابع تعلق ورودی ارائه گردید. برای اولین بار هان و همکاران [۸] یک کنترل فازی تطبیقی مدلغزشی ارائه داده اند که پارامترهای توابع تعلق ورودی و خروجی به وسیله قواعد تطبیقی که از یک تابع لیپانوف استخراج می گردد، تخمین زده می شوند. ولی در روش آن ها پایداری مجانبی تضمین نشده و منجر به خطای حالت دائمی می گردد. اخیراً لین و هسو [۹] یک روش نوین طراحی کنترل فازی تطبیقی مدلغزشی برای کنترل یک سرو موتور به گونه ای ارائه داده اند که هم پارامترهای توابع تعلق ورودی و هم خروجی به وسیله قواعد تطبیقی که از یک تابع لیپانوف استخراج می گردد، تخمین زده می شوند و نیازی به تعیین آن ها توسط طراح نیست و همچنین به بهای داشتن کنترل ناپیوسته دارای پایداری مجانبی است. ولی روش آن ها فقط برای یک سیستم سرو موتور خاص قابل اجرا می باشد. شهنازی و همکاران [۱۰] یک روش کنترل نوین فازی تطبیقی مستقیم مدلغزشی را برای کلاسی از سرو موتورهای با جریان مستقیم و القابی ارائه داده اند که هم پارامترهای توابع تعلق ورودی و هم خروجی به وسیله قواعد تطبیقی که از یک تابع لیپانوف استخراج می گردد، تخمین زده می شوند و در آن از یک کنترل کننده تابعی-انتگرالی تطبیقی برای افزایش قوام که پایداری مجانبی را نیز تضمین می کند استفاده شده است.

فرض کنید $x_d = [x_{d_1}, \dots, x_{d_n}]^T$ حالت های کراندار مطلوب (به عبارت دیگر عدد مثبت $b_d > 0$ وجود دارد به گونه ای که $e = x - x_d = [e_1, \dots, e_n]^T$ ، $\|e\| \leq b_d$ و $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ تخمین حالت ها باشند. قرار می دهیم $\hat{e} = e - \hat{e}$ و $\hat{e} = \hat{x} - x_d$ ، $\hat{y} = [\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_p]^T = C\hat{x}$ هدف کنترلی عبارتست از تمامی سیگنال ها کراندار بوده و

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

باشد.

۲-۲- شبکه های تابع پایه ای فازی

یک سیستم فازی در اصل یک نگاشت از $V \subset \mathbb{R}^n$ به $U = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \subset \mathbb{R}^n$ می باشد [۱۵-۱۷]. هر سیستم فازی از یک فازی ساز، پایگاه قواعد فازی، موتور استنتاج فازی و غیر فازی ساز تشکیل شده است. پایگاه قواعد فازی شامل مجموعه ای از قوانین اگر-آنگاه فازی به صورت زیر می باشد:

$$R^{(l)} : \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^l \text{ THEN } y \text{ is } G^l, \quad l = 1, \dots, M \quad (5)$$

که $y \in V$ و $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in U$ به ترتیب ورودی و خروجی سیستم فازی می باشند. F_i^l و G^l مجموعه های فازی در V و U بوده و $l = 1, \dots, M$ تعداد قواعد اگر-آنگاه فازی در موتور استنتاج فازی بر اساس ترکیب قواعد اگر-آنگاه فازی در مجموعه پایگاه فازی در اصل نگاشتی از مجموعه های فازی در U به مجموعه های فازی در V می باشد. همچنین یک فازی ساز در اصل $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in U$ نگاشتی از یک بردار اعداد حقیقی به یک مجموعه فازی A_x در U بوده و غیر فازی ساز نگاشتی از یک مجموعه فازی B در V به یک عدد حقیقی y در V است. سیستم های فازی با پایگاه قوانین فازی (۵)، موتور استنتاج فازی ضربی (استلزم ممدادی و $t-norm$)، فازی ساز منفرد و غیر فازی ساز میانگین مرکز جرم را در نظر بگیرید. می توان نشان داد خروجی چنین سیستم فازی به صورت زیر می باشد:

$$\xi^T(x)W y = \frac{\sum_{l=1}^M W_l (\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i))}{\sum_{l=1}^M (\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i))} = \quad (6)$$

که در آن $W = [W_1, W_2, \dots, W_M]^T \in \mathbb{R}^M$ بردار مراکز توابع تعلق خروجی، F_i^l و G^l مجموعه های فازی متناظر با توابع تعلق (x_i) و $\xi(x) = [\xi_1(x), \xi_2(x), \dots, \xi_M(x)]^T \in \mathbb{R}^M$ و $\mu_{G^l}(y)$ بوده و بردار توابع پایه ای فازی به صورت زیر می باشد:

$$\xi_l(X) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^M (\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i))}, \quad l = 1, \dots, M \quad (7)$$

از آنجایی که در این مقاله هدف استفاده از سیستم های فازی برای تقریب توابع مورد نیاز می باشد، غیر فازی ساز را به صورت مجموع

چتربانگ به صورت مؤثر می گردد. در مورد اغتشاش های خارجی کنترل کننده پیشنهادی فقط فرض وجود یک کران برای اغتشاش را لازم دارد در حالی که دانستن مقدار این کران ضرورتی ندارد. این مقاله از این پس به صورت زیر ساختار بنده شده است: در قسمت ۲ به تعریف مسئله، بیان مفروضات و توصیف شبکه های تابع پایه ای فازی و قضیه تقریب گری عمومی می پردازیم. کنترل کننده پیشنهادی در قسمت ۳ ارائه گردیده و تحلیل پایداری مجانی آن در قسمت ۴ مورد بررسی قرار گرفته است. برای نشان دادن کارایی کنترل کننده پیشنهادی در قسمت ۵ آن را به سیستم آشوبی چن همراه با عدم قطعیت و اغتشاش های نامعلوم و ناگهانی اعمال می کنیم. در نهایت قسمت ۶ به نتیجه گیری و پیشنهادات می پردازد.

۲- تعریف مسئله، شبکه های تابع پایه ای فازی

۲-۱- تعریف مسئله

کلام سیستم های غیرخطی و غیر قطعی چند ورودی چند خروجی زیر را در نظر بگیرید،

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A(t))x(t) + B(f(x) + u + d(t, x)) \quad (1)$$

$$y = Cx$$

که $f(x) = [f_1(x), \dots, f_m(x)]^T$ بردار توابع غیرخطی و نامعلوم، $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ حالت های سیستم، $y = [y_1, \dots, y_m]^T \in \mathbb{R}^m$ و $u = [u_1, \dots, u_m]^T \in \mathbb{R}^m$ ترتیب بردار ورودی و خروجی می باشند. C و B ماتریس هایی با بعد مناسب هستند. $\Delta A(t)$ عدم قطعیت مربوط به تغییرات پارامتری بوده که شرایط سازگاری را برآورده می سازد. به عبارت دیگر تابع $\Delta A(t) = BE_A(t)$ چنان وجود دارد که $E_A(t)$ و B ماتریس هایی با بعد مناسب هستند. P عدم قطعیت مربوط به تغییرات پارامتری بوده که شرایط سازگاری را برآورده می سازد. به عبارت دیگر تابع $d(t, x) = [d_1(t, x), \dots, d_m(t, x)]^T$ نامعلوم است. مفروضات زیر را در نظر می گیریم:

فرض ۱. ماتریس L و ماتریس های مثبت معین P_1 و Q_1 چنان وجود دارند که:

$$P_1(A - LC) + (A - LC)^T P_1 = -Q_1 \quad (2)$$

$$B^T P_1 = C \quad (3)$$

از معادلات (۲) و (۳) مشخص می شود که ماتریس تبدیل $(A - LC, B, C)$ یک سیستم اکیداً حقیقی مثبت (SPR) را توصیف می کند.

فرض ۲. ماتریس K و ماتریس های مثبت معین P_2 و Q_2 چنان وجود دارند که:

$$P_2(A - BK) + (A - BK)^T P_2 = -Q_2 \quad (4)$$

از معادله (۴) می توان نتیجه گرفت که (A, B) کنترل پذیر است.

۳- قانون کنترل پیشنهادی

با توجه به شرط سازگاری برای $\Delta A(t)$ ، سیستم غیرخطی (۱) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bf(x) + BE_A(t)x(t) + Bu + Bd(t, x) \quad (11)$$

$$y = Cx.$$

$$\begin{aligned} \text{با نامگذاری داریم: } & \bar{d}(t, x) = E_A(t)x(t) + d(t, x) \\ & \dot{x}(t) = Ax(t) + B(f(x) + u + \bar{d}(t, x)) \\ & y = Cx. \end{aligned} \quad (12)$$

فرض ۳. در این اینجا فرض می شود که شبکه های تابع پایه ای فازی مانند معادله (۹) توانایی تقریب گری عمومی را در مجموعه فشرده U_x دارا می باشند، که U_x به اندازه کافی بزرگ بوده به گونه ای که حالت های سیستم از آن خارج شوند.

از تعریف مسئله، به دلیل کراندار بودن تابع برداری $E_A(t)$ و $d(t, x)$ و بر اساس فرض ۳، می توان نتیجه گرفت که تابع برداری $\bar{d}(t, x)$ کراندار می باشد، به عبارت دیگر عدد مثبت نامعلوم وجود دارد به طوریکه $\|\bar{d}(t, x)\| \leq \bar{D}$. از آنجایی که تابع برداری $f(x)$ نامعلوم است برای تخمین آن از m شبکه تابع پایه ای فازی با

پارامترهای آزاد \hat{W} , $\hat{\omega}$ و \hat{c} به صورت زیر استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} \hat{f}(x, \hat{W}, \hat{\omega}, \hat{c}) &= \left[\hat{f}_1(x, \hat{W}_1, \hat{\omega}_1, \hat{c}_1), \dots, \hat{f}_m(x, \hat{W}_m, \hat{\omega}_m, \hat{c}_m) \right] \\ &= \Phi(x, \hat{\omega}, \hat{c})\hat{W} \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن

$$\hat{W} = [\hat{W}_1^T, \dots, \hat{W}_m^T]^T \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Phi(x, \hat{\omega}, \hat{c}) &= \text{diag}[\xi_1^T(x, \hat{\omega}_1, \hat{c}_1), \dots, \xi_m^T(x, \hat{\omega}_m, \hat{c}_m)] \\ \hat{\omega}_i^T &= [\hat{\omega}_{i1}^T, \dots, \hat{\omega}_{iM}^T], \quad \hat{\omega} = [\hat{\omega}_1^T, \dots, \hat{\omega}_m^T]^T, \quad \hat{W}_i^T = [\hat{W}_{i1}, \dots, \hat{W}_{iM}] \\ \hat{c}_i^T &= [\hat{c}_{i1}^T, \dots, \hat{c}_{iM}^T], \quad \hat{c} = [\hat{c}_1^T, \dots, \hat{c}_m^T]^T, \quad \hat{\omega}_{il} = [\hat{\omega}_{il}^1, \dots, \hat{\omega}_{il}^n]^T \\ \xi_i^T &= [\xi_{i1}, \dots, \xi_{iM}], \quad \xi_i = [\xi_{i1}, \dots, \xi_{iM}], \quad \hat{c}_{il} = [\hat{c}_{il}^1, \dots, \hat{c}_{il}^n]^T \end{aligned}$$

تابع گوسی بوده و M تعداد قوانین فازی بر اساس (۵) برای هر مولفه $f(x)$ می باشد. فرض می کنیم که حالت های مطلوب از مدل مرجع زیر حاصل گردند:

$$\dot{x}_d = A_m x_d + B_m r \quad (15)$$

که در آن، x_d حالت های مطلوب، $r \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ سیگنال فرمان و کراندار و A_m, B_m ماتریس های معلوم با بعد مناسب می باشند. ماتریس های A_m, B_m, G و R باید به گونه ای انتخاب شوند که

$$\begin{aligned} A_m - A &= B(G - K) \\ B_m &= BR \end{aligned} \quad (16)$$

به عبارت دیگر باید ستون های ماتریس های $(A - BK)$ و $A_m - (A - BK)$ ترکیب خطی از ستون های ماتریس B باشند. از طرفی اگر

وزنی خروجی هر قانون در نظر می گیریم. بنابراین (۶) را به صورت زیر می توان نوشت [۱۵]-[۱۷]:

$$\xi_l(X) = \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i), \quad l = 1, \dots, M \quad (8)$$

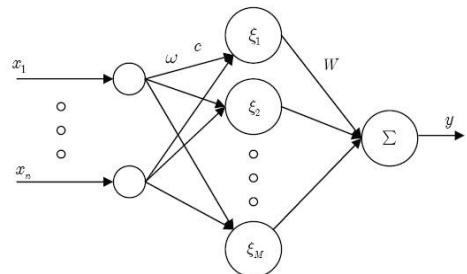
در این حالت شکل توابع تعلق ورودی را به صورت توابع گوسی به صورت زیر انتخاب می کنیم:

$$\mu_{F_i^l}(x_i) = e^{-\omega_i^{l2}(x_i - c_i^l)^2}$$

که در آن c_i^l و ω_i^l به ترتیب مرکز و معکوس پراکندگی توابع تعلق گوسی هستند. بنابراین ساختار این سیستم فازی (با غیر فازی می گویند) برابر (۱) را می توان به صورت ساختار شبکه تابع پایه ای فازی می گویند. بنابراین خروجی شبکه تابع پایه ای فازی نشان داده شده در شکل ۱ به صورت زیر می باشد:

$$y(X, c, \omega, W) = \xi^T(X, c, \omega)W \quad (9)$$

$$\begin{aligned} c &= [c_1^T, c_2^T, \dots, c_M^T]^T \in \mathbb{R}^{nM}, \quad X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n \\ \omega &= [\omega_1^T, \omega_2^T, \dots, \omega_M^T]^T \in \mathbb{R}^{nM}, \quad c_l = [c_l^1, c_l^2, \dots, c_l^n]^T \in \mathbb{R}^n \\ W &= [W_1, W_2, \dots, W_M]^T, \quad \omega_l = [\omega_l^1, \omega_l^2, \dots, \omega_l^n]^T \in \mathbb{R}^n \\ \xi_l &= e^{-\sum_{i=1}^n \omega_i^{l2}(x_i - c_i^l)^2} \quad \text{که} \quad \xi(X, c, \omega) = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]^T \end{aligned}$$



شکل ۱: شبکه تابع پایه ای فازی

قضیه اثبات شده زیر را در نظر می گیریم [۱۵]-[۱۷]:

قضیه ۱. (تقریب گری عمومی شبکه های تابع پایه ای فازی). برای هر تابع حقیقی پیوسته داده شده $g(X)$ تعریف شده بر $U \subset \mathbb{R}^n$ با U یک مجموعه فشرده و برای هر $\varepsilon > 0$ یک شبکه تابع پایه ای فازی $f^*(X) = \xi^T(X, c^*, \omega^*)W^*$ به صورت (۹) وجود دارد به نحوی که

$$\sup_{X \in U} |f^*(X) - g(X)| < \varepsilon \quad (10)$$

بدین معنی که شبکه های تابع پایه ای فازی به صورت (۹) حاصل تقریب گری عمومی دارند و می توانند هر تابع غیرخطی پیوسته را با هر میزان دقت تقریب بزنند.

بنابراین با استفاده از (۱۹) و با تعریف
 $\varepsilon_i = (\omega_i^{*T} \Lambda_i^T + c_i^{*T} \Omega_i^T) \tilde{W}_i + (\hat{e}^T \Gamma_i^T + h_i^T) W_i^* + \Delta_i$ را
 می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} f_i(x) - \hat{f}_i(\hat{x}, \hat{W}_i, \hat{\omega}_i, \hat{c}_i) \\ = (\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T) \tilde{W}_i \\ + (\tilde{\omega}_i^T \Lambda_i^T + \tilde{c}_i^T \Omega_i^T) \hat{W}_i + \varepsilon_i \end{aligned} \quad (۲۳)$$

از آنجایی که در (۲۳) هر جمله اسکالر است می توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} f_i(x) - \hat{f}_i(\hat{x}, \hat{W}_i, \hat{\omega}_i, \hat{c}_i) \\ = \hat{\xi}_i^T \tilde{W}_i - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T \tilde{W}_i - \hat{c}_i^T \Omega_i^T \tilde{W}_i \\ + \hat{W}_i^T \Lambda_i \tilde{\omega}_i + \hat{W}_i^T \Omega_i \tilde{c}_i + \varepsilon_i \end{aligned} \quad (۲۴)$$

بنابراین

$f(x) - \hat{f}(\hat{x}, \hat{W}, \hat{\omega}, \hat{c})$ (۲۵)
 $= (\Phi(\hat{x}, \hat{\omega}, \hat{c}) - \Theta_1) \tilde{W} + \Theta_2 \tilde{\omega} + \Theta_3 \tilde{c} + \varepsilon$
 که در آن $\Theta_1 = diag[\hat{\omega}_1^T \Lambda_1^T + \hat{c}_1^T \Omega_1^T, \dots, \hat{\omega}_m^T \Lambda_m^T + \hat{c}_m^T \Omega_m^T]$
 $, \Theta_3 = diag[\tilde{W}_1^T \Omega_1, \dots, \tilde{W}_m^T \Omega_m]$ ، $\Theta_2 = diag[\tilde{W}_1^T \Lambda_1, \dots, \tilde{W}_m^T \Lambda_m]$ و $\tilde{c} = c^* - \hat{c}$ ، $\tilde{\omega} = \omega^* - \hat{\omega}$ ، $\tilde{W} = W^* - \hat{W}$
 برای تخمین حالت ها از رویت گر زیر استفاده می کنیم:
 $\dot{\hat{x}}(t) = (A - BK)\hat{x}(t) + BGx_d$ (۲۶)
 $+ BRr + LC\tilde{e}$ ،

که در آن $\hat{x} \in U_{\hat{x}}$ تخمین x که $U_x \subset U_{\hat{x}}$ و L ماتریسی است
 که فرض ۱ را ارضا می نماید. با کم کردن (۲۶) از (۱۵) و استفاده از:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}} &= \dot{\hat{x}} - \dot{x}_d \\ &= (A - BK)\hat{x} + BGx_d - A_m x_d + LC\tilde{e}. \end{aligned}$$

با اضافه و کم کردن جمله $(A - BK)x_d$ به معادله بالا و استفاده از
 (۱۶) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}} &= (A - BK)\hat{e} \\ &+ \{(A - A_m) + B(G - K)\}x_d + LC\tilde{e} \quad (۲۷) \\ &= (A - B K)\hat{e} + LC\tilde{e}. \end{aligned}$$

قانون کنترلی زیر را پیشنهاد می کنیم:

$$\begin{aligned} u &= -K\hat{x} - \hat{f}(\hat{x}, \hat{W}, \hat{\omega}, \hat{c}) \\ &+ Gx_d + Rr - u_c - u_a, \end{aligned} \quad (۲۸)$$

که در آن u_c ساختار کنترل ریاست به فرم زیر می باشد:
 $u_c = [u_{c1}, \dots, u_{cm}]^T$ (۲۹)

ستون های ماتریس های B و B_m مستقل خطی باشند که در عمل به علت عدم وجود ورودی تکراری بدیهی است، می توان ماتریس های G و R را به صورت زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned} G &= (B^T B)^{-1} B^T (A_m - (A - BK)) \\ &= (B_m^T B)^{-1} B_m^T (A_m - (A - BK)) \end{aligned} \quad (۲۷)$$

$$R = (B^T B)^{-1} B^T B_m = (B_m^T B)^{-1} B_m^T B_m,$$

از طرفی حالت های سیستم (۱) در دسترس نبوده و ما فقط قادر به اندازه گیری خروجی هستیم. بنابراین به جای $\hat{f}(\hat{x}, \hat{W}, \hat{\omega}, \hat{c})$ از $\hat{f}(\hat{x}, \hat{W}, \hat{\omega}, \hat{c})$ استفاده می کنیم که همان سیستم فازی (۱۳) با تبدیل x به \hat{x} می باشد. برای تخمین حالت ها از یک روتی گر که در (۲۶) معرفی می شود استفاده می گردد. برای هر مولفه $f(x)$ می توان نوشت:

$$\begin{aligned} f_i(x) - \hat{f}_i(\hat{x}, \hat{W}_i, \hat{\omega}_i, \hat{c}_i) \\ = f_i(x, W_i^*, \omega_i^*, c_i^*) - \hat{f}_i(\hat{x}, \hat{W}_i, \hat{\omega}_i, \hat{c}_i) + \Delta_i \\ = \xi_i^T(x, \omega_i^*, c_i^*) W_i^* - \xi_i^T(\hat{x}, \hat{\omega}_i, \hat{c}_i) \hat{W}_i + \Delta_i \end{aligned}$$

که Δ_i خطای تخمین سیستم فازی می باشد. برای سادگی فرض می کنیم $\xi_i(\hat{x}, \hat{\omega}_i, \hat{c}_i) = \hat{\xi}_i$ و $\xi_i^*(x, \omega_i^*, c_i^*) = \xi_i^*$. حال با تعریف $\tilde{\xi}_i = \xi_i^* - \hat{\xi}_i$ و $\tilde{W}_i = W_i^* - \hat{W}_i$

$$\begin{aligned} f_i(x) - \hat{f}_i(\hat{x}, \hat{W}_i, \hat{\omega}_i, \hat{c}_i) \\ = (\tilde{\xi}_i + \hat{\xi}_i)^T(\tilde{W}_i + \hat{W}_i) - \hat{\xi}_i^T \hat{W}_i + \Delta_i \quad (۲۸) \\ = \tilde{\xi}_i^T \hat{W}_i + \hat{\xi}_i^T \tilde{W}_i + \tilde{\xi}_i^T \hat{W}_i + \Delta_i \end{aligned}$$

اگر بدارد توابع تعلق گویی بر اساس سری تیلور خطی شوند، آنگاه $\tilde{\xi}_i$ را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}_i &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_{i1}^*}{\partial \omega_i^*} \\ \frac{\partial \xi_{i2}^*}{\partial \omega_i^*} \\ \vdots \\ \frac{\partial \xi_{iM}^*}{\partial \omega_i^*} \end{bmatrix} \Big|_{\substack{\omega_i^* = \hat{\omega}_i \\ c_i^* = \hat{c}_i \\ x = \hat{x}}} \quad \tilde{\omega}_i + \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_{i1}^*}{\partial c_i^*} \\ \frac{\partial \xi_{i2}^*}{\partial c_i^*} \\ \vdots \\ \frac{\partial \xi_{iM}^*}{\partial c_i^*} \end{bmatrix} \Big|_{\substack{\omega_i^* = \hat{\omega}_i \\ c_i^* = \hat{c}_i \\ x = \hat{x}}} \quad \tilde{c}_i + \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_{i1}^*}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi_{i2}^*}{\partial x} \\ \vdots \\ \frac{\partial \xi_{iM}^*}{\partial x} \end{bmatrix} \Big|_{\substack{\omega_i^* = \hat{\omega}_i \\ c_i^* = \hat{c}_i \\ x = \hat{x}}} \quad \tilde{e} + h_i \\ &= \Lambda_i \tilde{\omega}_i + \Omega_i \tilde{c}_i + \Gamma_i \tilde{e} + h_i \end{aligned} \quad (۱۹)$$

که در آن $\tilde{\omega}_i = c_i^* - \hat{\omega}_i$ ، $\tilde{c}_i = \omega_i^* - \hat{\omega}_i$ و $\tilde{e} = \omega_i^* - \hat{\omega}_i$ جملات مرتبه بالا را نشان می دهد. همچنین:

$$\frac{\partial \xi_{il}^*}{\partial \omega_i^*} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \frac{\partial \xi_{il}^*}{\partial \omega_{i1}^{**}} & \frac{\partial \xi_{il}^*}{\partial \omega_{i2}^{**}} & \dots & \frac{\partial \xi_{il}^*}{\partial \omega_{il}^{**}} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{(l-1) \times n} \quad (۲۰)$$

$$\frac{\partial \xi_{il}^*}{\partial c_i^*} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \frac{\partial \xi_{il}^*}{\partial c_{i1}^{**}} & \frac{\partial \xi_{il}^*}{\partial c_{i2}^{**}} & \dots & \frac{\partial \xi_{il}^*}{\partial c_{il}^{**}} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{(l-1) \times n} \quad (۲۱)$$

$$\frac{\partial \xi_{il}^*}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_{il}^*}{\partial x_1} & \frac{\partial \xi_{il}^*}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial \xi_{il}^*}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{(M-l) \times n} \quad (۲۲)$$

$$\begin{aligned} \|\hat{c}_i\| &\leq m_{c_i}, \|\hat{\omega}_i\| \leq m_{\omega_i}, \|\hat{W}_i\| \leq m_{W_i} \quad \text{و} \\ \|\tilde{\omega}_i\| &\leq 2m_{\omega_i}, \|\tilde{W}_i\| \leq 2m_{W_i} \quad \text{همچنین} \quad \left| \hat{\mathfrak{R}}_i \right| \leq m_{\mathfrak{R}_i} \\ \left| \hat{\mathfrak{R}}_i \right| &\leq 2m_{\mathfrak{R}_i} \quad \text{و} \quad \|\tilde{c}_i\| \leq 2m_{c_i} \\ \text{اثبات.} \quad \text{ضمیمه الف را ملاحظه کنید.} \end{aligned}$$

به طوریکه

$$u_{ci} = \text{sgn}(y_i - \hat{y}_i) \hat{\mathfrak{R}}_i \quad (30)$$

که $\hat{\mathfrak{R}}_i \in \mathbb{R}$ یک عدد ثابت مثبت نامشخص می باشد و باید به صورت مناسب تنظیم شود، و

$$u_a = L^T P_2 \hat{c}. \quad (31)$$

دینامیک خطای رویت گر با استفاده از (۱۲)، (۲۵) و (۲۶) به صورت زیر می تواند نوشته شود:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}} &= \dot{e} - \hat{e} \\ &= (A - LC)\tilde{e} + B(\Phi(\hat{x}, \hat{\omega}, \hat{c}) - \Theta_1)\tilde{W} + B\Theta_2\tilde{\omega} \\ &\quad + B\Theta_3\tilde{c} + B\bar{d}(t, x) - Bu_c - Bu_a + B\varepsilon \end{aligned} \quad (32)$$

فرض ۴. مجموعه های فشرده وجود دارند به طوریکه بردارهای پارامتر ایده ال ω_i^* ، W_i^* و c_i^* متعلق به آنها هستند، یعنی:
 $U_{W_i} = \{W_i \in \mathbb{R}^M \mid \|W_i\| \leq m_{W_i}\}$ ، $U_{\omega_i} = \{\omega_i \in \mathbb{R}^{nM} \mid \|\omega_i\| \leq m_{\omega_i}\}$
 $U_{c_i} = \{c_i \in \mathbb{R}^{nM} \mid \|c_i\| \leq m_{c_i}\}$ ، $U_{\mathfrak{R}_i} = \{\mathfrak{R}_i \in \mathbb{R} \mid |\mathfrak{R}_i| \leq m_{\mathfrak{R}_i}\}$ ،
که شعاع های m_{W_i} ، m_{c_i} و $m_{\mathfrak{R}_i}$ اعداد حقیقی مثبت می باشند که توسط طراح مشخص می شوند. همچنین

$$(W_i^*, \omega_i^*, c_i^*) = \arg \min_{W_i \in U_{W_i}, \omega_i \in U_{\omega_i}, c_i \in U_{c_i}} \left[\sup_{x \in U_x, \hat{x} \in U_{\hat{x}}} |f_i(x) - \hat{f}_i(\hat{x}, \hat{W}_i, \hat{\omega}_i, \hat{c}_i)| \right],$$

$$\mathfrak{R}_i^* = \mathfrak{R}_i$$

و \mathfrak{R}_i^* یک عدد مثبت نامشخص می باشد که در (۳۹) تعریف می گردد. لم زیر قوانین تطبیق را بیان می کند:

لم ۱. قوانین تطبیق زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{\hat{W}}_i = \begin{cases} \gamma_{1i}(\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T(y_i - \hat{y}_i), \|\hat{W}_i\| < m_{W_i} \quad \text{or} \quad \|\hat{W}_i\| = m_{W_i} \\ \quad \text{and} \quad (\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)\hat{W}_i(y_i - \hat{y}_i) \leq 0) \\ \Pr(\gamma_{1i}(\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T(y_i - \hat{y}_i)), \|\hat{W}_i\| = m_{W_i} \\ \quad \text{and} \quad (\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)\hat{W}_i(y_i - \hat{y}_i) > 0, \end{cases} \quad (33)$$

$$\dot{\hat{\omega}}_i = \begin{cases} \gamma_{2i}(\hat{W}_i^T \Lambda_i)^T(y_i - \hat{y}_i), \|\hat{\omega}_i\| < m_{\omega_i} \quad \text{or} \quad \|\hat{\omega}_i\| = m_{\omega_i} \\ \quad \text{and} \quad (\hat{W}_i^T \Lambda_i)\hat{\omega}_i(y_i - \hat{y}_i) \leq 0) \\ \Pr(\gamma_{2i}(\hat{W}_i^T \Lambda_i)^T(y_i - \hat{y}_i)), \|\hat{\omega}_i\| = m_{\omega_i} \\ \quad \text{and} \quad (\hat{W}_i^T \Lambda_i)\hat{\omega}_i(y_i - \hat{y}_i) > 0, \end{cases} \quad (34)$$

$$\dot{\hat{c}}_i = \begin{cases} \gamma_{3i}(\hat{W}_i^T \Omega_i)^T(y_i - \hat{y}_i), \|\hat{c}_i\| < m_{c_i} \quad \text{or} \quad \|\hat{c}_i\| = m_{c_i} \\ \quad \text{and} \quad (\hat{W}_i^T \Omega_i)\hat{c}_i(y_i - \hat{y}_i) \leq 0) \\ \Pr(\gamma_{3i}(\hat{W}_i^T \Omega_i)^T(y_i - \hat{y}_i)), \|\hat{c}_i\| = m_{c_i} \\ \quad \text{and} \quad (\hat{W}_i^T \Omega_i)\hat{c}_i(y_i - \hat{y}_i) > 0, \end{cases} \quad (35)$$

$$\dot{\hat{\mathfrak{R}}}_i = \begin{cases} \gamma_{4i}|y_i - \hat{y}_i|, |\hat{\mathfrak{R}}_i| < m_{\mathfrak{R}_i} \quad \text{or} \quad |\hat{\mathfrak{R}}_i| = m_{\mathfrak{R}_i} \quad \text{and} \quad \hat{\mathfrak{R}}_i \leq 0) \\ \Pr(\gamma_{4i}|y_i - \hat{y}_i|), |\hat{\mathfrak{R}}_i| = m_{\mathfrak{R}_i} \quad \text{and} \quad \hat{\mathfrak{R}}_i > 0, \end{cases} \quad (36)$$

که γ_{ji} اعداد ثابت مثبت بوده و اپراتور $(.)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\lambda = \Pr(\Gamma \Theta \varpi) = \Gamma \Theta \varpi - \Gamma \frac{\lambda \lambda^T}{\lambda^T \Gamma \lambda} \Gamma \Theta \varpi \quad (37)$$

حال از (۱۹) و لم ۱ داریم:

$$\begin{aligned} \|h_i^T + \tilde{e}^T \Gamma_i^T\| &= \|\tilde{\xi}_i^T - \tilde{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \tilde{c}_i^T \Omega_i^T\| \\ &\leq \|\tilde{\xi}_i^T\| + \|\tilde{\omega}_i^T\| \|\Lambda_i^T\| + \|\tilde{c}_i^T\| \|\Omega_i^T\| \\ &\leq \ell_1 + \ell_2 \|\tilde{\omega}_i\| + \ell_3 \|\tilde{c}_i\| \\ &\leq \ell_1 + 2\ell_2 m_{\omega_i} + 2\ell_3 m_{c_i} \\ &= \ell_4, \end{aligned} \quad (38)$$

که در بالا ℓ_1 ، ℓ_2 و ℓ_3 ثوابت مثبت بوده و وجود آن ها به علت کراندار بودن توابع پایه ای فازی یعنی کراندار بودن توابع گوسی و فرض ۴ تضمین می شود. همچنین ℓ_4 نیز یک عدد مثبت بوده و نامساوی آخر با استفاده از لم ۱ نوشته شده است. با استفاده از (۲۳)، لم ۱ و قضیه ۱ داریم:

$$\begin{aligned} |\varepsilon_i| &= |(\omega_i^{*T} \Lambda_i^T + c_i^{*T} \Omega_i^T)\tilde{W}_i + (\tilde{e}^T \Gamma_i^T + h_i^T)W_i^* + \Delta_i| \\ &\leq \|\omega_i^*\| \|\Lambda_i\| \|\tilde{W}_i\| + \|c_i^*\| \|\Omega_i\| \|\tilde{W}_i\| + \|W_i^*\| \ell_4 + |\Delta_i| \\ &\leq \ell_2 \|\omega_i^*\| \|\tilde{W}_i\| + \ell_3 \|c_i^*\| \|\tilde{W}_i\| + \|W_i^*\| \ell_4 + b_{\Delta_i} \\ &\leq 2\ell_2 m_{\omega_i} m_{W_i} + 2\ell_3 m_{c_i} m_{W_i} + \ell_4 m_{W_i} + b_{\Delta_i} \\ &\triangleq b_{\varepsilon_i}, \end{aligned} \quad (39)$$

که در آن b_{ε_i} اعداد مثبت نامشخص می باشند.

۴- تحلیل پایداری

در اینجا برای تحلیل پایداری مجانبی قضیه زیر را بیان و اثبات می کنیم:

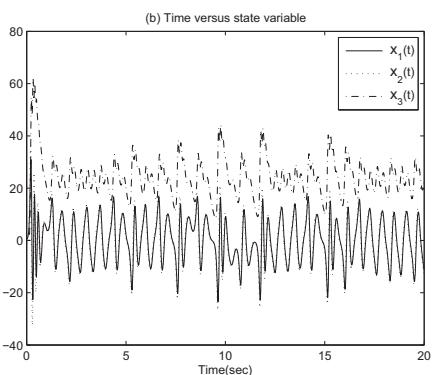
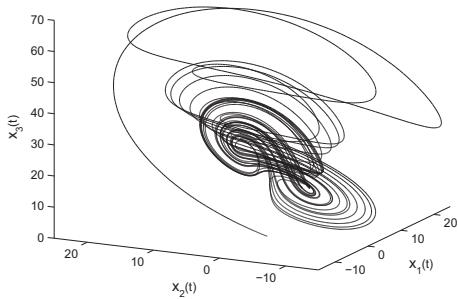
قضیه ۲. سیستم غیرخطی (۱) با مفروضات ۱ تا ۴ و قانون کنترلی (۲۱) را در نظر بگیرید. تمامی سیگنال ها در سیستم حلقه بسته کراندار بوده و خطای ردیابی به صورت مجانبی صفر می گردد اگر قوانین تطبیق (۳۳)-(۳۶) برآورده شوند.

اثبات. ضمیمه ب را ملاحظه کنید.

ملاحظه ۱. لازم به ذکر است که در کنترل کننده فازی پیشنهادی پایداری از نوع نیمه-فراگیر است. زیرا همانطور که در قضیه ۱ بیان شد، سیستم های فازی توانایی تقریب گری عمومی توابع پیوسته با دامنه مجموعه فشرده معلوم U_x را دارا می باشند. بنابراین نتایج پایداری بیان شده تا زمانی که حالت های سیستم در U_x باشد معین است. در مقایلات برای تضمین باقی ماندن حالت های سیستم در U_x برای تمام $t \geq 0$ ، معمولاً مجموعه U_x به حد کافی بزرگ اختیار می شود. اما

پارامترهای $\gamma_{4i} = 100$ و $\gamma_{2i} = \gamma_{3i} = 100$ و $i = 1, 2$ ، $\gamma_{1i} = 300$.
 $M = 5$ تعداد قوانین فازی برای هر مولفه $f(x)$ ، انتخاب می شوند.
 شرایط اولیه سیستم $x(0) = [0.5, 0.5, -1]^T$ و رویت گر $\hat{x}(0) = [1, 1, 1]^T$ در نظر گرفته می شوند. شرایط اولیه میانگین و معکوس پراکندگی توابع تعلق ورودی به صورت $c_i(0) = [-1.2, -1, -0.8, \dots, 1.4]_{15 \times 1}$ ، $i = 1, 2$ با $c(0) = [c_1(0), c_2(0)]^T$ و $\omega_i(0) = [0.1, \dots, 0.1]_{15 \times 1}$ ، $i = 1, 2$ با $\omega(0) = [\omega_1(0), \omega_2(0)]^T$ انتخاب می شوند. همچنین شرایط اولیه وزن های شبکه تابع پایه ای فازی به صورت تصادفی در بازه $[0, 1]$ اختیار می گردند و $\hat{R}_i(0) = 0$ ، $i = 1, 2$ در نظر گرفته می شود.

(a) Chaotic attractors generated by the Chen system



شکل ۲: جاذب های آشوبی برای سیستم چن (a) در فضای فاز $x_1 - x_2 - x_3$ (b) حالت ها بر حسب زمان

بدون از دست دادن عمومیت فرض می کنیم $d_1(t, x) = 5 + 2e^{-t} \cos 2t$ که در لحظه $t = 10$ ثانیه و $d_2(t, x) = 20 + 3e^{-2t} \sin t$ در لحظه $t = 15$ ثانیه اعمال می گرددند. باید به این نکته توجه کرد که هم اغتشاش و هم زمانی که به وقوع می بیوند نامعلوم است. کنترل کننده پیشنهادی مورد استفاده قرار گرفته می شود. شکل ۳ حالت های سیستم در برابر حالت های سیستم مطلوب

باید توجه داشت که انتخاب U_x به اندازه ناکافی بزرگ باعث افزایش تعداد قوانین فازی می گردد و آن نیز پیچیدگی پیاده سازی را باعث می گردد. اما در کنترل کننده پیشنهادی به دلیل تطبیق کامل، تعداد قوانین فازی به مجموعه فشرده U_x وابسته نیست، بنابراین می توان یک مجموعه U_x بسیار بزرگ را برای تضمین پایداری نیمه-فراگیر استفاده نمود.

ملاحظه ۲. در جهت حذف چترینگ کنترل ناپیوسته $\text{sat}(y_i - \hat{y}_i / r)$ را می توان با تابع پیوسته: $\text{sgn}(y_i - \hat{y}_i)$ ، $y_i - \hat{y}_i / (|y_i - \hat{y}_i| + r)$ ، $\tan^{-1}(y_i - \hat{y}_i / r)$ ، $\tanh(y_i - \hat{y}_i / r)$ و $(|y_i - \hat{y}_i| + r)e^{-qt}$ با r و q ثوابت مثبت جایگزین نمود. چهار تابع اول چترینگ را به بهای داشتن خطای حالت دائمی کاملاً حذف می کنند که متناسب با r می باشد. اما از آنجایی که تابع نهایی یک لایه مرزی کاهشی re^{-qt} را شامل می گردد توانایی آن در حذف چترینگ و تضمین پایداری مجانبی اثبات گردیده است [۱۸].

۵-مثال شبیه سازی

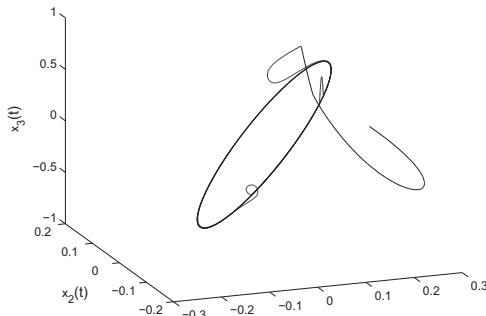
در اینجا کنترل کننده پیشنهادی به سیستم آشوبی چن (Chen) به عنوان یک سیستم غیرخطی و غیرقطعی *MIMO* اعمال می گردد. سیستم آشوبی چن یک سیستم غیرخطی و غیرقطعی به فرم زیر می باشد:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -35 & 35 & 0 \\ -7 & 28 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad f(x) = \begin{bmatrix} -x_1 x_3 \\ x_1 x_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Delta A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.8 \sin 2t & 1 + 0.3 \sin 2t & 0 \\ -1 + 0.5 \cos t & 0 & 0.4 \end{bmatrix} \quad (40) \end{aligned}$$

که در آن $u(t) = [u_1(t), u_2(t)]^T$ سیگنال کنترلی بوده و $d(t) = [d_1(t), d_2(t)]^T$ اغتشاش کراندار که کران آن نیز نامعلوم می باشد. مسیر سیستم آشوبی چن با شرایط اولیه $u(t) = d(t) = 0$ و $x(0) = [0.5, 0.5, -1]^T$ در شکل ۲ نشان داده شده است.

پارامترهای G, P_1, P_2, R, K و L به صورت زیر انتخاب می شوند:

$$\begin{aligned} K &= \begin{bmatrix} -5.6656 & 47.7588 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4641 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1.3344 & 16.7588 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4641 \end{bmatrix}, \quad R = \text{diag}[1, 1], \\ P_1 &= I_{3 \times 3}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0.0145 & 0.0085 & 0 \\ 0.0085 & 0.0412 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1632 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 28.3599 & 47.6967 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1632 \end{bmatrix}^T \quad (41) \end{aligned}$$



شکل ۶: حالت های سیستم در فضای فاز

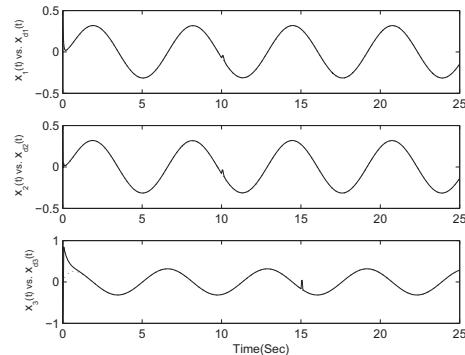
۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله با ترکیب سیستم های فازی به عنوان تقریب گرهای عمومی و روش های کنترل تطبیقی یک کنترل کننده مقاوم برای سیستم های غیرخطی و غیرقطعی با تغییرات پارامتری و اختشاش های خارجی نامعلوم و ناگهانی ارائه گردید. معمولاً فقط پارامترهای تالی قوانین فازی تطبیق می شوند در حالی که در این مقاله هم پارامترهای مقدم و هم تالی قوانین فازی تطبیق شده که یک کنترل کننده کاملاً سیستماتیک را ارائه داده و قوانین فازی مورد نیاز را کاهش می دهد. برای افزایش قوام از یک کنترل کننده ناپیوسته با بهره تطبیقی استفاده گردید که به دلیل تطبیقی بودن، پذیده چترینگ را به صورت مؤثر کاهش می دهد. روش پیشنهادی نیازی به کران اختشاش نداشته و وجود یک کران برای اثبات پایداری کفایت می کند. تمامی قوانین تطبیقی از روش طراحی لیپانوف استخراج شدند، بنابراین پایداری مجانبی حلقه بسته تضمین گردید.

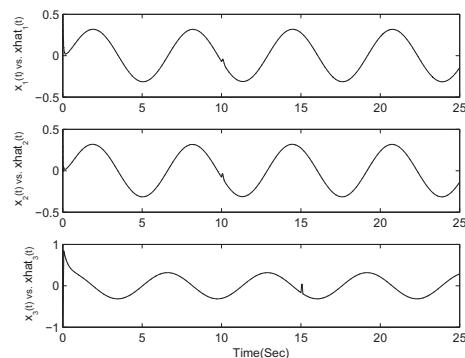
مراجع

- [1] J. J. Slotine and W. Li. *Applied nonlinear control*. Prentice-Hall, Inc., 1991.
- [2] H. K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall Inc., second edition, 1996.
- [3] L. X. Wang “Stable adaptive fuzzy controllers with application to inverted pendulum tracking,” *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 26, No. 5, 1996.
- [4] R. Shahnazi and M. R. Akbarzadeh T., “PI adaptive fuzzy control with large and fast disturbance rejection for a class of uncertain nonlinear systems,” *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 16, no. 1, February 2008.
- [5] M. R. Akbarzadeh T. and R. Shahnazi, “Direct adaptive fuzzy PI sliding mode control of systems with unknown but bounded disturbances,” *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, vol. 3, no. 2, pp. 33-51, 2006.

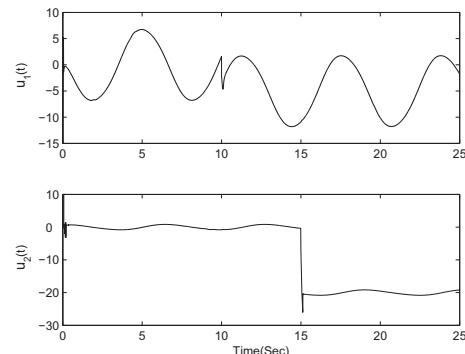
را نشان می دهد. حالت های تخمینی در برابر حالت های سیستم واقعی در شکل ۴ نشان داده شده اند. شکل ۵ سیگنال کنترلی و در نهایت شکل ۶ حالت های سیستم در فضای فاز را نمایش می دهد. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که ردیابی مطلوب با عملکرد موثر در مقابله با عدم قطعیت در مدل و حالت ها و اختشاش های خارجی ناگهانی و بزرگ بدست آمده است.



شکل ۳: حالت های سیستم (—) در برابر حالت های سیستم مطلوب (—)



شکل ۴: حالت های سیستم (—) در برابر حالت های تخمینی (—)



شکل ۵: سیگنال های کنترلی

- systems,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 156, pp. 285–299, July 2005.
- [13] C. Hua, X. Guan, X. Li, and P. Shi, “Adaptive observer-based control for a class of chaotic systems,” *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 22, Issue: 1, October 2004.
- [14] R. Shahnazi and H. Khaloozadeh, “Output feedback control with disturbance rejection of a class of nonlinear MIMO systems,” *Automatic Control and Computer Sciences*, vol. 52, no. 3, pp. 138–144, 2008.
- [15] L. X. Wang, “Fuzzy system are universal approximates,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Fuzzy System*, San Diego, pp. 1163–1170, 1992.
- [16] L. X. Wang, *Adaptive fuzzy systems and control: design and stability analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ., 1994.
- [17] L. X. Wang and J. M. Mendel, “Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning,” *IEEE Trans. Neural Network*, vol. 3, no. 5, pp. 807–814, Sep. 1992.
- [18] M. S. Chen, Y. R. Hwang, and M. Tomizuka “A state-dependent boundary layer design for sliding mode control,” *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 47, no. 10, pp. 1677–1681, 2002.
- [6] K. C. Chiou and S. J. Huang, “An adaptive fuzzy controller for robot manipulators,” *Mechatronics*, vol. 15, no. 2, pp. 151–177, 2005.
- [7] R. J. Wai, C. M. Lin, and C. F. Hsu, “Adaptive fuzzy sliding-mode control for electrical servo drive,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 143, pp. 295–310, 2004.
- [8] H. Han, C. Y. Su, and Y. Stepanenko, “Adaptive control of a class of nonlinear systems with nonlinearly parameterized fuzzy approximators,” *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 2, April 2001.
- [9] C. M. Lin and C. F. Hsu, “Adaptive fuzzy sliding mode control for induction servomotor systems,” *IEEE Trans. Energy Conversion*, no. 2, vol. 19, June 2004.
- [10] R. Shahnazi, H. Shanechi, and N. Pariz, “Position control of induction and DC servomotors: A novel adaptive fuzzy PI sliding mode control,” *IEEE Trans. Energy Conversion*, vol. 21, no. 1, March 2008.
- [11] H. X. Li and S. Tong, “A hybrid adaptive fuzzy control for a class of nonlinear MIMO systems,” *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 11, no. 1, February 2003.
- [12] S. Tong, B. Chen, and Y. Wang, “Fuzzy adaptive output feedback control for MIMO nonlinear

ضمایم

ضمیمه الف. اثبات لم ۱

بر اساس (۳۳)–(۳۶) به راحتی می توان طبق بحثی که در [۱۴] انجام شد $\tilde{\mathcal{R}}_i$ را ثابت کرد.
همچنین با استفاده از نامساوی مثلث داریم $|\tilde{\mathcal{R}}_i| \leq 2m_{\mathcal{R}_i}$ و $|\tilde{c}_i| \leq 2m_{c_i}$ ، $|\tilde{\omega}_i| \leq 2m_{\omega_i}$ ، $|\tilde{W}_i| \leq 2m_{W_i}$ ،
در اینجا اثبات تکمیل می شود. $|\mathcal{R}_i^*| \leq m_{\mathcal{R}_i}$ و $\|c_i^*\| \leq m_{c_i}$ ، $\|W_i^*\| \leq m_{W_i}$ $\|\omega_i^*\| \leq m_{\omega_i}$

ضمیمه ب. اثبات قضیه ۲

تابع زیر را به عنوان کاندید تابع لیاپانوف در نظر می گیریم:

$$V = \frac{1}{2}\tilde{e}^T P_1 \tilde{e} + \frac{1}{2}\hat{e}^T P_2 \hat{e} + \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{1}{2\gamma_{1i}} \tilde{W}_i^T \tilde{W}_i + \frac{1}{2\gamma_{2i}} \tilde{\omega}_i^T \tilde{\omega}_i + \frac{1}{2\gamma_{3i}} \tilde{c}_i^T \tilde{c}_i + \frac{1}{2\gamma_{4i}} \tilde{\mathcal{R}}_i^2 \right\} \quad (۱-۲)$$

با استفاده از مفروضات ۱ و ۲، مشتق (۱-۲) را در راستای سیستم (۲۷) و (۳۲) می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2}\dot{\tilde{e}}^T P_1 \tilde{e} + \frac{1}{2}\tilde{e}^T P_1 \dot{\tilde{e}} + \frac{1}{2}\dot{\hat{e}}^T P_2 \hat{e} + \frac{1}{2}\hat{e}^T P_2 \dot{\hat{e}} - \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{1}{\gamma_{1i}} \tilde{W}_i^T \dot{\tilde{W}}_i + \frac{1}{\gamma_{2i}} \tilde{\omega}_i^T \dot{\tilde{\omega}}_i + \frac{1}{\gamma_{3i}} \tilde{c}_i^T \dot{\tilde{c}}_i + \frac{1}{\gamma_{4i}} \tilde{\mathcal{R}}_i \dot{\tilde{\mathcal{R}}}_i \right\} \\ &= \frac{1}{2}\tilde{e}^T [(A - LC)^T P_1 + P_1(A - LC)]\tilde{e} + \frac{1}{2}\hat{e}^T [(A - BK)^T P_2 + P_2(A - BK)]\hat{e} + \tilde{e}^T P_1 B (\Phi(\hat{x}, \tilde{\omega}, \tilde{c}) - \Theta_1) \tilde{W} \\ &\quad + \tilde{e}^T P_1 B \Theta_2 \tilde{\omega} + \tilde{e}^T P_1 B \Theta_3 \tilde{c} - \tilde{e}^T P_1 B u_c - \tilde{e}^T P_1 B u_a + \tilde{e}^T P_1 B (\varepsilon + \bar{d}(t, x)) + \tilde{e}^T P_2 L C \tilde{e} \\ &\quad - \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{1}{\gamma_{1i}} \tilde{W}_i^T \dot{\tilde{W}}_i + \frac{1}{\gamma_{2i}} \tilde{\omega}_i^T \dot{\tilde{\omega}}_i + \frac{1}{\gamma_{3i}} \tilde{c}_i^T \dot{\tilde{c}}_i + \frac{1}{\gamma_{4i}} \tilde{\mathcal{R}}_i \dot{\tilde{\mathcal{R}}}_i \right\} \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{2}\tilde{e}^T Q_1 \tilde{e} - \frac{1}{2}\tilde{e}^T Q_2 \hat{e} + \tilde{W}^T (\Phi(\hat{x}, \hat{\omega}, \hat{e}) - \Theta_1)^T B^T P_1 \tilde{e} + \tilde{\omega}^T \Theta_2^T B^T P_1 \tilde{e} + \tilde{e}^T \Theta_3^T B^T P_1 \tilde{e} - \tilde{e}^T P_1 B u_a$$

$$- \tilde{e}^T P_1 B u_c + \tilde{e}^T P_1 B (\varepsilon + \bar{d}(t, x)) + \tilde{e}^T P_2 L C \tilde{e} - \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{1}{\gamma_{1i}} \tilde{W}_i^T \dot{\tilde{W}}_i + \frac{1}{\gamma_{2i}} \tilde{\omega}_i^T \dot{\tilde{\omega}}_i + \frac{1}{\gamma_{3i}} \tilde{c}_i^T \dot{\tilde{c}}_i + \frac{1}{\gamma_{4i}} \tilde{\Re}_i \dot{\tilde{\Re}}_i \right\}$$

با توجه به تساوی $y - \hat{y} = C\tilde{e} = B^T P_1 \tilde{e}$ و استفاده از (۲۵) و u_a در (۳۱) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2}\tilde{e}^T Q_1 \tilde{e} - \frac{1}{2}\tilde{e}^T Q_2 \hat{e} + \sum_{i=1}^m \tilde{W}_i^T \left[(\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T (y_i - \hat{y}_i) - \frac{1}{\gamma_{1i}} \dot{\tilde{W}}_i \right] \\ &\quad + \sum_{i=1}^m \tilde{\omega}_i^T \left[(\hat{W}_i^T \Lambda_i)^T (y_i - \hat{y}_i) - \frac{1}{\gamma_{2i}} \dot{\tilde{\omega}}_i \right] + \sum_{i=1}^m \tilde{c}_i^T \left[(\hat{W}_i^T \Omega_i)^T (y_i - \hat{y}_i) - \frac{1}{\gamma_{3i}} \dot{\tilde{c}}_i \right] \\ &\quad - \tilde{e}^T P_1 B u_c + \tilde{e}^T P_1 B (\varepsilon + \bar{d}(t, x)) - \sum_{i=1}^m \frac{1}{\gamma_{4i}} \tilde{\Re}_i \dot{\tilde{\Re}}_i. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{با توجه به (۳۹) داریم: } \tilde{e}^T P_1 B u_c &= \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i) u_{ci} = \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i) \operatorname{sgn}(y_i - \hat{y}_i) \tilde{\Re}_i = \sum_{i=1}^m |y_i - \hat{y}_i| \tilde{\Re}_i \\ \text{آنکه در } &\leq \sum_{i=1}^m |y_i - \hat{y}_i| |\varepsilon_i + \bar{d}_i(t, x)| \leq \sum_{i=1}^m |y_i - \hat{y}_i| \tilde{\Re}_i = \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i) (\varepsilon_i + \bar{d}_i(t, x)) \tilde{e}^T P_1 B (\varepsilon + \bar{d}(t, x)) \\ &\text{می باشد، بنابراین: } \tilde{\Re}_i = b_{\varepsilon_i} + \bar{D} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2}\tilde{e}^T Q_1 \tilde{e} - \frac{1}{2}\tilde{e}^T Q_2 \hat{e} + \sum_{i=1}^m \tilde{W}_i^T \left[(\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T (y_i - \hat{y}_i) - \frac{1}{\gamma_{1i}} \dot{\tilde{W}}_i \right] \\ &\quad + \sum_{i=1}^m \tilde{\omega}_i^T \left[(\hat{W}_i^T \Lambda_i)^T (y_i - \hat{y}_i) - \frac{1}{\gamma_{2i}} \dot{\tilde{\omega}}_i \right] + \sum_{i=1}^m \tilde{c}_i^T \left[(\hat{W}_i^T \Omega_i)^T (y_i - \hat{y}_i) - \frac{1}{\gamma_{3i}} \dot{\tilde{c}}_i \right] \\ &\quad - \sum_{i=1}^m |y_i - \hat{y}_i| \tilde{\Re}_i + \sum_{i=1}^m |y_i - \hat{y}_i| \tilde{\Re}_i - \sum_{i=1}^m \frac{1}{\gamma_{4i}} \tilde{\Re}_i \dot{\tilde{\Re}}_i \\ &= -\frac{1}{2}\tilde{e}^T Q_1 \tilde{e} - \frac{1}{2}\tilde{e}^T Q_2 \hat{e} + \sum_{i=1}^m \tilde{W}_i^T \left[(\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T (y_i - \hat{y}_i) - \frac{1}{\gamma_{1i}} \dot{\tilde{W}}_i \right] \\ &\quad + \sum_{i=1}^m \tilde{\omega}_i^T \left[(\hat{W}_i^T \Lambda_i)^T (y_i - \hat{y}_i) - \frac{1}{\gamma_{2i}} \dot{\tilde{\omega}}_i \right] + \sum_{i=1}^m \tilde{c}_i^T \left[(\hat{W}_i^T \Omega_i)^T (y_i - \hat{y}_i) - \frac{1}{\gamma_{3i}} \dot{\tilde{c}}_i \right] \\ &\quad + \sum_{i=1}^m \tilde{\Re}_i (|y_i - \hat{y}_i| - \frac{1}{\gamma_{4i}} \dot{\tilde{\Re}}_i). \end{aligned} \tag{۴-۲}$$

با توجه به (۳۳) داریم: $\|\hat{W}_i\| = m_{W_i}$ و $(\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T) \hat{W}_i (y_i - \hat{y}_i) \leq 0$ $\Rightarrow \|\hat{W}_i\| < m_{W_i}$ و $\|\hat{W}_i\| = m_{W_i}$

$$\cdot \sum_{i=1}^m \tilde{W}_i^T \left[(\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T (y_i - \hat{y}_i) - \frac{1}{\gamma_{1i}} \dot{\tilde{W}}_i \right] = 0 \text{ بنابراین } \dot{\tilde{W}}_i = \gamma_{1i} (\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T (y_i - \hat{y}_i)$$

حال اگر $(\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T) \hat{W}_i (y_i - \hat{y}_i) > 0$ و $\|\hat{W}_i\| = m_{W_i}$ داریم:

$$\gamma_{1i} (\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T (y_i - \hat{y}_i) - \gamma_{1i} \frac{\hat{W}_i \hat{W}_i^T}{\|\hat{W}_i\|^2} (\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T (y_i - \hat{y}_i) \dot{\tilde{W}}_i = \Pr(\gamma_{1i} (\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T (y_i - \hat{y}_i)) =$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \tilde{W}_i^T \left\{ (\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T (y_i - \hat{y}_i) - \frac{\dot{\tilde{W}}_i}{\gamma_{1i}} \right\} &= \tilde{W}_i^T \frac{\hat{W}_i \hat{W}_i^T}{\|\hat{W}_i\|^2} (\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T (y_i - \hat{y}_i) \\ &= \frac{\tilde{W}_i^T \hat{W}_i}{\|\hat{W}_i\|^2} \hat{W}_i^T (\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T (y_i - \hat{y}_i) \\ \tilde{W}_i^T \left\{ (\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T)^T (y_i - \hat{y}_i) - \frac{\|\hat{W}_i\|}{m_{W_i}} \right\} &\leq 0 \text{ زیرا } \tilde{W}_i^T \hat{W}_i \leq 0 \text{ و } \|\hat{W}_i\| = m_{W_i} \\ \text{از آنجایی که } &\text{ و } \|\hat{W}_i\| = m_{W_i} \text{ داریم: } (\hat{\xi}_i^T - \hat{\omega}_i^T \Lambda_i^T - \hat{c}_i^T \Omega_i^T) \hat{W}_i (y_i - \hat{y}_i) > 0 \end{aligned} \tag{۴-۳}$$

$$\begin{aligned} \int_0^t \Theta(\tau) d\tau &\leq V(\tilde{W}_i(0), \tilde{\omega}_i(0), \tilde{c}_i(0), \tilde{\mathcal{R}}_i(0)) \\ &- V(\tilde{W}_i(t), \tilde{\omega}_i(t), \tilde{c}_i(t), \tilde{\mathcal{R}}_i(t)) \end{aligned}$$

از آنجایی $V(\tilde{W}(0), \tilde{\omega}(0), \tilde{c}(0), \tilde{\mathcal{R}}_i(0))$ کراندار می باشد و
نیز غیرافزایشی و کراندار است می توان نتیجه گرفت:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \Theta(\tau) d\tau < \infty.$$

همچنین از (۲۷) و (۳۲) می توان نتیجه گرفت که $\dot{\Theta}(t)$ کراندار می باشد بنابراین با استفاده از لم باریالات، به راحتی می توان نشان داد که $\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = 0$. بنابراین داریم $\lim_{t \rightarrow \infty} \Theta(t) = 0$. پس $e = \hat{e} + \tilde{e} = 0$ و $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e} = 0$ و $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$

به صورت مشابه می توان مراحل فوق را برای قوانین تطبیق دیگر انجام داد، پس از آن (ب-۲) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \tilde{e}^T Q_1 \tilde{e} - \frac{1}{2} \hat{e}^T Q_2 \hat{e} \\ -E^T = [\tilde{e}^T, \hat{e}^T] \quad Q = diag[Q_1, Q_2] \quad \text{(ب-۵)} \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن (ب-۵) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} E^T QE \leq 0$$

از آنجایی که Q_1 و Q_2 ماتریس های مثبت معین هستند آنگاه $Q = diag[Q_1, Q_2]$ نیز مثبت معین است، پس یک ماتریس مثبت نیمه معین می باشد، به عبارت دیگر $V(\tilde{W}_i(t), \tilde{\omega}_i(t), \tilde{c}_i(t), \tilde{\mathcal{R}}_i(t)) \leq V(\tilde{W}_i(0), \tilde{\omega}_i(0), \tilde{c}_i(0), \tilde{\mathcal{R}}_i(0))$ با تعریف $\Theta(t) = \frac{1}{2} E^T QE \leq -\dot{V}$ و انتگرال گیری از آن نسبت به زمان:



Journal of Control

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers and the K.N. Toosi University of Technology, Vol. 3, No. 4, Winter 2009.

Publisher: Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Dr. Hamid Khaloozadeh, Dr. Alireza Fatehi

Executive Director: Dr. Hamid Khaloozadeh

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Dr. H. Khaloozadeh (Associate Prof.), , Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof.), Prof. S. K. Nikravesh, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Dr. H. Khaloozadeh, Dr. M. Tavakoli-Bina, Dr. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. R. Kazemi, Dr. R. Amjadifard, Dr. S.A. Mousavian, Dr. A.H. Markazi-Davaei, Prof. M. Haeri, Dr. K. Safari, Prof. H. Seifi, Dr. A. Kazemi, Dr. A. Fatehi, Dr. M.R. Akbarzadeh-Toutounchi, Dr. Mirabedini, Prof. R. Asgharian, Dr . A. Harounabadi, Prof. A. Vahidian-Kamyad, Dr. J. Heirani-Nobari, Dr. F. Jafar-Kazemi, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. P. Kaarim-Aghaee, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliari-Shourehdeli, Dr. M. Arvan.

The ISICE Board of Director:

A. Sheri-Moghadam, Dr. K. Masroori, Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Dr. F. Jafar-Kazemi, Dr. H. Khaloozadeh, A. Rastegari, A. Kiani, B. Tabatabaei-Yazdi

Address: Unit 241, 2nd floor, No.27, Mousavi Ave. Ferdowsi Sq. Enghelab St. Tehran, Iran.

P.O. Box: 15815-3595

Tel: (+9821) 88813002

Fax: (+9821) 88324979

<http://www.isice.ir>

A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control Engineers and the K.N. Toosi University of Technology
Vol. 3, No. 4, Winter 2010

Contents

Modeling and Experimental Identification of a Rotary Servo-Hydraulic System in Presence of Noise and Structural Uncertainties Mohammad Hasan Tofighi, Hadi Sazegar, Farid Najafi, Seyed Hossein Sadati	1
Higher Order Sliding Mode Control of Nonlinear Systems with Adaptive Switching Gain Ali Karami-Mollaee, Naser Pariz, Hasan Shanechi	11
Reduction of the Actuator Oscillations using Adaptive Control in a Damped Beam Model under a Follower Force Omid Kavianipour, Abdolmajid Khoshnood, Seyed Hossein Sadati, Ali Asghar Jafari	26
A Fault Estimation-based Approach to Active Fault Tolerant Controller Design Mahdi Pezeshkian, Mohammad Javad Khosrowjerdi	37
A New Approach to Bounded Real Lemma Representation for Linear Neutral Systems Ala Shariati, Hamid Reza Taghirad, Batoool Labibi	46
A New Method to Improve the Robustness of Smith Predictor against Model Error Mansoureh Esmaeili, Mansour Shirvani	58
Observer-based Adaptive Fuzzy Control Scheme for a Class of MIMO Uncertain Nonlinear Systems Reza Shahnazi, Naser Pariz, Ali Vahidian Kamyad	65