



نشریه علمی - پژوهشی
انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران - دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
جلد ۴، شماره ۴، زمستان ۱۳۸۹

فهرست مقالات

- | | |
|----|---|
| ۱ | کنترل توزیع شده کلاس خاصی از رفتارهای جمعی در شبکه های چند عاملی
شهرام نصرتی، مسعود شفیعی |
| ۱۴ | طراحی رؤیت گر نمایی برای سیستم های غیر خطی بر اساس معادله ریکاتی وابسته به حالت (SDRE)
حسین بیک زاده، حمیدرضا تقی راد |
| ۲۴ | طراحی یک رویکرد مود لغزشی جدید برای سیستم های خطی با ورودی ناشناخته و تاخیر زمانی
علی اشرف مدرس، حمیدرضا مؤمنی |
| ۳۲ | کنترل تطبیقی مدل - مرجع یک ماهواره بر انعطاف پذیر با جرم محموله سنگین
ایمان غفاری، عبدالمجید خوشنود، جعفر روشنی یان |
| ۳۹ | ارائه روشهایی جدید برای تعیین عمق بیهوشی
تکتم ذوقی، رضا بوستانی |
| ۵۱ | طراحی کنترل تطبیقی مقاوم به روش کلیدزنی با سرپرستی مبتنی بر نظریه فیدبک کمی و انتقال بدون پرش
امید نمکی شوشتری، علی خاکی صدیق |
| ۶۲ | کنترل لغزشی - تطبیقی سیستم فوق آشوب لورنز با در نظر گرفتن عدم قطعیت، اغتشاش، ورودی های کنترلی غیر خطی و ناشناخته بودن پارامترهای سیستم
علی ابویی، محمدرضا جاهد مطلق، محمدمهدی عارفی، زهرا رحمانی چراتی |



نشریه علمی- پژوهشی، انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران- دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی،

جلد ۴، شماره ۴، زمستان ۱۳۸۹

پست الکترونیکی: control@isice.ir

صاحب امتیاز: انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران

مدیر مسئول: پروفسور ایرج گودرزنیا

سر دبیر: پروفسور علی خاکی صدیق- تلفن: ۸۴۰۶۲۳۱۷- پست الکترونیکی: sedigh@kntu.ac.ir

آدرس محل کار: خیابان دکتر شریعتی، پل سیدخندان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

سمت: استاد دانشگاه

شورای سردبیری: پروفسور علی خاکی صدیق، دکتر حمید خالوزاده، دکتر علیرضا فاتحی

دبیر اجرایی: دکتر حمید خالوزاده

هیأت تحریریه:

پروفسور علی خاکی صدیق (استاد)- پروفسور ایرج گودرزنیا (استاد)- دکتر حمید خالوزاده (دانشیار) - پروفسور پرویز جبه دار مارالانی (استاد)- پروفسور علی غفاری (استاد)- دکتر حمیدرضا مومنی (دانشیار)- پروفسور سید کمال الدین نیکروش (استاد)- پروفسور مسعود شفیعی (استاد)- پروفسور بهزاد مشیری (استاد)

هیأت مشاوران:

دکتر حمیدرضا مومنی، پروفسور بهزاد مشیری، پروفسور مسعود شفیعی، پروفسور علی خاکی صدیق، پروفسور پرویز جبه دار مارالانی، پروفسور علی غفاری، دکتر حمید خالوزاده، دکتر حمیدرضا تقی راد، دکتر کیوان مسروری، دکتر محمدتقی بطحایی، دکتر محمدتقی بهشتی، دکتر فرزاد جعفر کاظمی، دکتر رویا امجدی فرد، دکتر سید علی اکبر موسویان، دکتر محمد تشنه لب، پروفسور محمد حایری، دکتر سید علی اکبر صفوی، پروفسور حسین سیفی، دکتر احد کاظمی، دکتر علیرضا فاتحی، دکتر محمدرضا اکبرزاده توتونچی، دکتر مسعود علی اکبر گلکار، دکتر ناصر پریز، دکتر مهرداد جوادی، دکتر جعفر حیرانی نوبری، پروفسور فرامرز حسین بابایی، دکتر بیژن معاونی، دکتر مهدی علیاری شوره دلی، دکتر محمد عاروان، دکتر محمد توکلی بینا.

هیأت مدیره انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق:

مهندس عباس شعری مقدم، پروفسور مسعود شفیعی، دکتر حمیدرضا مومنی، دکتر حمید خالوزاده، دکتر مهرداد جوادی، دکتر داود کریم زادگان، مهندس علی کیانی.

تهران، خیابان انقلاب، میدان فردوسی، خیابان عباس موسوی (فرصت)، پلاک ۷۱، طبقه دوم، اتاق ۲۴۱

فاکس: ۸۸۳۲۴۹۷۹

تلفن: ۸۸۱۳۰۰۲

صندوق پستی: ۱۵۸۱۵-۳۵۹۵

www.isice.ir

نشریه علمی- پژوهشی (ISC) کنترل وابسته به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" و "دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی" تنها نشریه تخصصی در زمینه مهندسی کنترل و ابزار دقیق است.

این مجله که بصورت فصلنامه منتشر می شود و تا کنون ۹ شماره آن به چاپ رسیده، با استقبال فراوان جامعه علمی دانشگاهی و مهندسان شاغل در صنایع گوناگون روبرو شده است و هم اکنون از مجلات منظم و پربار تخصصی در سطح علمی محسوب می گردد. تعداد مقالات دریافتی جهت بررسی و چاپ از دانشگاهها و مراکز علمی- پژوهشی سرتاسر کشور به خوبی نمایانگر این مدعا است. جایگاه این مجله در زمینه های مختلف علمی و فن آوری داخل کشور به خوبی توسط محققان و اندیشمندان این حوزه ها شناخته شده است و بدیهی است که چاپ به هنگام و با کیفیت بالای این مجله تخصصی می تواند گام بلندی در راستای توسعه پایدار علمی کشور باشد.

در یازدهمین جشنواره تجلیل از پژوهشگران و فناوران برتر که در تاریخ هفتم دی ماه ۱۳۸۹ برگزار گردید، مجله کنترل به عنوان نشریه علمی برتر در زمینه فنی و مهندسی معرفی شد. خداوند علیم و حکیم را برای دست یابی به این رتبه علمی با وجود تعداد زیادی مجله ی علمی و پژوهشی در حوزه فنی و مهندسی در داخل کشور، شکر گزاریم. بدیهی است که چاپ به هنگام و با کیفیت بالای این مجله تخصصی می تواند گام بلندی در راستای توسعه پایدار علمی کشور باشد.

از آنجا که این نشریه برای داوری و چاپ مقالات هزینه ای را از ارسال کنندگان مقالات دریافت نمی نماید، لذا برای حفظ کیفیت و روند رو به رشد آن نیاز به حمایت مالی دارد که در این خصوص موسسات و شرکتهای زیر از جمله حامیان این شماره مجله بوده اند که در اینجا از ایشان تشکر و قدردانی بعمل می آید.

یارگران این شماره

- شرکت پتروشیمی امیر کبیر
- شرکت پلیمر آریاساسول
- شرکت پتروشیمی لاله
- شرکت جابون
- شرکت پردیس
- شرکت سپهر انرژی
- شرکت فریم کو
- شرکت مهندسی سنس

فهرست مقالات

- ۱ کنترل توزیع شده کلاس خاصی از رفتارهای جمعی در شبکه های چند عاملی
شهرام نصرتی، مسعود شفیعی
- ۱۴ طراحی رؤیت گر نمایی برای سیستم های غیرخطی بر اساس معادله ریکاتی وابسته به حالت (SDRE)
حسین بیگ زاده، حمیدرضا تقی راد
- ۲۴ طراحی یک رویکرد مود لغزشی جدید برای سیستم های خطی با ورودی ناشناخته و تاخیر زمانی
علی اشرف مدرس، حمیدرضا مؤمنی
- ۳۲ کنترل تطبیقی مدل - مرجع یک ماهواره بر انعطاف پذیر با جرم محموله سنگین
ایمان غفاری، عبدالمجید خوشنود، جعفر روشنی یان
- ۳۹ ارائه روشهایی جدید برای تعیین عمق بیهوشی
تکتم ذوقی، رضا بوستانی
- ۵۱ طراحی کنترل تطبیقی مقاوم به روش کلیدزنی با سرپرستی مبتنی بر نظریه فیدبک کمی و انتقال بدون پرش
امید نمکی شوشتری، علی خاکی صدیق
- ۶۲ کنترل لغزشی - تطبیقی سیستم فوق آشوب لورنز با در نظر گرفتن عدم قطعیت، اغتشاش، ورودی های کنترلی غیرخطی و ناشناخته بودن پارامترهای سیستم
علی ابویی، محمدرضا جاهدمطلق، محمدمهدی عارفی، زهرا رحمانی چراتی

مجله کنترل، مجله ای علمی - پژوهشی است که در برگیرنده تازه ترین نتایج تحقیقات نظری و کاربردی در علوم مختلف مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق میباشد. مقالات ارسالی به مجله کنترل می بایست به زبان فارسی و دارای چکیده انگلیسی باشند. از میان مباحث مورد نظر این مجله میتوان به موارد زیر اشاره نمود:

- (۱) مدلسازی، شناسایی، شبیه سازی و بهینه سازی سیستمها.
- (۲) تحلیل و طراحی سیستم های کنترل پیشرفته همچون سیستم های کنترل خطی و غیرخطی، سیستمهای کنترل تطبیقی، کنترل مقاوم و کنترل بهینه، سیستمهای کنترل هوشمند، سیستمهای کنترل تصادفی، سیستمهای کنترل گسسته پیشامد و ترکیبی، سیستمهای ابعاد وسیع.
- (۳) مکاترونیک و رباتیک.
- (۴) ابزار دقیق و سیستمهای ترکیب داده و اطلاعات سنسوری.
- (۵) اتوماسیون صنعتی همچون سیستمهای کنترل گسترده، رابط انسان - ماشین، سیستمهای ایمنی و تشخیص خطا، سیستمهای زمان حقیقی و سیستمهای کنترل سوپروایزری.

کاربردهای مورد علاقه این مجله، وسیع بوده و می تواند در برگیرنده موارد زیر باشد:

- (۱) سیستمهای هدایت و ناوبری.
- (۲) فرآیندهای صنعتی شامل فرآیندهای شیمیایی و بیوتکنولوژی.
- (۳) فرآیندهای استخراج و فراوری موارد معدنی.
- (۴) سیستمهای حمل و نقل و خودروهای خودکار.
- (۵) تولید و توزیع نیروی برق.
- (۶) مهندسی محیط زیست و هواشناسی.
- (۷) مهندسی تکنولوژی تولید.
- (۸) سیستمهای اقتصادی و مالی.
- (۹) سیستمهای اطلاعاتی، مخابراتی و شبکه های صنعتی.
- (۱۰) مهندسی پزشکی.
- (۱۱) سیستمهای آموزش هوشمند.

از کلیه پژوهشگران و کارشناسان فعال در زمینه های مرتبط با مهندسی کنترل و ابزار دقیق دعوت بعمل می آید تا مقالات و نتایج آخرین دستاوردهای علمی و پژوهشی خود را به این مجله ارسال نمایند. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر و دریافت نحوه تهیه و ارسال مقالات می توانید به سایت مجله با آدرس www.isice.ir مراجعه نمایید.

شیوه تدوین

متن مقالات شامل چکیده، بدنه مقاله، مراجع و زیرنویسها باید با فونت ۱۲ B Zar و با فاصله double میان خطوط، در صفحات A4 یک ستونی و تحت نرم افزار Word تهیه گردد.

آدرس نویسندگان

آدرس پستی کامل همه نویسندگان همراه با شماره تلفن و دورنگار (فکس) و نشانی پیام نگار (email) نویسنده عهده دار مکاتبات در برگه مستقلی چاپ و به همراه مقاله ارسال گردد.

چکیده

هر مقاله باید شامل، عنوان (فارسی و انگلیسی)، چکیده (فارسی و انگلیسی) مقاله در حداکثر ۲۰۰ واژه، کلیدواژه (فارسی و انگلیسی) در حداکثر ۵ واژه باشد.

تصاویر و عکسها

در هنگام ارسال مقاله جهت داوری نیازی به ارسال اصل تصاویر و عکسها نمی باشد، ولی رونوشت ارسالی باید واضح باشد. پس از تایید مقاله، ارسال اصل تصاویر و عکسها جهت چاپ مقاله ضروری می باشد.

مراجع

به کلیه مراجع باید در متن ارجاع داده شده باشد. مراجع باید با شماره مشخص گردند و جزئیات آنها به شرح زیر در پایان مقاله به ترتیب حروف الفبای نویسندگان ظاهر گردد:

مقالات: [شماره مرجع] نام خانوادگی و علامت اختصاری اول نام، سال انتشار یا تاریخ برگزاری، "عنوان مقاله"، نام کامل نشریه یا کنفرانس، شماره مجله یا شماره جلد، شماره صفحات.

کتابها: [شماره مرجع] نام خانوادگی و نام کامل همه نویسندگان، عنوان کتاب، نام مترجم (در صورت وجود)، نام کامل ناشر، سال انتشار.

واحدها: کلیه مقالات باید از واحد استاندارد SI (متریک) در تمام بخشهای مقاله استفاده نمایند. در کنار واحد SI می توان از واحد انگلیسی در داخل پرانتز نیز استفاده نمود.

طول مقالات

حداکثر حجم مقالات در هنگام چاپ ۱۵ صفحه می باشد که معادل حدود ۷۵۰۰ واژه می باشد. برای چاپ صفحات بیشتر و یا رنگی لازم است هزینه ای معادل ۲۵۰,۰۰۰ ریال (۲۵ دلار آمریکا) برای هر صفحه به حساب مجله واریز گردد.

فرایند ارسال مقاله

مقالات قابل چاپ در مجله شامل مقالات کامل پژوهشی، مقالات کوتاه و یادداشتهای پژوهشی می باشد. مقالات ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی و یا خارجی چاپ شده باشد و یا در حال داوری باشد.

- لازم است نسخه الکترونیکی مقاله به شکل pdf و word جهت داوری به نشانی مجله control@isice.ir ارسال شود.
- مقالات جهت داوری به داوران متخصص ارسال میگردد. در پایان تایید یا رد هر مقاله توسط هیئت تحریریه مجله انجام خواهد پذیرفت. سردبیر مجله نتیجه داوری را برای نویسنده عهده دار مکاتبات ارسال خواهد نمود.
- در صورتی که نیاز به تصحیح مقاله باشد، تصحیحات باید منحصرأ محدود به موارد ذکر شده باشد. در سایر موارد نویسنده لازم است سردبیر را در جریان هر گونه تغییر و یا تصحیح دیگری قرار دهد. در هر صورت مسئولیت صحت و سقم مطالب بر عهده نویسنده خواهد بود.
- در صورتی که مقاله جهت چاپ پذیرفته شود، یک نسخه از مجله همراه با ۵ نسخه از مقاله به هر یک از نویسندگان اهدا خواهد گردید.

حق کپی: در صورت تایید مقاله، نویسندگان لازم است فرم انتقال حق انتشار آن به "انجمن مهندسان کنترل و ابزار دقیق ایران" را تکمیل و به همراه اصل مقاله ارسال نمایند. نویسندگان لازم است موافقت کتبی دارندگان حق کپی بخشهایی از مقاله که از مراجع و منابع دیگر نسخه برداری شده است را دریافت و به دفتر مجله ارسال نمایند.

بدینوسیله از کلیه اساتید، پژوهشگران و کارشناسان مهندسی کنترل و ابزار دقیق جهت ارائه مقالات خود در این نشریه دعوت به عمل می آورد. خواهشمند است مقالات خود را به صورت الکترونیکی به آدرس: control@isice.ir ارسال فرمایید. برای کسب اطلاعات بیشتر میتوانید به سایت: <http://www.isice.ir> مراجعه نمایید.

کنترل توزیع شده کلاس خاصی از رفتارهای جمعی در شبکه های چند عاملی

شهرام نصرتی^۱، مسعود شفیعی^۲

^۱ فارغ التحصیل دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، sh_nosrati@aut.ac.ir

^۲ استاد، دانشکده مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، mshafiee@aut.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۸/۱۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۱۱/۵)

چکیده: در این مقاله، کلاس خاصی از رفتارهای جمعی در شبکه های چند عاملی مورد بررسی قرار می گیرد. با استفاده از روش معروف معکوس ژاکوبین برای رباتهای مکانیکی افزونه، کنترل کننده متمرکز برای شبکه چند عاملی بمنظور تعقیب مسیر مطلوب در فضای رفتار جمعی، طراحی می شود. سپس با استفاده از پروتکل های اجماع میانگین دینامیکی و جایگزینی متغیرهای جمعی کنترل کننده متمرکز با تخمین توزیع شده این متغیرها، کنترل کننده غیر متمرکز بدست می آید که بر روی هر گراف تعامل، توزیع شده است. در اینصورت، هر عامل شبکه برای محاسبه کنترل کننده خود، فقط نیاز به اطلاعات محلی خود و اطلاعات عاملهای همسایه خود دارد. شرایط کافی برای پایداری کنترل توزیع شده تعیین شده است. همچنین نتایج شبیه سازی برای کنترل توزیع شده آرایش گروهی از رباتهای سیار ارائه شده است.

کلمات کلیدی: کنترل توزیع شده، کنترل آرایش شبکه های رباتیک سیار، اجماع میانگین دینامیکی، معکوس ژاکوبین، طرح ریزی غیرمتمرکز مسیر.

Distributed Control of a Class Collective Behaviors in Multi-Agent Networks

Shahram Nosrati, Masoud Shafiee

Abstract: A class of collective behaviors is considered. Utilizing inverse jacobian method, a well known technique in redundant manipulators context, centralized controllers is synthesized for a multi-agent network to track desired paths in task space. These centralized controllers are dependent on global variables known as coordination variables. These global variables could be estimated by all the agents using some appropriate dynamic consensus protocols based upon local information which is available to each agent. The consensus protocols make the centralized controllers to be distributed over any interaction topology. Some sufficient conditions are identified to guarantee stability of the interconnection between the centralized controllers and the dynamic consensus estimators. An illustrative example is provided for formation control of a group of mobile agents using some inertial moments of the group.

Keywords: Distributed control, formation control of mobile robotic networks, dynamic average consensus, inverse jacobain, distributed path planning.

۱- مقدمه

رفتار جمعی خاص می باشد. از جمله این رفتارهای جمعی می توان

موارد زیر را نام برد: همگام سازی در شبکه ای از نوسانها یا

شبکه ای از سیستمهای پرودیک [۱] و [۳]، آرایش الگوهای

یکی از مسائل بسیار مهم در شبکه های چندعاملی، چگونگی سنتز

کنترل کننده های غیرمتمرکز برای عاملهای شبکه بمنظور ظهور یک

[۲۴] شده است. در این روش، بردار سرعت ناشی از معکوس ژاکوبین متناظر با یک رفتار جمعی با اولویت پایین تر، در فضای پوچی بردار سرعت متناظر با رفتار جمعی با اولویت بالاتر تصویر می شود.

مرور پیشینه مسئله مورد بحث. در این قسمت مروری بر استفاده از روشهای بازوهای مکانیکی افزونه در کنترل آرایش رباتهای سیار خواهیم داشت. در [۲۰] و [۲۱]، روشهای معکوس ژاکوبین و کنترل معکوس مجازی در بازوهای مکانیکی افزونه مرور شده است. در [۲۲] و [۲۶]، از روش معکوس ژاکوبین و رفتار فضای پوچی برای تولید مسیرهای مرجع برای گروهی از عاملهای درجه اول برای کنترل مرکز جرم و واریانسهای گروه در حضور موانع محیطی و هدفهای ثانویه از جمله افزایش قابلیت مانور یک ربات خاص و کنترل هدینگ یک ربات خاص استفاده شده است. در [۲۳] و [۲۵]، کلاس خاصی از ماتریس ژاکوبین رفتار جمعی در نظر گرفته شده است بگونه ای که میزان تبادل اطلاعات بین عاملهای شبکه و کنترل کننده متمرکز را کاهش می دهد. در [۲۴]، توابع جمعی توصیف کننده طیف نسبتا گسترده ای از رفتارهای جمعی پایه در بازی فوتبال رباتها ارائه شده است و با استفاده از روش معکوس ژاکوبین و رفتار فضای پوچی، بصورت عملی، چنین رفتارهای جمعی بر روی گروهی از رباتهای سیار واقعی پیاده سازی شده اند. در [۲۷]، کنترل مرکز جرم و واریانس گروهی از عاملهای درجه دوم بر اساس روش معکوس ژاکوبین بررسی شده است. رفتار با اولویت پایین، بصورت جلوگیری از تصادم با مانع محیطی و کنترل هدینگ کل گروه در نظر گرفته شده است. تمام الگوریتم های ارائه شده تاکنون در مورد روش معکوس ژاکوبین، الگوریتم های متمرکز می باشند.

نوآوریهای مربوطه. کلاس خاصی از رفتارهای جمعی در نظر گرفته می شود و بصورت متمرکز بر اساس روش معکوس ژاکوبین و حداقل مربعات میرا، کنترل کننده متمرکزی برای تحقق آن طراحی می شود. سپس تمام متغیرهای جمعی موجود در آن، توسط هر عامل شبکه و با استفاده از پروتکلهای اجماع میانگین دینامیکی تخمین زده می شود که منجر به توزیع شدگی کنترل متمرکز می شود. هر عامل شبکه نسخه توزیع شده ای از آن را برای خود اجرا می کند. در این مورد، هم الگوریتم زمان-پیوسته و هم الگوریتم زمان-گسسته ارائه شده و شرایط خوش تعریفی کنترل کننده ها و پایداری کراندار آنها تحلیل شده است. بعنوان مثال، کنترل توزیع شده ای برای کنترل آرایش گروهی از رباتهای سیار توسط ممانهای اینرسی ارائه شده است.

پربودیک مطلوب برای ذرات با سرعت واحد [۲] و [۳]، کنترل آرایش سیستمهای چند رباتی [۴]، [۶]، و [۸]، تعقیب هدفهای متحرک توسط شبکه های حسگر سیار [۴] و [۷]، صف آرائی و چینش خاص حسگرها در یک محیط توزیع شده طوریکه گرادیان تخمین زده شده جریان محیطی خاصی، بیشینه یا کمینه شود [۵]، مانیتورینگ مرزهای محیط [۱۴]، حرکت گروهی پرنده ها/ماشینها/ رباتهای سیار [۹] و [۱۰]، جمع شدن در یک مکان [۱۱] و [۱۲]، پوشش بهینه محیط های محدب توسط شبکه های حسگر سیار [۱۳]، مسئله اجماع [۱۵]، [۱۶]، [۱۷]، و [۱۹]، فیلترهای کالمن توزیع شده [۱۷].

یکی از روشهای سنتز سیستماتیک کنترل کننده های توزیع شده، روش بازوهای مکانیکی افزونه [۲۷]–[۲۰] و [۱۸] یا روش معکوس ژاکوبین است که به تازگی در مورد شبکه های چند عاملی بخصوص در مورد مسئله کنترل آرایش شبکه های رباتیک سیار مورد توجه قرار گرفته است. روش معکوس ژاکوبین وقتی قابل استفاده است که رفتار جمعی مورد نظر بصورت یک کمیت جمعی، قابل اندازه گیری باشد، عبارتی قابل توصیف با یک تابع هموار جمعی باشد، همانند مسئله کینماتیک در رباتیک یا نمایش آرایش گروهی از رباتها با استفاده از ممانهای اینرسی [۶]. در اینصورت رفتار جمعی در شبکه چند عاملی همانند موقعیت و جهت نقطه اثر انتهائی بازوی مکانیکی خواهد بود و همانگونه که این موقعیت و جهت بر حسب متغیرهای مفصلی قابل توصیف است، در شبکه چند عاملی نیز رفتار جمعی مورد نظر بصورت تابعی از حالتهای تمام عوامل توصیف می شود. در این روش تاکید فقط بر کنترل خود رفتار جمعی است (یعنی کنترل کل گروه بعنوان یک شیء) و سعی می شود که تابع جمعی یا همان رفتار جمعی گروه، مسیر مطلوب را در فضای حالت جمعی تعقیب کند. بر عکس روشهای گرادینائی خالص، که از همان ابتدا مسیر عاملها بنوعی مشخص می باشد و اجازه داده می شود که مسیر رفتار جمعی بخودی خود در طول زمان ظهور پیدا کند، در این روش، از همان ابتدا مسیر مطلوب رفتار جمعی مشخص است و اجازه داده می شود که مسیر عاملها در طول زمان ظهور پیدا کند. اساس این روش، استفاده از افزونگی موجود در شبکه های چند عاملی و معکوس ژاکوبین تابع توصیف کننده رفتار جمعی است. از جمله مشکلات مهم این روش می توان سینگولاریتی و متمرکز بودن آن را نام برد. تا به حال، پیاده سازی توزیع شده چنین روشهایی در مورد شبکه های چند عاملی انجام نشده است. یکی از توانائی های این روش، قابلیت پیاده سازی انواع رفتار جمعی در یک گروه بر اساس اولویت می باشد که منجر به شکل گیری روشی بنام روش رفتار فضای پوچی

اندازه ای از عملکرد شبکه چند عاملی در تحقق یک رفتار جمعی خاص می باشد. معمولاً در شبکه های چند عاملی تعداد عاملها یعنی n ، نسبت به بُعد فضای حالت رفتار جمعی یعنی m بزرگتر است. لذا شبکه چند عاملی در تحقق یک رفتار جمعی خاص دارای افزونگی ذاتی خواهد بود. این افزونگی دارای مزیت بسیار مهمی است که بعلا آن، شبکه چند عاملی می تواند خود را بگونه ای کنترل کند که رفتار جمعی مورد نظر را محقق کند در عین اینکه از انواع قیدهای محیطی دوری کند یا اهداف ثانویه و با اولویت کمتر را تحقق ببخشد.

فرض می شود که تابع $\sigma = f(x)$ بصورت

$$f(x) = [f_1(x) \ f_2(x) \ \dots \ f_m(x)]^T$$

$$f_k(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_k(x_i), \quad k=1, \dots, m \quad (1)$$

و توابع $g_k: \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}$ توابع پیوسته مشتق پذیر می باشند. مسیر مطلوب برای رفتار جمعی σ بصورت یک مسیر هموار σ_d با مشتق $\dot{\sigma}_d$ مفروض می باشد. این مسیرهای جمعی یا توسط یک کنترل کننده توزیع شده سطح بالاتر در یک ساختار سلسله مراتبی در درون عاملها تولید می شود، یا مقادیر نهائی مطلوب $\sigma(t_f)$ و پارامترهای تولید مسیر σ_d ، توسط یک ناظر جمعی، فقط در لحظه ای قبل از زمان اولیه t_0 به تمام عاملها فرستاده می شود. بوضوح روشن است که در این روش، تاکید بر مسیر جمعی می باشد و نحوه انجام رفتار جمعی کاملاً می تواند کنترل شود تا اینکه تاکیدی بر مسیر تک تک عاملها باشد. حتی هنگامی که فقط مطلوب بودن $\sigma(t_f)$ مدنظر باشد، می توانیم نحوه همگرایی به این مقدار مطلوب را نیز کنترل کنیم که در روشهای بر اساس گرادیان، امکان پذیر نیست. هنگامی هم که یک رفتار جمعی متغیر با زمان مطلوب می باشد، با این روش همواره می توان کیفیت مطلوب را در انجام رفتار جمعی کنترل کرد که باز هم توسط روشهای بر اساس گرادیان امکان پذیر نیست.

مسیر مطلوب σ_d در فضای حالت رفتار جمعی را در نظر بگیرید. مسیرهای فضای حالت جمعی، یعنی x_d ، که باعث ظهور چنین مسیر در فضای رفتار جمعی می شوند، با توجه به افزونگی فضای حالت جمعی نسبت به فضای حالت رفتار جمعی، بیشمار می باشد. برای حل معادله غیر خطی $\sigma_d = f(x_d)$ بمنظور تعیین مسیرهای مطلوب برای عاملها یعنی x_d ، از معکوس ژاکوبین تابع رفتار جمعی استفاده می شود.

با توجه به $\sigma = f(x)$ ، داریم

$$\dot{\sigma} = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \dot{x} = J(x) \dot{x} \quad (2)$$

۲- سنتز کنترل کننده های متمرکز برای کلاس خاصی از رفتارهای جمعی

n عامل دینامیکی را در نظر می گیریم که دینامیک آنها بصورت انتگرالگیر ساده زیر است.

$$\dot{x}_i = u_{i,c}, \quad i \in \mathcal{V} = \{1, \dots, n\}$$

متغیر $x_i \in \mathbb{R}^q$ ، موقعیت عامل نام می باشد. تعامل محلی بین عاملها، بصورت یک گراف غیر جهت دار $\mathcal{G} = (\mathcal{E}, \mathcal{V})$ مدل می شود. منظور از تعامل در اینجا، بمعنی توانائی ارتباط بین عاملها برای انتقال اطلاعات لازم است. محدوده تعامل بین عاملها، محدود به R می باشد، بگونه ای که وجود لینک $(i, j) \in \mathcal{E}$ معادل این است که $\|x(i) - x(j)\|_2 \leq R$. در نتیجه گراف تعامل $\mathcal{G} = (\mathcal{E}, \mathcal{V})$ یک گراف وابسته به حالت است و در حین تکامل شبکه، متغیر خواهد بود. مجموعه همسایگی عامل نام بصورت $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} \mid \|x(i) - x(j)\|_2 \leq R\}$ است. ملاحظه می شود که شبکه چند عاملی مورد بحث، متشکل از سیستمهای دینامیکی است که هیچ کوپل فیزیکی بین آنها وجود ندارد و تنها کوپل دینامیکی بین عاملهای شبکه، بمنظور تحقق یک رفتار جمعی بوجود می آید که خود را بصورت یک جریان اطلاعات بین عاملهای شبکه نشان می دهد.

همچنین فرض می کنیم که رفتار جمعی مورد نظر را می توان توسط یک تابع پیوسته مشتق پذیر مانند $\sigma = f(x) \in \mathbb{R}^m$ نشان دهیم که در آن، $x = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_n^T]^T$ است. فضای متغیر σ را فضای حالت رفتار جمعی، فضای متغیرهای x_i را فضای حالت محلی، و فضای x را فضای حالت جمعی می نامیم. تابع رفتار جمعی $f(x)$ ، در واقع اندازه ای از عملکرد شبکه چند عاملی در تحقق یک رفتار جمعی خاص می باشد. معمولاً در شبکه های چند عاملی تعداد عاملها یعنی n ، نسبت به بُعد فضای حالت رفتار جمعی یعنی m بزرگتر است. لذا شبکه چند عاملی در تحقق یک رفتار جمعی خاص دارای افزونگی ذاتی خواهد بود. این افزونگی دارای مزیت بسیار مهمی است که بعلا آن، شبکه چند عاملی می تواند خود را بگونه ای کنترل کند که رفتار جمعی مورد نظر را محقق کند در عین اینکه از انواع قیدهای محیطی دوری کند یا اهداف ثانویه و با اولویت کمتر را تحقق ببخشد.

همچنین فرض می کنیم که رفتار جمعی مورد نظر را می توانیم توسط یک تابع پیوسته مشتق پذیر مانند $\sigma = f(x) \in \mathbb{R}^m$ نشان دهیم که در آن $x = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_n^T]^T$ است. فضای متغیر σ را فضای حالت رفتار جمعی، فضای متغیرهای x_i را فضای حالت محلی، و فضای x را فضای حالت جمعی می نامیم. تابع رفتار جمعی $f(x)$ ،

که در آن، ماتریس $J(x)$ ، ماتریس ژاکوبین رفتار جمعی و وابسته به پیکربندی گروه می باشد. چون $n \geq m$ است از معکوس حداقل مربعات خطا بصورت زیر استفاده می شود

$$\dot{x}_d = J^+ \dot{\sigma}_d = J^T (JJ^T)^{-1} \dot{\sigma}_d \quad (3)$$

مسئله فوق همان مسئله کینماتیک معکوس در بازوهای رباتیک افزونه می باشد. اما این راه حل، یک جواب حلقه باز برای مسئله کینماتیک معکوس است و در فضای رفتار جمعی، پایداری یا همگرایی خاصی را به مسیر رفتار جمعی مطلوب باعث نمی شود. لذا برای رگولاسیون تابع رفتار جمعی، یک دینامیک مطلوب برای خطای تعقیب در فضای رفتار جمعی تعریف می شود. فرض کنید خطای تعقیب در فضای رفتار جمعی بصورت $e_o = \sigma_d - \sigma$ باشد. که در آن، σ ، مقدار واقعی تابع رفتار جمعی در نقطه x می باشد. انواع دینامیک خطی یا غیرخطی را می توان به خطای تعقیب e_o نسبت داد بگونه ای که ویژگیهای مطلوب یک سیستم پایدار مجانبی جامع را داشته باشد. با توجه به اینکه در اینجا، دینامیک عاملها از درجه اول است، و هدف تعیین بردار سرعت مطلوب آنها است، دینامیک درجه اول برای خطای تعقیب کافی است. اگر دینامیک عاملها از درجه دوم باشد و هدف تعیین بردار شتاب مطلوب برای آنها باشد، حتما باید دینامیک درجه دوم برای خطای تعقیب در نظر گرفته شود. با توجه به دینامیک عاملها که بصورت $\dot{x}_i = u_{ic}$ می باشد، فرض می کنیم که دینامیک خطای تعقیب، یک سیستم درجه اول بصورت زیر باشد

$$\dot{e}_o + \Lambda e_o = 0 \quad (4)$$

که در آن، ماتریس Λ یک ماتریس مثبت معین است. واضح است که تنها نقطه تعادل سیستم فوق، که مبدا می باشد، پایدار مجانبی جامع است. لذا، با این سیستم خطا، هر مسیر مطلوب (و پیوسته مشتق پذیر) σ_d در فضای حالت رفتار جمعی، پایدار مجانبی جامع است. در اینصورت دینامیک σ بصورت زیر است.

$$\dot{\sigma} = \Lambda(\sigma_d - \sigma) + \dot{\sigma}_d$$

از (۲) داریم $\dot{\sigma} = J\dot{x}$. لذا برای تعیین بردار سرعت جمعی بهینه که دارای کمترین نرم باشد از معکوس ژاکوبین (۳) استفاده می کنیم. لذا داریم

$$\dot{x} = J^+ (\dot{\sigma}_d + \Lambda(\sigma_d - \sigma)) \quad (5)$$

بردار سرعت جمعی فوق در فضای حالت جمعی، بردار سرعت مطلوب را برای تمام عاملهای شبکه مشخص می کند. با اعمال کنترل کننده (۵) توسط عاملهای شبکه، با شروع از هر نقطه کراندار در فضای حالت جمعی، عاملهای شبکه بگونه ای حرکت می کنند که مسیر

رفتار جمعی σ_d توسط شبکه تحقق پیدا کند، یعنی $\sigma \rightarrow \sigma_d$ ، که دلیل آن نیز از سیستم خطای (۴) روشن است. اگر کنترل کننده سطح پایین عاملها، بصورت رگولاسیون موقعیت باشد، با انتگرالگیری از (۵)، سیگنال مرجع لازم برای این کنترل کننده ها بدست می آید. در اینصورت، دینامیک (۵)، از دریفتهای عددی ناشی از انتگرالگیری نیز جلوگیری می کند. ایراد مهم معکوس ژاکوبین $J^+ = J^T (JJ^T)^{-1}$ ، سیگنولار شدن ماتریس JJ^T می باشد. در نقاطی از فضای حالت جمعی که ماتریس JJ^T رتبه کامل نداشته باشد، دینامیک (۵) منجر به بردارهای سرعت بی کران می شود که از لحاظ عملی کاملاً نامطلوب است. هرچند دور از نقاط سیگنولار، بردارهای سرعت بهینه با کمترین نرم ممکن را برای شبکه تعیین می کند. با توجه به اینکه $n \geq m$ است، رتبه ماتریس JJ^T ، رتبه ماتریس ژاکوبین J است. برای عبور نرم از نقاط سیگنولار ماتریس ژاکوبین، از روش حداقل مربعات میرا بصورت زیر استفاده می شود.

$$\dot{x} = J^T (JJ^T + \lambda^2 I_m)^{-1} (\dot{\sigma}_d + \Lambda(\sigma_d - \sigma)) \quad (6)$$

که در آن، $\lambda^2 > 0$ ، یک ضریب میرائی است. استفاده از روش فوق، هر چند باعث عبور بی خطر با بردارهای سرعت کراندار از نقاط سیگنولار می شود، اما باعث ایجاد خطای تعقیب کراندار غیر صفر نیز می شود و باعث می شود که σ ، مسیر رفتار جمعی مطلوب σ_d را بصورت دقیق تعقیب نکند. بهمین خاطر، روشهای تطبیقی بسیاری برای تنظیم بهینه ضریب میرائی λ^2 توسعه داده شده است، بدینصورت که سیستم هر چه به نقاط سیگنولار ماتریس ژاکوبین نزدیکتر می شود، مقدار λ^2 بزرگتر انتخاب می شود و در نقاط دور، مقدار آن صفر انتخاب می شود. با این حال، پیاده سازی این روشها، بصورت کاملاً توزیع شده برای سیستم های چند عاملی هنوز در جانی مورد بررسی قرار نگرفته است.

۳- تحلیل همگرایی سیستم متمرکز (۶)

برای تحلیل اثر ضریب میرائی λ^2 در ویژگیهای پایداری سیستم کاملاً متمرکز (۶)، از تجزیه SVD ماتریس ژاکوبین استفاده می کنیم.

ماتریس ژاکوبین J می تواند بصورت زیر نوشته شود

$$J = U \Sigma V^T = \sum_{i=1}^r \bar{\sigma}_i u_i v_i^T \quad (7)$$

که در آن، $U_{m \times m}$ ماتریس ارتونرمال بردارهای سیگنولار خروجی u_i ، $V_{n \times n}$ ماتریس ارتونرمال بردارهای سیگنولار ورودی v_i ، و $\Sigma_{m \times n} = [S \ 0]$ که در آن، زیر ماتریس قطری S شامل مقادیر سیگنولار $\bar{\sigma}_i$ ماتریس J می باشد. بردار سرعت جمعی $\dot{x}$ که منجر به

خروجی اول یعنی بردارهای $u_1, \dots, u_r$ پوشش می شود و فضای پوچی ماتریس J یک فضای $n-r$ بُعدی است که توسط $n-r$ بردار سینگولار ورودی آخر یعنی $v_{r+1}, \dots, v_n$ پوشش می شود. با توجه به اینکه فضای حالت رفتار جمعی یک فضای m بُعدی است، همواره داریم $\dot{\alpha}_i \in \mathbb{R}$ ، که در آن، $\dot{\sigma}_d + \Lambda(\sigma_d - \sigma) = \sum_{i=1}^m \alpha_i u_i$

اینصورت، با توجه به (۷)، داریم

$$\dot{x} = J^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} (\dot{\sigma}_d + \Lambda(\sigma_d - \sigma)) = \sum_{i=1}^r \frac{\bar{\sigma}_i^2 \alpha_i}{\bar{\sigma}_i^2 + \lambda^2} v_i \quad (11)$$

$$\dot{\sigma} = \sum_{i=1}^r \frac{\bar{\sigma}_i^2 \alpha_i}{\bar{\sigma}_i^2 + \lambda^2} u_i$$

ملاحظه می شود که اگر $\dot{\sigma}_d, \sigma_d$ بگونه ای باشند که در این نقطه سینگولار، $\alpha_1 = \dots = \alpha_r = 0$ باشد، آنگاه $\dot{x} = 0$ و $\dot{\sigma} = 0$ خواهد بود و سیستم در این نقطه سینگولار، باقی می ماند. اما اگر $\dot{\sigma}_d, \sigma_d$ بگونه ای باشند که حداقل یکی از مقادیر $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ غیر صفر باشند، آنگاه سیستم از این نقطه سینگولار عبور می کند. معمولاً برای یک تابع رفتار جمعی معین، آرایشهای فضای حالت جمعی که منجر به سینگولار شدن ماتریس ژاکوبین آن می شود، قابل تعیین و شناسایی است. لذا توانائی ماتریس مثبت معین Λ در اینکه باعث شود عبارت $\dot{\sigma}_d + \Lambda(\sigma_d - \sigma)$ (وقتی آرایش سینگولار مدنظر نباشد) همواره دارای مولفه غیر صفری در امتداد حداقل یکی از بردارهای سینگولار خروجی $u_1, \dots, u_r$ داشته باشد، قابل بررسی است. با فرض $W = \frac{1}{2} e_\sigma^T e_\sigma$ ، مشتق آن در راستای پاسخهای سیستم خطای (۹) عبارت است از

$$\dot{W} = -e_\sigma^T \sum_{i=1}^r \frac{\bar{\sigma}_i^2}{\bar{\sigma}_i^2 + \lambda^2} u_i u_i^T \Lambda(e_\sigma) + e_\sigma^T \sum_{i=1}^m \frac{\lambda^2}{\bar{\sigma}_i^2 + \lambda^2} u_i u_i^T \dot{\sigma}_d$$

با فرض $e_\sigma = \sum_{i=1}^m \beta_i u_i$ ، داریم

$$\dot{W} = -\sum_{i=1}^r \frac{\bar{\sigma}_i^2 \beta_i}{\bar{\sigma}_i^2 + \lambda^2} u_i^T \Lambda e_\sigma + e_\sigma^T \sum_{i=1}^m \frac{\lambda^2}{\bar{\sigma}_i^2 + \lambda^2} u_i u_i^T \dot{\sigma}_d$$

لذا در نقاط سینگولار، اگر Λe_σ دارای مولفه غیر صفر در راستای حداقل یکی از بردارهای سینگولار خروجی قابل تحقق $u_1, \dots, u_r$ باشد، بعنوان مثال در راستای بردار u_l بازای کوچکترین $l \in \{1, \dots, r\}$ ، آنگاه داریم

$$\dot{W} \leq -\|\Lambda\| \frac{\bar{\sigma}_l^2}{\bar{\sigma}_l^2 + \lambda^2} \|e_\sigma\|^2 + \|e_\sigma\| \|\dot{\sigma}_d\|$$

در اینصورت، با توجه به حالتی که $r = m$ بود، می توان نتیجه گرفت که اگر در نقاط سینگولار ماتریس ژاکوبین، Λe_σ دارای مولفه غیر صفر در راستای حداقل یکی از بردارهای سینگولار خروجی قابل تحقق باشد، آنگاه سیستم (۸) پایدار ورودی-به-حالت جامع است. اگر چنین تضمینی وجود نداشته باشد، فقط می توان گفت که سیستم (۸) در

بردار سرعت صفر در فضای حالت رفتار جمعی می شود بردار سرعت فضای پوچی نامیده می شود. بردار سرعت $\dot{\sigma}$ در فضای حالت رفتار جمعی که می تواند توسط بردار سرعت جمعی ممکن، تولید شود، بردار سرعت قابل تحقق در فضای حالت رفتار جمعی نامیده می شود. از سیستم (۶) داریم

$$\dot{\sigma} = J\dot{x} = JJ^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} (\dot{\sigma}_d + \Lambda(\sigma_d - \sigma)) \quad (۸)$$

لذا دینامیک خطای تعقیب در فضای رفتار جمعی بصورت زیر است

$$\dot{e}_\sigma = -JJ^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} \Lambda(e_\sigma) + (I - JJ^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1}) \dot{\sigma}_d$$

با توجه به (۷)، داریم $JJ^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} = \sum_{i=1}^r \frac{\bar{\sigma}_i^2}{\bar{\sigma}_i^2 + \lambda^2} u_i u_i^T$. با در نظر گرفتن تابع $W = \frac{1}{2} e_\sigma^T e_\sigma$ بعنوان تابع لیاپانوف کاندید، مشتق آن در امتداد پاسخهای سیستم خطای (۹)، بصورت زیر خواهد بود

$$\dot{W} = -e_\sigma^T JJ^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} \Lambda(e_\sigma) + e_\sigma^T (I - JJ^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1}) \dot{\sigma}_d$$

فرض می کنیم که ماتریس ژاکوبین تمام رتبه باشد، یعنی $r = m$ باشد. در اینصورت داریم

$$\dot{W} \leq -\|\Lambda\| \frac{\bar{\sigma}_m^2}{\bar{\sigma}_m^2 + \lambda^2} \|e_\sigma\|^2 + \|e_\sigma\| \|\dot{\sigma}_d\|$$

که در آن، $\bar{\sigma}_m$ کوچکترین مقدار سینگولار غیر صفر ماتریس J است. فرض می کنیم $c = \|\Lambda\| \frac{\bar{\sigma}_m^2}{\bar{\sigma}_m^2 + \lambda^2}$ ، $0 < \theta < 1$ و $\|\dot{\sigma}_d\| \leq \delta$ باشد. در اینصورت داریم

$$\begin{aligned} \dot{W} &\leq -c \|e_\sigma\|^2 + \delta \|e_\sigma\| = -(1-\theta)c \|e_\sigma\|^2 - \theta c \|e_\sigma\|^2 + \delta \|e_\sigma\| \\ &\leq -(1-\theta)c \|e_\sigma\|^2, \quad \text{when } \|e_\sigma\| \geq \frac{\delta}{\theta c} \end{aligned}$$

لذا با استفاده از لم مقایسه، می توان نتیجه گرفت که

$$\|e_\sigma(t)\| \leq \exp(-(1-\theta)c(t-t_0)) \|e_\sigma(t_0)\| + \frac{\delta}{\theta c}, \quad t \geq t_0 \quad (10)$$

وقتی که $\dot{\sigma}_d = 0$ باشد، خطای حالت ماندگار در فضای حالت رفتار جمعی، صفر خواهد شد. بنابراین وقتی ماتریس ژاکوبین تمام رتبه باشد، دینامیک (۸) در فضای حالت رفتار جمعی، پایدار ورودی-به-حالت جامع است. اما برای نتیجه گیری در مورد کراندار بودن حالت جمعی x ، لازم است که تابع جمعی σ نسبت به حالت جمعی، سره یا بصورت شعاعی نامحدود باشد.

اکنون فرض می کنیم که ماتریس J در بعضی نقاط در حین تکامل شبکه، سینگولار می شود، یعنی $r < m$ می شود. در اینصورت فضای قابل تحقق برای بردارهای سرعت فضای حالت رفتار جمعی، یک فضای r بُعدی است که توسط r بردار سینگولار

فضای حالت رفتار جمعی منهای نقاط سینگولار ماتریس ژاکوبین تابع رفتار جمعی، پایدار ورودی-به-حالت است.

۴- غیرمتمرکزسازی سیستم (۶)

دینامیک (۶) یک رابطه کاملاً متمرکز می باشد و اگر قرار باشد هر عامل شبکه، مسیر مطلوب خود را، خود محاسبه نماید باید به تمام حالتهای تمام عاملهای شبکه دسترسی داشته باشد. بمنظور پیاده سازی توزیع شده کنترل کننده فوق، با شکل خاصی که برای $\sigma = f(x)$ در (۱) فرض کرده ایم، می توانیم از پروتکلهای اجماع میانگین دینامیکی توسعه داده شده در [۱۹] استفاده کنیم. برای ژاکوبین σ داریم.

$$J = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1(x_1)}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1(x_2)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_1(x_n)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_2(x_1)}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2(x_2)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_2(x_n)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial g_m(x_1)}{\partial x_1} & \frac{\partial g_m(x_2)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_m(x_n)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (12)$$

که در آن، $\frac{\partial g_j(x_i)}{\partial x_i} = \left[\frac{\partial g_j(x_1)}{\partial x_1^i} \dots \frac{\partial g_j(x_i)}{\partial x_i^i} \right]$ در اینصورت

JJ^T عبارت است از

$$JJ^T = \frac{1}{n^2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_1(x_i)}{\partial x_i} \frac{\partial g_1^T(x_i)}{\partial x_i} & \dots & \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_1(x_i)}{\partial x_i} \frac{\partial g_m^T(x_i)}{\partial x_i} \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_m(x_i)}{\partial x_i} \frac{\partial g_1^T(x_i)}{\partial x_i} & \dots & \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_m(x_i)}{\partial x_i} \frac{\partial g_m^T(x_i)}{\partial x_i} \end{bmatrix} \quad (13)$$

هر عامل شبکه برای محاسبه بردار سرعت مطلوب متناظر خود، باید بتواند ماتریس فوق را محاسبه کند. اما المانهای ماتریس فوق وابسته به حالت جمعی شبکه است و هر عامل شبکه مجاز به ارسال اطلاعات محلی خود به عاملهای همسایه و در نتیجه، دریافت اطلاعات محلی همسایه های خود می باشد. با توجه به این جریان اطلاعات بر روی یک شبکه ارتباطی وابسته به حالت و نوع المانهای ماتریس فوق که بصورت جمع توابعی از متغیرهای مستقل می باشند، می توان از پروتکل اجماع میانگین دینامیکی برای محاسبه المانهای ماتریس فوق استفاده کرد. لذا با پیاده سازی یک پروتکل اجماع میانگین دینامیکی متناظر به هر المان، هر عامل می تواند تخمینی از المانهای این ماتریس داشته باشد. ماتریس فوق یک ماتریس متقارن m در m است لذا دارای $m(m+1)/2$ المان مستقل می باشد. بنابراین به تعداد $m(m+1)/2$ پروتکل اجماع میانگین دینامیکی لازم داریم. بعنوان مثال، برای پروتکل متناظر برای تخمین المان $\sum_{i=1}^n \frac{\partial g_i(x_i)}{\partial x_i} \frac{\partial g_i^T(x_i)}{\partial x_i}$ در ماتریس JJ^T ، ورودی عامل نام به این

پروتکل بصورت $\frac{\partial g_i(x_i)}{\partial x_i} \frac{\partial g_i^T(x_i)}{\partial x_i}$ خواهد بود که کاملاً توسط آن قابل اندازه گیری و محاسبه است. فرض می کنیم که در نهایت، تخمین عامل نام از ماتریس JJ^T بصورت $(JJ^T)_i$ باشد. همچنین برای پیاده سازی (۶)، هر عامل باید بتواند تخمین درستی از کمتهای رفتار جمعی نیز داشته باشد، یعنی $\sigma = f(x)$. با توجه به فرم خاص $\sigma = f(x)$ در (۱)، این مقادیر نیز می توانند با برپائی پروتکلهای اجماع میانگین دینامیکی بصورت توزیع شده محاسبه شوند. بعنوان مثال، برای پروتکل متناظر برای تخمین کمیت $f_k(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_k(x_i)$ ، ورودی عامل نام به این پروتکل، بصورت $g_k(x_i)$ خواهد بود. در نهایت فرض می کنیم که تخمین عامل نام از $\sigma = f(x)$ ، بصورت $\hat{\sigma}_i$ باشد. لذا مشاهده می شود، که با بنا نهادن پروتکلهای اجماع میانگین دینامیکی، تمام عاملها فقط بر اساس اطلاعات محلی در دسترس، می توانند مسیرهای مطلوب خود را تولید کنند بگونه ای که با تعقیب این مسیرها، رفتار جمعی مطلوب محقق خواهد شد. در اینصورت، پیاده سازی توزیع شده کنترل کننده (۶) برای عامل نام، بصورت زیر خواهد بود.

$$\dot{x}_i = \left[\left(\frac{\partial g_1(x_i)}{\partial x_i} \right)^T \left(\frac{\partial g_2(x_i)}{\partial x_i} \right)^T \dots \left(\frac{\partial g_m(x_i)}{\partial x_i} \right)^T \right] \quad (14)$$

$$\left((JJ^T)_i + \lambda^2 \mathbf{I}_m \right)^{-1} (\dot{\sigma}_i + \Lambda(\sigma_i - \hat{\sigma}_i)), \quad i=1, \dots, n$$

۵- الگوریتم توزیع شده زمان-گسسته و تحلیل

همگرایی آن

اگر دینامیک عاملها بصورت زمان-پیوسته، بصورت $\dot{x}_i = u_{ic}$ باشد و تولید بردار کنترلی u_{ic} در زمانهای گسسته $\{t_0 + k\Delta T | k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}\}$ انجام شود، روش فوق بصورت زیر پیاده سازی می شود. فرض می شود که بصورت متناوب، در یک لحظه پروتکلهای اجماع میانگین دینامیکی اجرا شوند، و بعد از محاسبه توزیع شده متغیرهای جمعی لازم و در نتیجه محاسبه بردار کنترلی لازم، در لحظه بعد، بردارهای کنترلی محاسبه شده اعمال شوند. لذا اگر در لحظه $t_c \in \{t_0 + s\Delta T | s \in \mathbb{Z}_{\geq 0}\}$ پروتکلهای اجماع میانگین دینامیکی اجرا شوند، فرض می شود که در فاصله زمانی $[t_c, t_c + \Delta T)$ ، $\dot{x}_i = 0$ است. همچنین فرض می شود که فاصله زمانی ΔT برای همگرایی پروتکلهای اجماع میانگین به مقدار مطلوب، در بدترین شرایط همبندی شبکه ارتباطی و شرایط اولیه شبکه، کافی است. برای همگرایی در زمان محدود ΔT ، می توان از پروتکلهای غیر خطی استفاده کرد. در اینصورت در انتهای فاصله زمانی $[t_c, t_c + \Delta T)$ ، تمام عاملهای شبکه، متغیرهای جمعی لازم را برای پیاده سازی (۶) بصورت توزیع شده

معین بودن ماتریس Λ ، لازم و کافی است که مقادیر ویژه Λ کوچکتر از $2/\Delta T$ باشند. در اینصورت، بازای خطای تقریب کراندار $\| \delta \| \leq K$ ، خطای تعقیب در فضای حالت رفتار جمعی، پایدار کراندار خواهد بود، یا بعبارتی، سیستم خطای تعقیب رفتار جمعی (۱۹)، پایدار ورودی-به-حالت خواهد بود. حالت $\lambda^2 > 0$ برای سیستم زمان-پیوسته (۶) بررسی خواهد شد که شبیه همان مراحل تحلیل می تواند در مورد سیستم (۱۸) نیز انجام شود که در نهایت نشان دهنده پایدار ورودی-به-حالت سیستم (۱۷) می باشد. یکی از مزایای الگوریتم (۱۷)، این است که ویژگیهای پایداری آن از ویژگیهای پایداری پروتکلهای اجماع میانگین مستقل است. ملاحظه می شود که هر چه فاصله زمانی ΔT کوچکتر باشد، خطای تقریب δ کوچکتر خواهد شد، و لذا خطای تعقیب نیز طبق (۱۹) کوچکتر خواهد شد.

۶- تحلیل همگرایی سیستم توزیع شده (۱۴)

در این قسمت، به تحلیل سیستم توزیع شده (۱۴) خواهیم پرداخت.

با نمایش ماتریس J_i بصورت زیر

$$J_i = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial g_1(x_i)}{\partial x_i} \right)^T & \left(\frac{\partial g_2(x_i)}{\partial x_i} \right)^T & \dots & \left(\frac{\partial g_m(x_i)}{\partial x_i} \right)^T \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

سیستم (۱۴) را می توان بصورت زیر بازنویسی کرد

$$\dot{x}_i = J_i^T \left((JJ^T)_i + \lambda^2 \mathbf{I}_m \right)^{-1} (\dot{\sigma}_d + \Lambda(\sigma_d - \hat{\sigma}_i)), i=1, \dots, n \quad (21)$$

و معادله $\dot{\sigma}$ بصورت زیر خواهد بود

$$\dot{\sigma} = \sum_{i=1}^n J_i J_i^T \left((JJ^T)_i + \lambda^2 \mathbf{I}_m \right)^{-1} (\dot{\sigma}_d + \Lambda(\sigma_d - \hat{\sigma}_i)) \quad (22)$$

فرض می کنیم که ورودیهای پروتکل اجماع میانگین دینامیکی

برای محاسبه توزیع شده JJ^T ، بصورت ماتریسهای $J_1 J_1^T, \dots, J_n J_n^T$ باشد، بعبارتی دیگر،

$$U_e = \begin{bmatrix} (J_1 J_1^T)^T & \dots & (J_n J_n^T)^T \end{bmatrix}^T \quad (23)$$

خطای تخمین عامل نام در محاسبه JJ^T را با ماتریس E_i نشان

می دهیم. در اینصورت داریم

$$(JJ^T)_i = JJ^T + E_i \quad (24)$$

و ماتریس خطای کل را بصورت $E = [E_1^T \dots E_n^T]^T$ نشان

می دهیم. در اینصورت با توجه به نتایج ارائه شده در [۱۹] می توان

نتیجه گرفت که با فرض شرایط اولیه صفر برای تمام تخمینگرها، بازای

یک ثابت مثبت c_e داریم

$$\|E_i\| \leq \|E\| \leq c_e \|\dot{U}_e\| \quad (25)$$

می دانند، لذا می توانند بردار سرعت مطلوب خود را از رابطه زیر

محاسبه کنند. این بردار سرعت در فاصله زمانی $[t_c + \Delta T, t_c + 2\Delta T]$

معتبر خواهد بود.

$$\dot{x}_i = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial g_1(x_i)}{\partial x_i} \right)^T & \left(\frac{\partial g_2(x_i)}{\partial x_i} \right)^T & \dots & \left(\frac{\partial g_m(x_i)}{\partial x_i} \right)^T \end{bmatrix}^T \left(JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m \right)^{-1} \left(\sigma_d(t_c + 2\Delta T) - \sigma_d(t_c + \Delta T) + (\Delta T) \Lambda(\sigma_d(t_c + \Delta T) - \sigma(t_c + \Delta T)) \right) \quad (15)$$

$$i=1, \dots, n$$

در رابطه فوق، فرض شده است که خطای محاسبات توزیع شده

ناشی از اجرای پروتکلهای اجماع میانگین، بسیار ناچیز و قابل چشم

پوشی است که با بکار بردن پروتکلهای همگرای زمان-محدود، فرض

درستی است. در اینصورت بردار سرعت جمعی شبکه در فاصله زمانی

$[t_c + \Delta T, t_c + 2\Delta T]$ بصورت زیر خواهد بود

$$\dot{x} = J^T(t_c + \Delta T) \left(J(t_c + \Delta T) J^T(t_c + \Delta T) + \lambda^2 \mathbf{I}_m \right)^{-1} \times \left(\sigma_d(t_c + 2\Delta T) - \sigma_d(t_c + \Delta T) + (\Delta T) \Lambda(\sigma_d(t_c + \Delta T) - \sigma(t_c + \Delta T)) \right) \quad (16)$$

دینامیک فوق را می توان در زمان-گسسته، با استفاده از اندیس

k ، بصورت زیر بازنویسی کرد

$$x(k+1) - x(k) = J^T(k) \left(J(k) J^T(k) + \lambda^2 \mathbf{I}_m \right)^{-1} \times \left(\sigma_d(k+1) - \sigma_d(k) + (\Delta T) \Lambda(\sigma_d(k) - \sigma(k)) \right) \quad (17)$$

لذا داریم

$$J(k) (x(k+1) - x(k)) = J(k) J^T(k) \left(J(k) J^T(k) + \lambda^2 \mathbf{I}_m \right)^{-1} \times \left(\sigma_d(k+1) - \sigma_d(k) + (\Delta T) \Lambda(\sigma_d(k) - \sigma(k)) \right)$$

با توجه به $\dot{\sigma} = J\dot{x}$ ، فرض می کنیم

$$(\sigma(k+1) - \sigma(k)) = J(k) (x(k+1) - x(k)) + \delta(k+1)$$

که با توجه به پیوسته بودن ماتریس ژاکوبین J ، خطای تقریب δ

کراندار خواهد بود، لذا فرض می شود که بازای یک

$\| \delta \| \leq K$ ، $K > 0$ باشد، در اینصورت خواهیم داشت

$$\sigma(k+1) - \sigma(k) = J(k) J^T(k) \left(J(k) J^T(k) + \lambda^2 \mathbf{I}_m \right)^{-1} \times \left(\sigma_d(k+1) - \sigma_d(k) + \Lambda(\sigma_d(k) - \sigma(k)) \Delta T \right) + \delta(k+1) \quad (18)$$

برای تحلیل ویژگیهای همگرایی سیستم گسسته فوق، فرض

می کنیم که $\lambda^2 = 0$ باشد. در اینصورت خواهیم داشت

$$\sigma(k+1) - \sigma(k) = \sigma_d(k+1) - \sigma_d(k) + (\Delta T) \Lambda(\sigma_d(k) - \sigma(k)) + \delta(k+1)$$

بنابراین دینامیک بردار خطای تعقیب، $e_\sigma = \sigma_d - \sigma$ ، بصورت زیر

خواهد بود

$$e_\sigma(k+1) = (I - (\Delta T) \Lambda) e_\sigma(k) - \delta(k+1) \quad (19)$$

لذا برای اینکه خطای تعقیب، پایدار باشد باید مقادیر ویژه ماتریس

$I - (\Delta T) \Lambda$ درون دایره واحد قرار داشته باشند، که با توجه به مثبت

است). لذا با توجه به اینکه ماتریس $JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m$ ، غیر سینگولار است، شرط کافی برای اینکه ماتریس $JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m + E_i$ معکوس پذیر باشد این است که

$$\|E_i\| < 1 / \|(JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1}\| \quad (30)$$

با توجه به (۷)، داریم $\|JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m\|^{-1} \leq 1/\lambda^2$. لذا اگر بازی یک $0 < \varepsilon < 1$ ، فرض کنیم که

$$\|E_i\| \leq \varepsilon \lambda^2 \quad (31)$$

آنگاه شرط (۳۰) برآورده می شود. با برقراری شرط (۳۰)، سیستم (۲۸) را می توان بصورت زیر نوشت

$$\dot{x}_i = J_i^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} (\dot{\sigma}_d + \Lambda(\sigma_d - \sigma)) + J_i^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} \Lambda e_i + J_i^T \left(\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left((JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} E_i \right)^k \right) (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} \times (\dot{\sigma}_d + \Lambda(\sigma_d - \sigma)) + J_i^T \left(\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left((JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} E_i \right)^k \right) \times (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} \Lambda e_i, i=1, \dots, n \quad (32)$$

با توجه به فرض $\|E_i\| \leq \varepsilon \lambda^2$ و شرط (۳۰)، می توان نتیجه گرفت که

$$\left\| \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left((JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} E_i \right)^k \right\| \leq \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \quad (33)$$

با فرض $\|\Lambda\| = K$ ، از (۳۲) داریم

$$\|\dot{x}_i\| \leq \frac{b}{\lambda^2} \frac{1}{1-\varepsilon} (\|\dot{\sigma}_d\| + K\|e_o\| + Kc'_b \|\dot{x}\|), i=1, \dots, n \quad (34)$$

لذا داریم

$$\|\dot{x}\| \leq \sqrt{n} \frac{b}{\lambda^2} \frac{1}{1-\varepsilon} (\|\dot{\sigma}_d\| + K\|e_o\| + Kc'_b \|\dot{x}\|) \quad (35)$$

لذا با فرض $\gamma_1 = \frac{\sqrt{n} K c'_b b^2}{\lambda^2 (1-\varepsilon)}$ داریم

$$\|\dot{x}\| \leq \gamma_1 \|\dot{x}\| + \sqrt{n} \frac{b}{\lambda^2} \frac{1}{1-\varepsilon} (\|\dot{\sigma}_d\| + K\|e_o\|) \quad (36)$$

باید $\gamma_1 < 1$ باشد که در اینصورت خواهیم داشت

$$\|\dot{x}\| \leq \sqrt{n} \frac{b}{\lambda^2} \frac{1}{1-\varepsilon} \frac{1}{1-\gamma_1} (\|\dot{\sigma}_d\| + K\|e_o\|) \quad (37)$$

با برقراری شرط (۳۰)، دینامیک خطای e_o برای سیستم (۲۹) را می توان بصورت زیر نوشت.

$$\dot{e}_o = -M_1(\dot{\sigma}_d + \Lambda e_o) - M_2 + M_3 (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} (\dot{\sigma}_d + \Lambda e_o) + M_4 + \dot{\sigma}_d \quad (38)$$

که در آن،

برای $\frac{d}{dt} J_i J_i^T = \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x_i^2} J_i^T + J_i \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x_i^2} \right)^T \right) \dot{x}_i$ داریم $\frac{d}{dt} J_i J_i^T = \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x_i^2} J_i^T + J_i \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x_i^2} \right)^T \right) \dot{x}_i$ با

توجه به شکل خاص (۱) برای $\sigma = f(x)$ ، فرض می کنیم که بیشترین

مقدار $\left\| \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x_i^2} J_i^T + J_i \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x_i^2} \right)^T \right\|$ در فضای کاری مورد نظر در فضای

حالت محلی، باندازه a باشد، یعنی

$$\max_{\text{workspace of } x_i} \left\| \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x_i^2} J_i^T + J_i \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x_i^2} \right)^T \right\| = a \quad (26)$$

در اینصورت برای $\dot{U}_e$ داریم $\|\dot{U}_e\| \leq a \|\dot{x}\|$ ، لذا

$$\|E_i\| \leq \|E\| \leq c_e \|\dot{U}_e\| \leq a c_e \|\dot{x}\| \quad (27)$$

همچنین فرض می کنیم ورودیهای پروتکل اجماع میانگین

دینامیکی برای محاسبه توزیع شده σ ، بصورت بردارهای زیر باشند.

$$u_{1e} = [g_1(x_1) \ \dots \ g_m(x_1)]^T, \dots, u_{ne} = [g_1(x_n) \ \dots \ g_m(x_n)]^T$$

همچنین فرض می شود که $U'_e = [u_{1e}^T \ \dots \ u_{ne}^T]^T$ خطای تخمین

عامل نام در محاسبه σ را با بردار e_i نشان می دهیم. در اینصورت داریم

$$\hat{\sigma}_i = \sigma - e_i \quad (28)$$

و بردار خطای کل را بصورت $e = [e_1^T \ \dots \ e_n^T]^T$ نشان می دهیم.

با فرض شرائط اولیه صفر برای تمام تخمینگرها، بازی یک ثابت مثبت

داریم c'_e

$$\|e\| \leq \|e\| \leq c'_e \|\dot{U}_e\| \quad (25)$$

برای $\frac{d}{dt} u_{ie} = J_i \dot{x}_i$ ، فرض می کنیم

$$\max_{\text{workspace of } x_i} \|J_i(x_i)\| = b \quad (26)$$

در اینصورت، داریم

$$\|e\| \leq \|e\| \leq c'_e b \|\dot{x}\| \quad (27)$$

با توجه به (۲۸) و (۲۴)، سیستمهای (۲۱) و (۲۲) را می توانیم

برحسب خطاهای تخمین پروتکلای اجماع میانگین دینامیکی بصورت

زیر بنویسیم.

$$\dot{x}_i = J_i^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m + E_i)^{-1} (\dot{\sigma}_d + \Lambda(\sigma_d - \sigma) + \Lambda e_i) \quad (28)$$

$i=1, \dots, n$

$$\dot{\sigma} = \sum_{i=1}^n J_i J_i^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m + E_i)^{-1} (\dot{\sigma}_d + \Lambda(\sigma_d - \sigma) + \Lambda e_i) \quad (29)$$

مشکل عمده سیستم های فوق بعلا حضور خطاهای تخمین، در

عبارت $(JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m + E_i)^{-1}$ خود را نشان می دهد. ماتریس

$JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m$ ، همواره معکوس پذیر است اما حضور ماتریس خطای

E_i که باعث انحراف این ماتریس می شود ممکن است باعث

سینگولار شدن ماتریس مذکور شود، چون هیچ نوع ویژگی خاصی

برای ماتریسهای خطای E_i مترتب نیست (جز اینکه $\sum_{i=1}^n E_i = 0$)

در اینصورت از (۳۷) می توان نتیجه گرفت که

$$\|\dot{x}\| \leq \sqrt{n} \frac{b}{\lambda^2} \frac{1}{1-\varepsilon} \frac{1}{1-\gamma_1} \left(\delta + K \frac{c_4}{\theta c_1} \right) \quad (46)$$

لذا برای برقراری (۴۱)، باید داشته باشیم

$$\sqrt{n} \frac{b}{\lambda^2} \frac{1}{1-\varepsilon} \frac{1}{1-\gamma_1} \left(\delta + K \frac{c_4}{\theta c_1} \right) \leq \frac{\varepsilon \lambda^2}{ac_e} \quad (47)$$

لذا شرطی که باید برقرار باشد تا پایداری کراندار سیستم خطای

تعقیب در فضای حالت رفتار جمعی (۳۸) تضمین شود عبارتند از

$$\frac{\bar{\sigma}_m^2 K}{\bar{\sigma}_m^2 + \lambda^2} > \frac{b^2 \varepsilon K}{\lambda^2 (1-\varepsilon)} \quad (48)$$

$$\sqrt{n} \frac{b}{\lambda^2} \frac{1}{1-\varepsilon} \frac{1}{1-\gamma_1} \left(\delta + K \frac{c_4}{\theta c_1} \right) \leq \frac{\varepsilon \lambda^2}{ac_e}$$

۷- کنترل آرایش گروهی از رباتهای سیار توسط

کنترل توزیع شده ممانهای اینرسی آرایش

ممانهای اینرسی یک گروه می تواند بعنوان مدلی برای آرایش

گروه در نظر گرفته شود. در اینجا، ممانهای اینرسی اول و دوم در فضای

دو بعدی بعنوان نمونه ارائه می شود. در اینصورت تابع $f(x)$ بصورت

زیر خواهد بود.

$$f(x) = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \sigma_1^2 \\ \sigma_2^2 \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^1 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i^1 - \mu_1)^2 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i^2 - \mu_2)^2 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i^1 - \mu_1)(x_i^2 - \mu_2) \end{bmatrix} \quad (49)$$

ماتریس ژاکوبین محلی J_i در (۲۰) عبارت است از

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \\ \frac{2(n-1)}{n^2} (x_i^1 - \mu_1) & 0 \\ 0 & \frac{2(n-1)}{n^2} (x_i^2 - \mu_2) \\ \frac{(n-1)}{n^2} (x_i^1 - \mu_1) & \frac{(n-1)}{n^2} (x_i^2 - \mu_2) \end{bmatrix} \quad (50)$$

و ماتریس ژاکوبین J عبارت است از $J = [J_1 \ \dots \ J_n]$

ماتریس JJ^T بصورت زیر است

$$(51)$$

$$M_1 = JJ^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1}$$

$$M_2 = \sum_{i=1}^n J_i J_i^T (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} \Lambda e_i$$

$$M_3 = \sum_{i=1}^n J_i J_i^T \left(\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \left((JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} E_i \right)^k \right)$$

$$M_4 = \sum_{i=1}^n \left\{ J_i J_i^T \left(\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \left((JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} E_i \right)^k \right) \times \right. \\ \left. (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} \Lambda e_i \right\}$$

با در نظر گرفتن تابع $W = \frac{1}{2} e_\sigma^T e_\sigma$ بعنوان تابع لیپانوف کاندید،

مشتق آن در راستای پاسخهای سیستم (۳۸) بصورت زیر خواهد بود

$$(39)$$

$$\dot{W} = -e_\sigma^T M_1 \Lambda e_\sigma - e_\sigma^T M_2 \dot{\sigma}_d - e_\sigma^T M_3 (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} \dot{\sigma}_d \\ + e_\sigma^T M_3 (JJ^T + \lambda^2 \mathbf{I}_m)^{-1} \Lambda e_\sigma + e_\sigma^T M_4 + e_\sigma^T \dot{\sigma}_d$$

فرض می کنیم که در حین تکامل شبکه، ماتریس ژاکوبین، تمام

رتبه باقی می ماند، لذا $\|M_1\| \geq \bar{\sigma}_m^2 / (\bar{\sigma}_m^2 + \lambda^2)$. همچنین داریم

$$\|M_2\| \leq b^2 \varepsilon K \|e\| / (\lambda^2 (1-\varepsilon)), \|M_4\| \leq b^2 \varepsilon K \|e\| / (\lambda^2 (1-\varepsilon)),$$

لذا برای $\dot{W}$ می توان نوشت

$$(40)$$

$$\dot{W} \leq - \left(\frac{\bar{\sigma}_m^2 K}{\bar{\sigma}_m^2 + \lambda^2} - \frac{b^2 \varepsilon K}{\lambda^2 (1-\varepsilon)} \right) \|e_\sigma\|^2 + \\ \left\| e_\sigma \right\| \left(\frac{b^2 K}{\lambda^2} + \frac{b^2 \varepsilon K}{\lambda^2 (1-\varepsilon)} \right) \|e\| + \left(\frac{b^2 \varepsilon}{\lambda^2 (1-\varepsilon)} - \frac{\bar{\sigma}_m^2}{\bar{\sigma}_m^2 + \lambda^2} + 1 \right) \|\dot{\sigma}_d\|$$

از (۲۷) داریم $\|e\| \leq c'_b \|\dot{x}\|$. همچنین فرض شده است که

$$\|E_i\| \leq \varepsilon \lambda^2, \text{ اما داریم } \|E_i\| \leq ac_e \|\dot{x}\|. \text{ لذا باید داشته باشیم}$$

$$\|\dot{x}\| \leq \varepsilon \lambda^2 / (ac_e) \quad (41)$$

در اینصورت $\|e\| \leq c'_b \varepsilon \lambda^2 / (ac_e)$ خواهد بود. همچنین برای

اینکه ضرب $c_1 > 0$ باشد، باید داشته باشیم

$$\frac{\bar{\sigma}_m^2 K}{\bar{\sigma}_m^2 + \lambda^2} > \frac{b^2 \varepsilon K}{\lambda^2 (1-\varepsilon)} \quad (42)$$

در اینصورت از (۴۰) خواهیم داشت

$$\dot{W} \leq -c_1 \|e_\sigma\|^2 + \|e_\sigma\| \left(c_2 \frac{c'_b \varepsilon \lambda^2}{ac_e} + c_3 \|\dot{\sigma}_d\| \right) \quad (43)$$

همچنین فرض می کنیم که $\|\dot{\sigma}_d\| \leq \delta$ باشد. در نتیجه داریم

$$\dot{W} \leq -c_1 \|e_\sigma\|^2 + \left(c_2 \frac{c'_b \varepsilon \lambda^2}{ac_e} + c_3 \delta \right) \|e_\sigma\| \quad (44)$$

در اینصورت خطای تعقیب e_σ کراندار خواهد بود، طوریکه اگر

شرایط اولیه خطای تعقیب e_σ ، صفر باشد آنگاه بازای یک $0 < \theta < 1$ ،

خواهیم داشت

$$\|e_\sigma\| \leq c_4 / (\theta c_1) \quad (45)$$

شده است، یا عبارتی این بردار ویژه، بیشترین اطلاعات را درباره

مجموعه داده A بدست می دهد. ماتریس $A^T A$ بصورت زیر است

$$A^T A = n \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \quad (55)$$

معادله مشخصه ماتریس فوق بصورت

$$\lambda^2 - n(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)\lambda + n^2\sigma_1^2\sigma_2^2 - n^2(\sigma_{12})^2 = 0$$

که اگر $\sigma_{12} = \pm \sqrt{\sigma_1^2\sigma_2^2}$ باشد، در اینصورت، مقادیر ویژه ماتریس

$A^T A$ ، بصورت $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = n(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ خواهند بود. بردار ویژه

متناظر با $\lambda_2 = n(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ ، وقتی $\sigma_{12} = \sqrt{\sigma_1^2\sigma_2^2}$ است، عبارت است

از $\begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_1^2} & \sqrt{\sigma_2^2} \end{bmatrix}^T$. در اینصورت تمام داده ماتریس A ، در راستای خط

$x^2 - \mu_2 = \sqrt{\sigma_2^2/\sigma_1^2}(x^1 - \mu_1)$ کشیده شده است (در فضای دو

بعدی (x^1, x^2)). در اینصورت مقدار α در (53) عبارت است از

$\alpha = \sqrt{\sigma_2^2/\sigma_1^2}$. بردار ویژه متناظر با $\lambda_2 = n(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ ، وقتی

$\sigma_{12} = -\sqrt{\sigma_1^2\sigma_2^2}$ است، عبارت است از $\begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_1^2} & -\sqrt{\sigma_2^2} \end{bmatrix}^T$. در

اینصورت تمام داده ماتریس A ، در راستای خط

$x^2 - \mu_2 = -\sqrt{\sigma_2^2/\sigma_1^2}(x^1 - \mu_1)$ کشیده شده است (در فضای دو

بعدی (x^1, x^2)). در اینصورت مقدار α در (53) عبارت است از

$\alpha = -\sqrt{\sigma_2^2/\sigma_1^2}$. تعبیر هندسی آن بدینصورت است که اگر در فضای

دو بعدی (x^1, x^2) ، مبدا مختصات را نقطه (μ_1, μ_2) در نظر بگیریم،

وقتی $\sigma_{12} > 0$ باشد، عاملهای شبکه بیشتر در ربع اول و سوم توزیع

خواهند شد و وقتی $\sigma_{12} < 0$ باشد، بیشتر عاملها در ربع دوم و چهارم

توزیع خواهند شد. در واقع σ_{12} ، راستای کشیدگی آرایش و میزان

توزیع شدگی عاملها در این راستا را مشخص می کند. همچنین برای

تعیین محدوده مجاز قابل تحقق برای σ_{12} ، بصورت زیر اقدام می کنیم.

با فرض بردار $v_1 = [x_1^1 - \mu_1 \quad \dots \quad x_n^1 - \mu_1]^T$ و

$v_2 = [x_1^2 - \mu_2 \quad \dots \quad x_n^2 - \mu_2]^T$ داریم $\|v_1\|^2 = n\sigma_1^2$ و $\|v_2\|^2 = n\sigma_2^2$.

همچنین $v_1^T v_2 = \|v_1\| \|v_2\| \cos \angle(v_1, v_2) = n\sigma_{12}$ لذا محدوده مجاز قابل

تحقق برای σ_{12} بصورت زیر است

$$-\sqrt{\sigma_1^2\sigma_2^2} \leq \sigma_{12} \leq \sqrt{\sigma_1^2\sigma_2^2} \quad (56)$$

لذا در اولین قدم در تحقق چنین رفتار جمعی، باید بتوانیم آرایش

مورد نظر را توسط پارامترهای آماری درست مدلسازی کنیم. متناظر با

یک آرایش مطلوب، انتخاب مقادیر مطلوب μ_1, μ_2 به آسانی انجام

می شود؛ پارامترهای مطلوب برای μ_1, μ_2 ، همان مراکز ثقل آرایش

مورد نظر است. اما انتخاب پارامترهای $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_{12}$ خیلی روشن نیست.

درست است که پارامترهای σ_1^2, σ_2^2 مستقل هستند، اما σ_{12} وابسته به

$$JJ^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4(n-1)^2}{n^3}\sigma_1^2 & 0 & \frac{2(n-1)^2}{n^3}\sigma_{12} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4(n-1)^2}{n^3}\sigma_2^2 & \frac{2(n-1)^2}{n^3}\sigma_{12} \\ 0 & 0 & \frac{2(n-1)^2}{n^3}\sigma_{12} & \frac{2(n-1)^2}{n^3}\sigma_{12} & \frac{(n-1)^2}{n^3}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \end{bmatrix}$$

ملاحظه می شود که هر عامل با تخمین $f(x)$ می تواند

ماتریس JJ^T را نیز محاسبه کند. لذا، برای این رفتار جمعی خاص، فقط

نیاز به اجرای ۵ پروتکل اجماع میانگین دینامیکی می باشد که در مورد

شبکه های بزرگ با تعداد زیادی ربات سیار، استفاده از آن کاملاً از

لحاظ مقیاس پذیر بودن جریان اطلاعات در شبکه نسبت به اندازه شبکه،

توجه پذیر و بصره است.

اگر تخمین عامل نام از متغیرهای جمعی $\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_{12}$ بترتیب

بصورت $\mu_1^i, \mu_2^i, \sigma_1^{2,i}, \sigma_2^{2,i}, \sigma_{12}^i$ باشد، ورودیهای آن به پروتکلهای اجماع

میانگین متناظر، بصورت زیر خواهد بود

$$\left\{ x_i^1, x_i^2, (x_i^1 - \mu_1^i)^2, (x_i^2 - \mu_2^i)^2, (x_i^1 - \mu_1^i)(x_i^2 - \mu_2^i) \right\} \quad (57)$$

در ادامه سینگولاریتهای کینماتیکی ماتریس ژاکوبین آرایش مورد

نظر را بررسی می کنیم. با توجه به شکل ماتریس J_i در (50)، ماتریس

ژاکوبین J ، فقط وقتی رتبه از دست می دهد که شرط زیر بازای یک

$\alpha \in \mathbb{R}$ برقرار باشد

$$x_i^2 - \mu_2 = \alpha(x_i^1 - \mu_1), \quad i = 1, \dots, n \quad (58)$$

در اینصورت $\alpha = \sqrt{\sigma_2^2/\sigma_1^2}$ است. تعبیر هندسی شرط فوق

بدینصورت است که همه عاملهای شبکه بر روی یک خط مستقیم قرار

داشته باشند. بنابراین وقتی عاملهای شبکه بر روی یک خط مستقیم قرار

گیرند، ماتریس ژاکوبین سینگولار می شود و یک رتبه از دست

می دهد.

در ادامه نحوه انتخاب مقادیر مطلوب برای پارامترهای

$\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_{12}$ بمنظور تحقق یک آرایش مطلوب ارائه می شود.

ماتریس $A_{n \times 2}$ را بصورت زیر تعریف می کنیم

$$A = \begin{bmatrix} x_1^1 - \mu_1 & x_1^2 - \mu_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n^1 - \mu_1 & x_n^2 - \mu_2 \end{bmatrix} \quad (59)$$

که ستونهای آن، موقعیتهای نسبی عاملها نسبت به مرکز ثقل گروه

می باشد. بردارهای ویژه متعامد ماتریس $A^T A$ ، بردارهای اصلی

مجموعه داده A نامیده می شوند. بردار ویژه متناظر با بزرگترین مقدار

ویژه ماتریس A ، براداری است که بیشترین داده در امتداد آن کشیده

باعث ایجاد اعوجاج و انحراف در مشخصه های عملکردی و سرعت همگرایی آنها خواهد شد. بررسی چگونگی و میزان تغییر این مشخصه های عملکردی در حین غیرمتمرکزسازی، مجال دیگری را می طلبد. اما، بصورت کیفی می توان ادعا نمود که اگر ثابت زمانی پروتکل های اجماع خیلی کوچکتر از ثابت زمانی کنترل کننده های متمرکز باشد (کوچکتر از یک دهم)، قطعاً مشخصه های عملکردی و کارایی کنترل کننده های متمرکز تا حد قابل قبولی در نوع غیرمتمرکز آنها، بازیافت می شود. بعنوان نمونه، نتایج شبیه سازی مثال قبلی با کنترل کننده های متمرکز، با دقت بسیار خوبی بر نتایج شبیه سازی نشان داده شده در شکل های ۱ الی ۴ منطبق شده است. لذا اگر پروتکل های اجماع در قیاس با سرعت مطلوب انجام رفتار جمعی، بتواند تخمینهای درست و بموقع از متغیرهای جمعی مورد نظر را در اختیار عاملهای شبکه قرار دهند، کارایی کنترل کننده های متمرکز، در حین اجرای کنترل کننده های غیرمتمرکز، حفظ خواهد شد. با این جداسازی و لحاظ کیفیت تعقیب پروتکل های اجماع (که وابسته به شرایط همبندی شبکه و محدودیت پهنای باند لینکهای شبکه است [۱۹]) می توان به بهینه سازی کارایی انجام رفتار جمعی در حالت متمرکز آن پرداخت. روش ارائه شده، بعنوان گونه ای از روش معکوس ژاکوبین، در قیاس با روشهای دیگر، که عمدتاً بصورت گرادینتی می باشند، وارث مزایای اساسی روش معکوس ژاکوبین است که در مقدمه به آنها اشاره شده است.

۹- نتیجه گیری

در این مقاله، کلاس خاصی از رفتارهای جمعی در شبکه های چندعاملی در نظر گرفته شده است. بر اساس پروتکل های اجماع میانگین دینامیکی و روش معکوس ژاکوبین، دو الگوریتم زمان-گسسته و زمان-پیوسته برای طرح ریزی غیرمتمرکز مسیر برای عاملهای شبکه بمنظور تحقق مسیره های مطلوب در فضای رفتار جمعی ارائه و تحلیل شده است. روش ارائه شده بر روی هر گراف تعاملی، توزیع شده می باشد و فقط در ابتدای مانور جمعی، پارامترهای مسیر مطلوب رفتار جمعی باید در اختیار تمام عاملهای شبکه قرار گیرد.

σ_1^2, σ_2^2 است. مقادیر مطلوب برای σ_1^2, σ_2^2 همان واریانسهای آرایش مورد نظر می باشند. بعد از انتخاب مقادیر مطلوب برای σ_1^2, σ_2^2 ، بر اساس بحثی که در مورد ماتریس داده A در (۵۴) داشتیم، باید تعیین کنیم که بیشترین عاملهای شبکه در آرایش مورد نظر، در چه راستائی کشیده خواهند شد. بر این اساس و با توجه به قید (۵۶)، مقدار مطلوب برای σ_{12} تعیین می شود.

نتایج شبیه سازی کنترل کننده توزیع شده (۲۱) برای تحقق آرایش مطلوب برای یک گروه ۵۰ تائی از رباتهای سیار در فضای دو بعدی، در شکلهای ۱ الی ۴ نشان داده شده است. پروتکل اجماع میانگین دینامیکی مورد استفاده، نمونه پروتکل طراحی شده در [۱۹] و بصورت زیر می باشد.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}_c \sum_{j \in N_i(\mathcal{G})} (\mathbf{x}_{ci}(t) - \mathbf{x}_{cj}(t)) + \mathbf{B}_c \sum_{j \in N_i(\mathcal{G})} (w_j(t) - w_j(t)) \\ \quad + \mathbf{B}_c \sum_{j \in N_i(\mathcal{G})} (u_{ie}(t) - u_{je}(t)) \\ \dot{w}_i(t) = -\mathbf{C}_c \sum_{j \in N_i(\mathcal{G})} (\mathbf{x}_{ci}(t) - \mathbf{x}_{cj}(t)) - d_c \sum_{j \in N_i(\mathcal{G})} (w_j(t) - w_j(t)) \\ \quad - d_c \sum_{j \in N_i(\mathcal{G})} (u_{ie}(t) - u_{je}(t)) - \beta w_i(t) \\ y_i(t) = w_i(t) + u_{ie}(t), \quad i = 1, \dots, n \end{cases}$$

که در آن، u_{ie} سیگنال ورودی مختص عامل i ام، $w_i \in \mathbb{R}$ ، $\mathbf{x}_{ci} \in \mathbb{R}^2$ حالت های درونی عامل i ام، $y_i \in \mathbb{R}$ خروجی مختص عامل i ام، $\mathcal{G}$ گراف ارتباطی غیرجهت دار همبند، $\beta = 3.8$ ، و

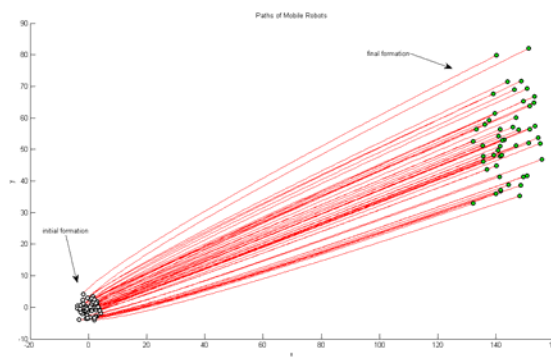
$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 161.57 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_c = [196.22 \quad 14.83], d_c = 78.94$$

است. سیگنالهای خروجی پروتکل فوق، یعنی y_i ها، میانگین سیگنالهای ورودی، یعنی $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_{ie}$ را تعقیب می کنند. در شبیه سازی، گراف تعامل بین عاملها، بصورت یک گراف تصادفی همبند انتخاب شده است. شرایط اولیه پروتکلها نیز بصورت تصادفی انتخاب شده اند.

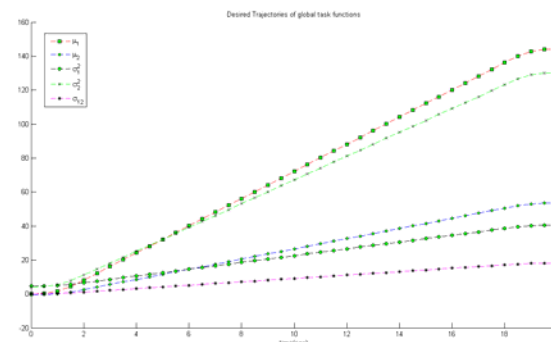
۸- مقایسه با روشهای موجود

با توجه به اینکه کنترل توزیع شده ارائه شده در این مقاله، برای اولین بار از تلفیق روش معکوس ژاکوبین با پروتکل های اجماع استفاده می کند، بهترین حالت برای مقایسه، قطعاً مقایسه با کنترل کننده های متمرکز بر اساس روش معکوس ژاکوبین می باشد. در واقع نوآوری اساسی ارائه شده در این مقاله، ارائه راهکاری در راستای غیرمتمرکزسازی کنترل کننده های متمرکز فوق، با در نظر گرفتن مشکلات اساسی روش معکوس ژاکوبین می باشد. قطعاً استفاده از پروتکل های اجماع برای غیرمتمرکزسازی کنترل کننده های متمرکز،

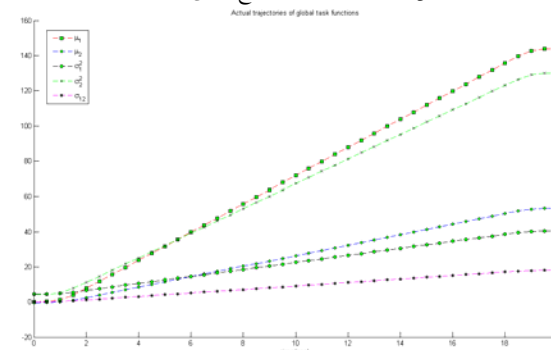
- [2] R. Sepulchre, D. Paley, and N. Leonard, "Stabilization of planar collective motion with limited communication", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2008.
- [3] Derek A. Paley, Naomi E. Leonard, Rodolphe Sepulchre, and Daniel Grunbaum, "Oscillator models and collective motion: spatial patterns in the dynamics of engineered and biological networks", *CSM spatial issue on complex networked control systems*, Dec. 2005.
- [4] Peng Yang, Randy A. Freeman, Kevin M. Lynch, "Multi-agent coordination by decentralized estimation and control", *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2009.
- [5] Petter Ogren, Edward Fiorelli, and Naomi Ehrich Leonard, "Cooperative control of mobile sensor networks: adaptive gradient climbing in a distributed environment", *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 49, no. 8, pp. 1292-1302, Aug. 2004.
- [6] C. Belta and V. Kumar, "Abstraction and control for groups of robots," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 20, no. 5, pp. 865-875, Oct. 2004.
- [7] R. Olfati Saber, "Distributed tracking for mobile sensor networks with information-driven mobility", *ACC* 2007.
- [8] J. A. Fax and R. M. Murray, "Information flow and cooperative control of vehicle formations," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1465-1476, Sep 2004.
- [9] R. Olfati Saber, "Flocking for multi-agent dynamic systems: algorithms and theory", *Technical report CIT-CDS 2004-005*, Caltech.
- [10] A. Jadbabaie, J. Lin, and A. S. Morse, "Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 6, pp. 988-1001, Jun 2003.
- [11] J. Cortes, S. Martinez, and F. Bullo, "Analysis and design tools for distributed motion coordination," *ACC* 2005, pp. 1680-1685.
- [12] J. Lin, A. S. Morse, and B. D. O. Anderson, "The multi-agent rendezvous problem," *CDC* 2003, pp. 1508-1513.
- [13] J. Cortes, S. Martinez, T. Karatas, and F. Bullo, "Coverage control for mobile sensing networks," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 20, no. 2, pp. 243-255, 2004.
- [14] S. Susca, S. Martinez, and F. Bullo, "Monitoring environmental boundaries with a robotic sensor network," *ACC* 2006.
- [15] R. Olfati-Saber and R. Murray, "Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1520-1533, Sep 2004.
- [16] D. P. Spanos, R. Olfati-Saber, and R. M. Murray, "Dynamic consensus on mobile networks," *IFAC* 2005.
- [17] R. Olfati Saber, "Distributed kalman filtering and sensor fusion in sensor networks," *Technical Report, Dartmouth College, Thayer School of Engineering*, 2006
- [18] Bradley E. Bishop, "On the use of redundant manipulator techniques for control of platoon of cooperating robotic vehicles", *IEEE Transactions*



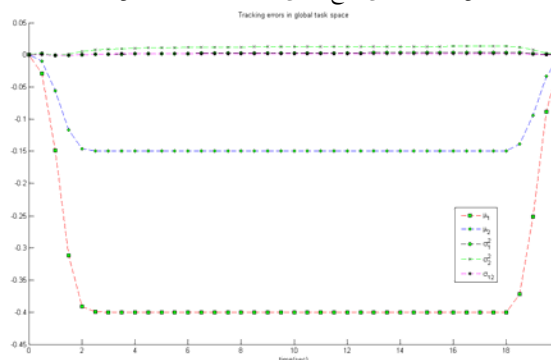
شکل ۱: مسیر رباتها در حین تکامل شبکه و آرایش اولیه و نهایی



شکل ۲: مسیر مطلوب برای توابع جمعی مورد نظر



شکل ۳: مسیر واقعی توابع جمعی مورد نظر در حین تکامل شبکه



شکل ۴: نمودار خطای تعقیب در فضای حالت رفتار جمعی مورد نظر در حین تکامل شبکه

مراجع

- [1] L. Scardovi and R. Sepulchre, "Collective optimization over average quantities," *IEEE CDC* 2006.

-
- [24] Arrichiello F., "Coordinated control of multiple mobile robots", *PhD Thesis*, Nov 2006
- [25] D. J. Stilwell, B. E. Bishop, and Caleb A. Sylvester, "Redundant manipulator techniques for partially decentralized path planning and control of a platoon of autonomous vehicles", *IEEE Trans. Syst., Man, Cyber- Part B*, Vol. 35, No. 4, 2005.
- [26] B. E. Bishop, "On the use of redundant manipulator techniques for control of platoon of cooperating robotic vehicles", *IEEE Trans. Syst., Man, Cyber- Part A*, Vol. 33, No. 5, 2003.
- [27] Nasser Sadati and Ehsan Elhamifar, "Semi-decentralized control of multi-agent systems based on redundant manipulator optimization methods", *IEEE, AMC'06-Istanbul*, Turkey, 2006
- On Systems, Man, and Cybernetics- Part A*, Vol. 35, No. 4, Sep 2003
- [19] Nosrati sh., Shafiee M., M.B. Menhaj, "Synthesis and analysis of robust dynamic linear protocols for dynamic average consensus estimators", *IET Control Theory & Applications*, Vol. 3 – Issue 11, pp. 1499-1516, 2009.
- [20] B. Siciliano, "Kinematic control of redundant robot manipulators: a tutorial," *J. Intell. Robot. Syst.*, vol. 3, pp. 201–212, 1990.
- [21] C. A. Klein and C.-H. Huang, "Review of pseudoinverse control for use with kinematically redundant manipulators," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC-13, no. 3, pp. 245–250, 1983.
- [22] B. E. Bishop and D. J. Stilwell, "On the application of redundant manipulator techniques to the control of platoons of autonomous vehicles," *IEEE CCA 2001*, pp. 823–828.
- [23] D. J. Stilwell and B. E. Bishop, "Redundant manipulator techniques for path planning and control of a platoon of autonomous vehicles," *IEEE CDC 2002*, pp. 2093–2098.
-

طراحی رؤیت گر نمایی برای سیستم‌های غیر خطی بر اساس معادله ریکاتی وابسته به حالت (SDRE)

حسین بیک زاده، حمیدرضا تقی‌راد

گروه رباتیک ارس، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، taghirad@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۱۱/۱۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۱۲/۱۷)

چکیده: در این مقاله روشی نوینی برای طراحی رؤیت‌گر برای سیستم‌های غیر خطی بر اساس معادله ریکاتی وابسته به حالت (SDRE) ارائه شده است. علیرغم اینکه استفاده از رؤیت گر SDRE در مسائل کاربردی توسعه قابل توجهی پیدا نموده است، توسعه تئوری این نوع رؤیت گرها کمتر طرف توجه قرار گرفته و مسائلی از قبیل تحلیل پایداری و همگرایی آنان مغفول مانده است. در این مقاله پایداری رؤیت گر SDRE بر اساس تئوری لیاپانوف مورد تحلیل قرار گرفته و شرایط لازم برای پایداری نمایی دینامیک خطای رؤیت‌گر تعیین می‌شود. همچنین با شبیه سازی یک سیستم غیر خطی مرتبه دو که شرایط تضمین پایداری را ارضاء می نماید، عملکرد مطلوب آن به تصویر کشیده می‌شود. در پایان با ارائه شبیه سازیهای انجام شده بر روی یک موتور القایی که دارای دینامیک غیر خطی قابل توجهی می باشد، عملکرد رؤیت گر پیشنهادی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

کلمات کلیدی: رؤیت گر غیر خطی، نمایش SDC، تحلیل پایداری، پایداری نمایی، شرایط لپ شیتز، موتور القایی.

Exponential Nonlinear Observer Design Based on Differential State-Dependent Riccati Equation

Hossein Beikzadeh, Hamid Reza Taghirad

Abstract: This paper presents a new technique for nonlinear continuous-time observer design based on the differential state-dependent Riccati equation (SDRE) filter, with guaranteed exponential stability. Although impressive results have rapidly emerged from the use of SDRE designs for observers and filters, the underlying theory is yet scant and there remain many unanswered questions such as stability and convergence. In this paper, Lyapunov stability analysis is used to obtain the required conditions for exponential stability of the estimation error dynamics. Furthermore, through a simulation study of a second order nonlinear model, which satisfies the stability conditions, the promising performance of the proposed observer is demonstrated. Finally, in order to examine the effectiveness of the proposed method, it is applied to highly nonlinear flux and angular velocity estimation problem for induction machines. The simulation results verify how effectively the modification proposed in this paper can increase the region of attraction and the observer error decay rate.

Keywords: SDRE technique, SDC representation, nonlinear observer, stability analysis, Lipschits conditions, PM synchronous motor.

۱- مقدمه

در این مقاله، با ایجاد یک تغییر در ساختار رؤیت گر SDDRE زمان-

پیوسته، یک رؤیت گر غیرخطی حاصل می شود که خطای تخمین آن به صورت نمایی به سمت صفر میل خواهد کرد. به کمک تحلیل پایداری لیاپانوف، مجموعه ای از شرایط کافی که پایداری نمایی رؤیت گر پیشنهادی را تضمین می کنند، بدست می آیند. این شرایط مستلزم هیچ گونه تفکیک خاص نمایش SDC یا فرض سادگی ماتریس های وابسته به حالت، نظیر آنچه در [۱۲] تحمیل شده، نبوده و آسان تر از شرایط مبتنی بر شبیه سازی بدست آمده در [۸] و [۱۴]، تحقق می یابند. به علاوه، با استفاده از نتایج جالب توجه ای که در [۱۳] ارائه شده است، یک تعریف جدید از پارامتریزه کردن SDC آشکارپذیر معرفی شده، و ارتباطی نزدیک میان آشکارپذیری یکنواخت سیستم غیرخطی و وجود پاسخ های کراندار و مثبت معین برای معادله ریگاتی دیفرانسیلی وابسته به حالت (SDDRE) برقرار شده است. بدین ترتیب، شکل جدیدی از رؤیت گرهای غیرخطی با پایداری نمایی تضمین شده عرضه می گردد، که ویژگی های ممتاز رؤیت گرهای SDRE را نیز به ارث برده و افزون بر آن، نشان داده شده است که تحت شرایط خاصی، تغییر ایجاد شده در ساختار رؤیت گر SDDRE این امکان را فراهم می سازد که درجه پایداری رؤیت گر و ثابت زمانی دینامیک خطای تخمین می تواند از قبل تخصیص داده شود. شبیه سازی ها عملکرد برتر و افزایش حوزه جذب رؤیت گر پیشنهادی نسبت به رؤیت گرهای SDRE مرسوم را آشکار می سازند.

این مقاله به صورت زیر مرتب شده است. در ادامه و در بخش دوم مقدمات ریاضی لازم به منظور تعریف رؤیت گر ارائه شده است. در بخش سوم با انتخاب یک تابع لیاپانوف مناسب نشان می دهیم که رؤیت گر پیشنهادی تحت شرایط معینی، یک رؤیت گر نمایی خواهد بود. همچنین، نقش آشکارپذیری یکنواخت در این زمینه مطرح می شود. در ادامه با شبیه سازی یک مدل غیرخطی مرتبه دوم، که شرایط پایداری را حفظ می کند، عملکرد نویدبخش رؤیت گر پیشنهادی به نمایش گذاشته شده است. گذشته از این، به منظور آزمون سودمندی عملی تکنیک پیشنهادی، از آن برای حل مساله تخمین سرعت زاویه ای و شار یک موتور القایی استفاده کرده ایم. نتایج شبیه سازی نشان می دهند که این تکنیک می تواند باعث افزایش حوزه جذب و همین طور بالا بردن نرخ کاهش خطای تخمین در مقایسه با تکنیک های SDRE مرسوم گردد. نتایج بدست آمده در بخش پایانی جمع بندی شده است.

۲- معرفی رؤیت گر پیشنهادی

نمایش کلی سیستم های غیرخطی افاین را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A(x)x + B(x)u \\ y &= C(x)x\end{aligned}\quad (1)$$

که در آن حالت $x \in R^n$ غیرخطی، ورودی کنترل $u \in R^m$ و همچنین $y \in R^p$ ، $h(x) \in C^1$ و $h(0) = 0$ می باشد. برای سادگی

برخلاف تئوری طراحی رؤیت گر برای سیستم های خطی، تئوری رؤیت حالت های یک سیستم غیرخطی از ساختاری یکپارچه برخوردار نیست. در واقع، روش های طراحی متعددی برای کلاس های مختلف سیستم های غیرخطی موجود است، که بیشتر آنها گستره کاربرد ویژه خود را دارند. برخی از روش های شناخته شده طراحی رؤیت گر غیرخطی عبارتند از: خطی سازی فیدبک [۱]، تکنیک های ساختار متغیر [۲]، رؤیت گر مد لغزشی [۳]، روش های طراحی بر پایه تئوری لیاپانوف [۴]، رؤیت گرهای بهره بالا [۵]، فیلتر کالمن توسعه یافته [۶] و تکنیک های طراحی براساس معادله ریگاتی وابسته به حالت [۷]. یکی از روش های نوین تخمین حالت سیستم های غیرخطی، روش های فیلتر کردن براساس حل معادله ریگاتی وابسته به حالت (SDRE) می باشد. برخلاف روش EKF، فیلتر SDRE محاسبات ژاکوبین را شامل نمی شود، بلکه مستلزم پارامتریزه کردن مستقیم دینامیک غیرخطی است. به طور خلاصه، این روش غیرخطی گری های سیستم را به طور کامل در طراحی وارد کرده و سیستم غیرخطی را به کمک پارامتریزه کردن در یک ساختار خطی با ضرایب وابسته به حالت قرار می دهد.

به طور کلی، دو رهیافت متعارف برای تکنیک فیلتر کردن SDRE وجود دارد. رهیافت نخست که اولین بار توسط Mracek و همکارانش در [۸] پیشنهاد شده است، در اصل با در نظر گرفتن مساله دوگان روش شناخته شده کنترل غیرخطی SDRE [۹] بنا شده است. فیلتر حاصل دارای ساختاری مشابه فیلتر کالمن خطی حالت ماندگار است که بهره کالمن آن با حل یک معادله ریگاتی جبری وابسته به حالت بدست می آید. به همین دلیل در مراجعی همچون [۱۰] از این فیلتر با نام رؤیت گر SDARE یاد شده است. رهیافت دوم ساختاری مشابه فیلتر کالمن خطی دارد [۱۱]. ایده اصلی این روش حذف فرض بعد زمان نامحدود و حل یک معادله ریگاتی دیفرانسیلی وابسته به حالت به جای معادله ریگاتی جبری است. در [۱۲]، با در نظر گرفتن شرایط رؤیت پذیری و شرط لیپ شیتز معینی روی نمایش SDC و با تفکیک هریک از ماتریس های وابسته به حالت موجود در این نمایش به یک المان ثابت و یک المان افزایشی وابسته به حالت، همگرایی محلی رؤیت گر SDARE زمان-پیوسته تحلیل شده است. اما نتایج بدست آمده در این مرجع ذاتا محلی بوده و مستلزم فرضیات سادگی و کراندار بودن خاصی روی المان های افزایشی مزبور در یک همسایگی مبدا می باشد که برآورده شدن آنها برای بسیاری از سیستم های عملی امکان پذیر نیست. البته این مجموعه شرایط به طور کامل وابسته به نتایج شبیه سازی بوده و در ضمن محدود به سیستم های بدون ورودی می باشند. به این ترتیب ملاحظه می شود که تاکنون پیشرفت های تئوری ناچیزی درباره فیلتر SDRE صورت گرفته و پرسش های بدون پاسخ بسیاری همچنان بر جای مانده است. این مقاله به بررسی عمیق تر تئوری فیلتر SDRE به منظور دستیابی به پاسخ هایی مناسب برای پرسش های موجود می پردازد.

$$\dot{e}(t) = [A(\hat{x}(t)) - K(t)C(\hat{x}(t))]e(t) + \varphi(x(t), \hat{x}(t), u(t)) - K(t)\chi(x(t), \hat{x}(t)) \quad (9)$$

که در آن

$$\varphi(x, \hat{x}, u) = [A(x(t)) - A(\hat{x}(t))]x(t) + [B(x(t)) - B(\hat{x}(t))]u(t) \quad (10)$$

$$\chi(x(t), \hat{x}(t)) = [C(x(t)) - C(\hat{x}(t))]x(t) \quad (11)$$

برای تحلیل دینامیک خطا به دو تعریف زیر نیاز داریم.

تعریف ۱- نقطه تعادل $e(t) = 0$ برای معادله (۹) پایدار نمایی محلی است، اگر ثابت‌های $\varepsilon, \eta, \theta > 0$ وجود داشته باشند به نحوی که

$$\|e(t)\| \leq \eta \|e(0)\| \exp(-t/\theta) \quad (12)$$

برای هر $t \geq 0$ و هر پاسخ $e(\cdot)$ از معادله (۹) که از یک حالت اولیه درون $B_\varepsilon = \{e \in R^n \mid \|e\| < \varepsilon\}$ آغاز شود، برقرار باشد. [۱۴، بخش ۵، صفحه ۱۴۲]

تعریف ۲- رهیتم‌گر پیشنهادی داده شده با معادلات (۳) تا (۵) یک رهیتم‌گر نمای است، اگر معادله دیفرانسیل (۹) یک نقطه تعادل پایدار نمایی محلی در $e(t) = 0$ داشته باشد [۱۵].

۳- تحلیل پایداری نمایی

در این بخش، یک دسته شرایط کافی که پایداری نمایی رهیتم‌گر پیشنهادی را تضمین می‌کند، بدست می‌آید. توجه کنید که در آنچه در پیش روست نامساوی ماتریسی $\Omega \leq \Delta$ و $\Omega - \Delta \leq 0$ بدین معنی است که ماتریس $\Omega - \Delta$ منفی نیمه معین است.

قضیه ۱- سیستم زمان-پیوسته غیرخطی (۱) که در نمایش SDC (۲) قرار گرفته را به همراه رهیتم‌گر مبتنی بر SDRE پیشنهادی (۳) تا (۵) مد نظر قرار دهید. اجازه دهید تا فرضیات زیر ارضاء شوند:

(۱) ماتریس وابسته به حالت متغیر با زمان $C(x(t))$ از بالا کراندار باشد:

$$\|C(x(t))\| \leq \bar{c} \quad (13)$$

که $\bar{c} > 0$ یک عدد حقیقی است.

(۲) فرض کنید اعداد $\sigma, \rho > 0$ وجود دارند به گونه‌ای که برای هر $t \geq 0$ داشته باشیم

$$\|x(t)\| \leq \sigma, \|u(t)\| \leq \rho \quad (14)$$

فرض شده است که ورودی مستقیماً بر روی خروجی اثر نمی‌گذارد. با پارمتریزه کردن مستقیم، می‌توان توابع غیرخطی $f(x)$ ، $g(x)$ و $h(x)$ را با استفاده از نمایش SDC به فرم زیر نمایش داد.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x)x + B(x)u \\ y &= C(x)x \end{aligned} \quad (2)$$

توجه کنید که ماتریسهای $B(x)$ و $C(x)$ نیز همچون $A(x)$ در (۲) منحصر به فرد نمی‌باشند. حال فرض کنید در نظر است رهیتم‌گری با ساختار زیر استخراج کنیم

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A(\hat{x}(t))\hat{x}(t) + B(\hat{x}(t))u(t) + \\ &K(t)[y(t) - C(\hat{x}(t))\hat{x}(t)] \end{aligned} \quad (3)$$

که $\hat{x}(t)$ معرف بردار تخمین حالت بوده و بهره رهیتم‌گر، $K(t)$ ، یک ماتریس متغیر با زمان $n \times p$ -بعدی است. بهره رهیتم‌گر با معادله زیر داده می‌شود

$$K(t) = P(t)C^T(\hat{x}(t))R^{-1} \quad (4)$$

که $P(t) \in R^{n \times n}$ متقارن بوده و توسط معادله ریگاتی دیفرانسیلی وابسته به حالت (SDDRE) زیر، با یک عدد حقیقی مثبت $\alpha > 0$ و ماتریس-های مثبت معین $R \in R^{p \times p}$ و $Q \in R^{n \times n}$ محاسبه می‌شود

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) &= (A(\hat{x}(t)) + \alpha I)P(t) + P(t)(A^T(\hat{x}(t)) + \alpha I) \\ &+ P(t)C^T(\hat{x}(t))R^{-1}C(\hat{x}(t))P(t) + Q \end{aligned} \quad (5)$$

شایان توجه است که (۵) به جز در ترم جمع‌شونده αI مشابه معادله ریگاتی مورد استفاده برای رهیتم‌گر SDDRE معمول است.

تکته ۱: اسکالر α یک پارامتر طراحی است که به طور غیرمستقیم نرخ کاهش خطا در رهیتم‌گر پیشنهادی را نمایان می‌سازد. این حقیقت به همراه ناحیه پاسخ α در قسمت بعد توضیح داده خواهد شد.

خطای تخمین رهیتم‌گر را تعریف می‌کنیم

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (6)$$

کم کردن معادله (۳) از معادله حالت در (۱) دینامیک خطا را نتیجه می‌دهد

$$\dot{e}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) - A(\hat{x}(t))\hat{x}(t) - B(\hat{x}(t))u(t) + K(t)[y(t) - C(\hat{x}(t))\hat{x}(t)] \quad (7)$$

با اضافه و کم کردن $A(\hat{x}(t))x(t)$ به کل معادله و اضافه و کم کردن $C(\hat{x}(t))x(t)$ به داخل براکت داریم

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A(\hat{x}(t))x(t) - A(\hat{x}(t))\hat{x}(t) + A(x(t))x(t) - \\ &A(\hat{x}(t))x(t) + [B(x(t)) - B(\hat{x}(t))]u(t) - \\ &K(t)[C(\hat{x}(t))x(t) - C(\hat{x}(t))\hat{x}(t) + C(x(t))x(t) - \\ &- C(\hat{x}(t))x(t)] \end{aligned} \quad (8)$$

بنابراین، دینامیک خطا عبارت است از

جلوگیری از رؤیت‌ناپذیری، می‌تواند در برآوردن نامساوی‌های (۱۶) تا (۱۸) نیز مفید واقع شود.

تکته ۴: روشن است که ثابت‌های لیپ‌شیتز k_A ، k_B و k_C به صورت تحلیلی از دینامیک سیستم استخراج می‌شوند. کران‌های $\underline{q}$ و $\underline{r}$ را نیز پس از طراحی ماتریس‌های R و Q می‌توان بدست آورد. همچنین، ρ با توجه به حد اشباع عملگرها، هرچند به صورت محافظه‌کارانه، و $\bar{c}$ به طور تحلیلی تعیین می‌شوند. کران‌های $\underline{p}$ و $\bar{p}$ برای ماتریس کوواریانس $P(t)$ نیز بر اساس شرایط رؤیت‌پذیری و کنترل‌پذیری سیستم قابل محاسبه هستند (بخش بعد را ببینید). به این ترتیب، مشاهده می‌شود که برقراری نامساوی (۱۹) را می‌توان از قبل تصدیق نمود.

تکته ۵: صرف نظر از جزئیات، نامساوی (۱۹) به این معنی است که α باید به اندازه کافی بزرگ انتخاب گردد. به طور شگفت‌آوری، این موضوع موافق با هدف بهبود عملکرد است که یک ثابت زمانی کوچک‌تر را ایجاب می‌کند.

تکته ۶: می‌توان نشان داد مادامی که خطای تخمین همچنان پایدار نمایی باقی بماند، شرط نامساوی (۱۹) مرتفع می‌شود مشروط بر آن‌که نامساوی‌های (۱۶) تا (۱۸) با شرایط لیپ‌شیتز محدودتری با توان دو، مثلاً $\|A(x_1) - A(x_2)\| \leq k_A \|x_1 - x_2\|^2$ ، جایگزین شوند. به آسانی می‌توان اثبات قضیه ۱- را برای این حالت اصلاح کرد

برای اثبات قضیه، لم زیر را بیان می‌کنیم.

لم ۱- ماتریس مثبت معین و $p \times p$ -بعدی R را با فرض $R \geq \underline{r}I$ در نظر بگیرید. فرض کنید که ماتریس $K(t)$ و غیرخطی‌گری‌های $\varphi(x(t), \hat{x}(t), u(t))$ و $\chi(x(t), \hat{x}(t))$ به ترتیب با معادلات (۴)، (۱۰) و (۱۱) داده می‌شوند. آنگاه تحت فرضیات قضیه ۱، اعداد حقیقی $K, \kappa > 0$ وجود دارند به نحوی که ماتریس $\Pi(t) = P^{-1}(t)$ برای هر ε ، $\|x - \hat{x}\| \leq \varepsilon$ ، نامساوی زیر را برآورده سازد:

$$(x - \hat{x})^T \Pi \varphi(x, \hat{x}, u) - (x - \hat{x})^T \Pi K \chi(x, \hat{x}) \leq \kappa \|x - \hat{x}\|^2 \quad (۲۰)$$

اثبات- به کارگیری نامساوی مثلثی، $K = PC^T R^{-1}$ و $\Pi P = I$ منجر می‌شود به

$$\begin{aligned} & \| (x - \hat{x})^T \Pi \varphi(x, \hat{x}, u) - (x - \hat{x})^T \Pi K \chi(x, \hat{x}) \| \leq \\ & \| (x - \hat{x})^T \Pi \varphi(x, \hat{x}, u) \| + \| (x - \hat{x})^T C (\hat{x})^T R^{-1} \chi(x, \hat{x}) \| \end{aligned} \quad (۲۱)$$

با توجه به فرض لیپ‌شیتز بودن ماتریس‌های $A(x)$ ، $B(x)$ و $C(x)$ و با استفاده از نامساوی (۱۴) داریم

$$\begin{aligned} \|\varphi(x, \hat{x}, u)\| & \leq \| [A(x) - A(\hat{x})]x \| + \| [B(x) - B(\hat{x})]u \| \\ & \leq (k_A \sigma + k_B \rho) \|x - \hat{x}\| \\ \|\chi(x, \hat{x})\| & = \| [C(x) - C(\hat{x})]x \| \leq k_C \sigma \|x - \hat{x}\| \end{aligned} \quad (۲۲)$$

(۳) پاسخ $P(t)$ برای معادله ریکاتی دیفرانسیلی (۶) برای اعداد حقیقی مثبت $\underline{p}, \bar{p} > 0$ ، به صورت زیر کراندار باشد

$$\underline{p}I \leq P(t) \leq \bar{p}I \quad (۱۵)$$

(۴) نمایش SDC به گونه‌ای انتخاب شود که ماتریس‌های $A(x)$ ، $B(x)$ و $C(x)$ لیپ‌شیتز محلی باشند. به عبارت دیگر اعداد ثابت $k_A, k_B, k_C > 0$ موجود باشند به نحوی که نامساوی‌های:

$$\|A(x_1) - A(x_2)\| \leq k_A \|x_1 - x_2\| \quad (۱۶)$$

$$\|B(x_1) - B(x_2)\| \leq k_B \|x_1 - x_2\| \quad (۱۷)$$

$$\|C(x_1) - C(x_2)\| \leq k_C \|x_1 - x_2\| \quad (۱۸)$$

برای $x_1, x_2 \in R^n$ و به ترتیب با $\|x_1 - x_2\| \leq \varepsilon_A$ ، $\|x_1 - x_2\| \leq \varepsilon_C$ و $\|x_1 - x_2\| \leq \varepsilon_B$ صادق باشند. آنگاه رؤیت-گر پیشنهادی یک رؤیت‌گر نمایی است، به شرطی که پارامتر طراحی α نامساوی زیر را برآورده کند

$$\alpha > \frac{\bar{c}k_C \sigma p}{\underline{r}} + k_A \sigma + k_B \rho - \frac{qp}{2\bar{p}^2} \quad (۱۹)$$

که در آن $\underline{r} = \lambda_{\min}(R)$ و $q = \lambda_{\min}(Q)$ می‌باشد.

اجازه دهید قبل از اثبات قضیه نکات زیر را در خصوص شرایط پایداری فوق بیان نماییم.

تکته ۱: نامساوی‌های (۱۳) و (۱۴) شرایط سخت‌گیرانه‌ای نیستند. به طور مشخص، در بسیاری از کاربردها متغیرهای حالت، که اغلب نماینده کمیت‌های فیزیکی هستند، کراندارند. کراندار بودن ورودی کنترل نیز یک فرض بدیهی به نظر می‌رسد. بنابراین، نامساوی‌های (۱۴) به آسانی برآورده می‌شوند. وانگهی، اگر $C(x)$ (۱۳) را برای هر مقدار معقول از بردار حالت ارضاء کند، بدون از دست دادن کلیت مساله، می‌توانیم فرض کنیم که (۱۳) نیز در حالت کلی صادق است.

تکته ۲: نامساوی (۱۵) که به نظر شرط کلیدی در تحلیل پایداری است، به طور نزدیکی به خصوصیات رؤیت‌پذیری و آشکاری‌پذیری سیستم تحت مشاهده ارتباط پیدا می‌کند. این موضوع در بخش بعد بحث شده است.

تکته ۳: فرض شرایط لیپ‌شیتز (۱۶) تا (۱۸) بسیار مرسوم است و در [12] و بسیاری دیگر از مقالات نیز در نظر گرفته شده‌اند. در نتیجه، در مقایسه با مطالعات قبلی بر روی رؤیت‌گرهای SDRE هیچ شرط محدود کننده جدیدی برای نمایش SDC انتخابی تحمیل نشده است. در ضمن، درجات آزادی اضافی که در هر تکنیک مبتنی بر SDRE فراهم می‌گردد، علاوه بر به کارگیری در بهبود عملکرد، پرهیز از تکنیکی یا

$$\dot{V}(e(t), t) \leq -2\alpha e^T(t) \Pi(t) e(t) + 2\kappa \|e(t)\|^2 - e^T(t) [\Pi(t) Q \Pi(t) + C^T(\hat{x}(t)) R^{-1} C(\hat{x}(t))] e(t) \quad (31)$$

کوچکترین مقدار ویژه ماتریس مثبت معین Q را با $\underline{q}$ نشان داده‌ایم. پس داریم $\underline{q}I < Q$. این نامساوی به همراه کران‌های (۱۵) برای $P(t)$ ، نامساوی زیر را به دنبال دارد

$$\dot{V}(e(t), t) \leq -2\alpha V(e(t), t) - \left(\frac{\underline{q}}{\bar{p}^2} - 2\kappa \right) \|e(t)\|^2 \quad (32)$$

با توجه به نامساوی (۲۶) می‌توان نوشت

$$-\|e(t)\|^2 \leq -\underline{p} V(e(t), t) \leq -\frac{\underline{p}}{\bar{p}} \|e(t)\|^2 \quad (33)$$

لذا، با جایگذاری (۳۳) در (۳۲) برای $\|e(t)\| \leq \varepsilon$ خواهیم داشت:

$$\dot{V}(e(t), t) \leq -\left(2\alpha + \frac{\underline{q}\underline{p}}{\bar{p}^2} - 2\kappa \underline{p} \right) V(e(t), t) \quad (34)$$

بنابراین اگر $2\alpha + \frac{\underline{q}\underline{p}}{\bar{p}^2} - 2\kappa \underline{p} > 0$ باشد، آنگاه نتیجه می‌شود که

$\dot{V}(e(t), t)$ به صورت محلی منفی معین است. به این ترتیب، با بهره بردن از نتایج متداول در مورد روش مستقیم لیپانوف (به عنوان مثال [۱۴]، بخش ۵-۳) را ببینید)، استنباط می‌شود که معادله دیفرانسیل (۹) یک نقطه تعادل پایدار مجانبی یکنواخت در مبدا دارد. افزون بر این، با جداسازی متغیرها و انتگرال‌گیری خواهیم داشت

$$V(e(t), t) \leq V(e(0), 0) \exp\left(-\left[2\alpha + \frac{\underline{q}\underline{p}}{\bar{p}^2} - 2\kappa \underline{p}\right] t\right) \quad (35)$$

که به انضمام نامساوی (۲۶) منجر می‌شود به

$$\|e(t)\| \leq \sqrt{\bar{p}/\underline{p}} \|e(0)\| \exp\left(-\left[\alpha + \frac{\underline{q}\underline{p}}{2\bar{p}^2} - \kappa \underline{p}\right] t\right) \quad (36)$$

به عبارت دیگر، نامساوی (۱۳) با $\eta = \sqrt{\bar{p}/\underline{p}}$ و $\theta^{-1} = \alpha + \underline{q}\underline{p}/2\bar{p}^2 - \kappa \underline{p}$ این نکته اثبات قضیه ۱ را به پایان می‌رساند. ■

نکته ۷: به ازای $\alpha = 0$ رؤیت‌گر SDRE دیفرانسیلی استاندارد (همان SDDRE) حاصل می‌شود که، با توجه به قضیه فوق، یک رؤیت‌گر نمایی است اگر نامساوی زیر برقرار باشد.

$$\frac{\underline{q}\underline{p}}{2\bar{p}^2} - \kappa \underline{p} > 0 \quad (37)$$

نکته ۸: بدیهی است که برآوردن (۱۹) بسیار آسان‌تر از (۳۷) است که بسیاری از پارامترهای آن در اختیار ما نیست. به این ترتیب، نه تنها یک رؤیت‌گر غیرخطی با پایداری نمایی تضمین شده پیشنهاد شده، بلکه پایداری رؤیت‌گر SDDRE زمان-پیوسته در یک قالب جدید تحلیل شده است.

با در نظر گرفتن نامساوی‌های (۲۲)، $\|\Pi\| \leq 1/\underline{p}$ ، $\|C\| \leq \bar{c}$ و $\|R^{-1}\| \leq 1/\underline{r}$ برای $\|x - \hat{x}\| \leq \varepsilon$ با $\varepsilon = \min(\varepsilon_A, \varepsilon_B, \varepsilon_C)$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \left\| (x - \hat{x})^T \Pi \varphi(x, \hat{x}, u) - (x - \hat{x})^T \Pi K \chi(x, \hat{x}) \right\| \leq \\ & \|x - \hat{x}\| \left\| \frac{(k_A \sigma + k_B \rho)}{\underline{p}} \|x - \hat{x}\| + \|x - \hat{x}\| \frac{\bar{c} k_C \sigma}{\underline{r}} \|x - \hat{x}\| \right\| \quad (23) \end{aligned}$$

به این ترتیب، نامساوی (۱۹) بلافاصله با

$$\kappa = \frac{(k_A \sigma + k_B \rho)}{\underline{p}} + \frac{\bar{c} k_C \sigma}{\underline{r}} \quad (24)$$

نتیجه می‌شود.

اثبات قضیه ۱- معادله دیفرانسیل (۹) برای خطای تخمین را در نظر می‌گیریم و با در نظر گرفتن تابع لیپانوف زیر، پایداری نمایی آن را ثابت می‌کنیم

$$V(e(t), t) = e^T(t) \Pi(t) e(t) \quad (25)$$

که در آن $\Pi(t) = P^{-1}(t)$ می‌باشد. به دلیل برقراری نامساوی (۱۵)، کران‌های زیر را برای تابع لیپانوف داریم

$$\frac{1}{\bar{p}} \|e(t)\|^2 \leq V(e(t), t) \leq \frac{1}{\underline{p}} \|e(t)\|^2 \quad (26)$$

این معادله بیان می‌دارد که $V(e(\cdot), \cdot)$ مثبت معین و کاهنده بوده و لذا، یک تابع کاندید لیپانوف مناسب است. مشتق زمانی تابع لیپانوف به صورت زیر است:

$$\dot{V}(e(t), t) = \dot{e}^T(t) \Pi(t) e(t) + e^T(t) \dot{\Pi}(t) e(t) + e^T(t) \Pi(t) \dot{e}(t) \quad (27)$$

با جاگذاری $\dot{e}(t)$ از معادله دیفرانسیل (۹) و بعد از اندکی مرتب‌سازی جملات، خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t), t) &= e^T(t) \dot{\Pi}(t) e(t) + \\ & e^T(t) [A(\hat{x}(t)) - K(t)C(\hat{x}(t))]^T e(t) \\ & + e^T(t) \Pi(t) [A(\hat{x}(t)) - K(t)C(\hat{x}(t))] e(t) \\ & + 2e^T(t) \Pi(t) [\varphi(x(t), \hat{x}(t), u(t)) - K(t)\chi(x(t), \hat{x}(t))] \end{aligned} \quad (28)$$

با استناد به لم ۱ به همراه مد نظر قراردادن معادله (۴) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t), t) &\leq e^T(t) [\dot{\Pi}(t) + \Pi(t)A(\hat{x}(t)) + A^T(\hat{x}(t))\Pi(t) \\ & - 2C^T(\hat{x}(t))R^{-1}C(\hat{x}(t))] e(t) + 2\kappa \|e(t)\|^2 \end{aligned} \quad (29)$$

که در آن $\|e(t)\| \leq \varepsilon$ و κ با معادله (۲۴) داده می‌شود و $\varepsilon = \min(\varepsilon_A, \varepsilon_B, \varepsilon_C)$ است. در نظر گرفتن رابطه زیر

$$\dot{\Pi}(t) = -\Pi(t)\dot{P}(t)\Pi(t) \quad (30)$$

به همراه معادله ریکاتی دیفرانسیلی (۵) نتیجه می‌دهند

(۱) ماتریس طراحی Q مثبت معین و ماتریس سیستم $A(x)$ نرم محدود داشته باشد، یعنی $\|A\| \leq \infty$ ،

(۲) نمایش SDC به گونه‌ای انتخاب شود که زوج $\{C(x), A(x) + \alpha I\}$ بر طبق تعریف ۳ آشکارپذیر یکنواخت باشد،

(۳) شرط اولیه $P(0)$ در معادله ریکاتی دیفرانسیلی (۵) مثبت معین باشد.

آنگاه $P(t)$ نامساوی (۱۵) را برآورده می‌کند.

اثبات- این لم که مستقیماً از [۱۳، قضایای ۴ و ۷] نتیجه می‌شود، در پیوست آمده است. ■

به طور خلاصه، لم فوق نشان می‌دهد که نامساوی (۱۵) می‌تواند با شرطی با معنی فیزیکی در مورد آشکارپذیری یکنواخت سیستم جایگزین گردد. این موضوع یک نکته بسیار مهم را یادآوری می‌کند.

نکته ۱۱: در صورتی که سیستم غیرخطی داده شده با (۱) با تعبیر (۳۸) آشکارپذیر یکنواخت باشد، آنگاه، زوج $\{C(x), A(x) + \alpha I\}$ نیز برای همان تابع ماتریسی کراندار آشکارپذیر یکنواخت خواهد بود، به شرطی که $\alpha < \gamma$ باشد. می‌توان نشان داد که عکس این مطلب نیز همواره صحیح است.

۵- نتایج شبیه‌سازی

۵-۱ مدل غیرخطی درجه دوم

سیستم غیرخطی بدون ورودی و زمان-پیوسته زیر را با بردار حالت $x = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$ در نظر بگیرید

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = 0.01x_1(t) - x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t) - 0.003x_2^2(t) \end{cases} \quad (۳۹)$$

$$y(t) = x_1(t) \quad (۴۰)$$

این مدل را می‌توان به صورت زیر پارامتریزه نمود

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(x)x \\ y(t) &= C(x)x \end{aligned} \quad (۴۱)$$

که در آن،

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0.01 & -1 \\ 1 & -0.003x_2 \end{bmatrix} \quad (۴۲)$$

و $C(x) = [1 \ 0]$ یک ماتریس ثابت است. ماتریس رؤیت‌پذیری وابسته به حالت عبارت است از

نکته ۹: اگر $\frac{qp}{2p^2} - \kappa p > 0$ ، در واقع اگر رؤیت‌گر SDDRE اصلی

پایدار نمایی باشد، آنگاه ثابت زمانی θ برای کاهش نمایی خطا در نامساوی (۱۲)، $\theta < \alpha^{-1}$ را برآورده می‌کند. در این وضعیت، با انتخاب یک مقدار مناسب $\alpha > 0$ و با استفاده از $\theta < \alpha^{-1}$ ، مشاهده می‌شود که ثابت θ در (۱۲) می‌تواند از پیش اختصاص یابد. به عبارت دیگر یک رؤیت‌گر با درجه پایداری تعیین‌شده خواهیم داشت.

۴- آشکارپذیری نمایش SDC

با توجه به معادله (۱۵)، برای اثبات همگرایی خطای تخمین نیازمند اعمال کران‌هایی بر روی پاسخ $P(t)$ در معادله ریکاتی دیفرانسیلی (۵) هستیم. نتایج جالب توجه‌ای درباره رابطه بین رؤیت‌پذیری سیستم غیرخطی و وجود پاسخ‌های مثبت معین و کراندار برای معادلات ریکاتی دیفرانسیلی، در [۱۳] ارائه گردیده است. همچنین به کمک حل مسائل کنترل بهینه دوگان، کران‌های بالا و پائین برای کوواریانس خطا، $P(t)$ ، بدست آمده‌اند.

در [۱۶]، یک رؤیت‌گر زمان-گسسته مبتنی بر SDRE در نظر گرفته شده و کران‌هایی برای معادله ریکاتی حاصل شده‌اند. این کران‌ها از یک شرط رؤیت‌پذیری یکنواخت استنتاج می‌شوند. اما در آن تحقیق، سیستم غیرخطی مشابه یک سیستم خطی غیر متغیر با زمان تلقی شده و واقعیت وابستگی به حالت نادیده گرفته شده است. در این قسمت، بر اساس نتایج نشان شده در [۱۳]، بحث می‌کنیم که چگونه مفهوم آشکارپذیری یکنواخت زیر به کراندار بودن پاسخ $P(t)$ در معادله SDDRE زمان-پیوسته (۵) مرتبط می‌گردد.

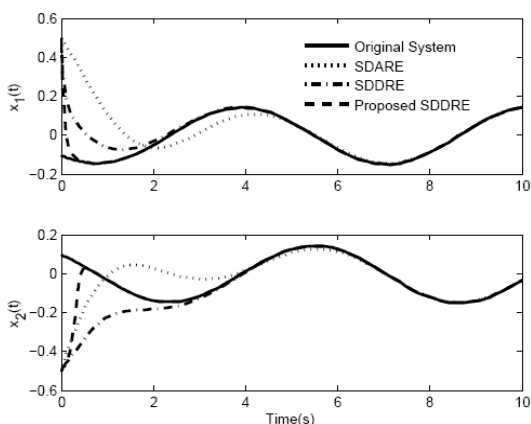
تعریف ۳- زوج $\{C(x), A(x)\}$ یک پارامتریزه کردن SDC آشکارپذیر یکنواخت برای سیستم (۱) نامیده می‌شود، اگر یک تابع ماتریسی کراندار همچون $\Lambda(x)$ و عدد حقیقی $\gamma > 0$ وجود داشته باشند به گونه‌ای که برای هر $w, x \in R^n$ رابطه زیر تحقق یابد

$$w^T [A(x) + \Lambda(x)C(x)] w \leq -\gamma \|w\|^2 \quad (۳۸)$$

علت معرفی تعریف ۳- به اثبات لم ۲- برمی‌گردد.

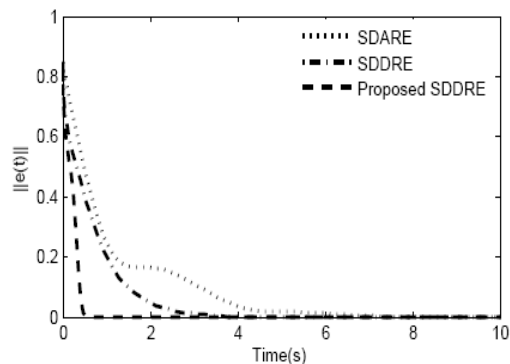
نکته ۱۰: شرط کنترل‌پذیری نقطه‌ای لزوماً معادل کنترل‌پذیری غیرخطی نیست. همین مطلب در مورد شرط آشکارپذیری یکنواخت ارائه شده در تعریف ۳ و رؤیت‌پذیری غیرخطی سیستم نیز صادق است.

لم ۲- سیستم غیرخطی پایدارپذیر توصیف شده با معادله (۱) را به همراه پاسخ $P(t)$ از معادله ریکاتی دیفرانسیلی (۵) را نظر بگیرید. فرض کنید که شرایط زیر برقرار باشند.

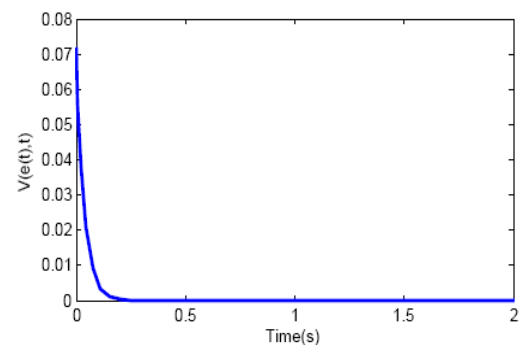


شکل ۱: حالت واقعی $x(t)$ و حالت تخمینی $\hat{x}(t)$ حاصل از رهیتم‌گرهای SDARE، SDDRE و رهیتم‌گر پیشنهادی

به منظور انجام مقایسه، رهیتم‌گرهای SDARE و SDDRE استاندارد را نیز از شرایط اولیه یکسان و با مقادیر مشابه برای ماتریس‌های وزنی R و Q شبیه‌سازی شده‌اند. شکل ۱ حالت‌های واقعی و تخمینی بدست آمده از این سه رهیتم‌گر را نشان می‌دهد و شکل ۲ نرم خطا در تخمین‌ها را به تصویر می‌کشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، رهیتم‌گر پیشنهادی در مقایسه با دو رهیتم‌گر دیگر، به مراتب بهتر عمل می‌کند. شکل ۳ تابع لیپانوف (۲۵) را برای رهیتم‌گر پیشنهادی نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود که برای همه زمانهای $t > 0$ ، تابع $V(e(t), t)$ مثبت معین و کاهشی است. این موضوع همگرایی و پایداری رهیتم‌گر پیشنهادی را تأیید می‌کند.



شکل ۲: نرم خطای تخمین برای سه رهیتم‌گر مبتنی بر SDRE متفاوت



شکل ۳: مقادیر زمانی تابع لیپانوف $V(e(t), t)$ برای رهیتم‌گر پیشنهادی

$$O(x) = \begin{bmatrix} C(x) \\ C(x)A(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.01 & -1 \end{bmatrix} \quad (۴۳)$$

چون $O(x)$ در سرتاسر R^2 رتبه کامل است، سیستم رهیتم‌پذیر نقطه‌ای است. همچنین، می‌توان تصدیق کرد که این ماتریس‌ها شرط آشکاری‌پذیری یکنواخت در تعریف ۳ را با تابع ماتریسی کراندار زیر

$$\Lambda(x) = \begin{bmatrix} -(0.01+a) + 0.003x_2 \\ (b-1) + 0.003(-a + 0.003x_2) \end{bmatrix} \quad (۴۴)$$

و برای اعداد حقیقی مثبت a و b برآورده می‌کنند. زوج $\{C(x), A(x) + \alpha I\}$ نیز با تابع ماتریسی داده شده در (۴۴) آشکاری‌پذیر یکنواخت است، اگر نامساوی زیر برقرار باشد

$$2\alpha < a < \frac{\alpha^2 + b}{\alpha} \quad (۴۵)$$

توجه کنید که لازم است $\alpha < \sqrt{b}$ باشد. برای یک پارامتر طراحی معین $\alpha > 0$ ، همواره می‌توان مقادیر $a, b > 0$ را به گونه‌ای انتخاب کرد که نامساوی فوق تأمین شود. بنابراین، با توجه به لم ۲ معادله ریگاتی دیفرانسیلی (۵) یک پاسخ کراندار و مثبت معین خواهد داشت.

آشکارا، ماتریس خروجی C یک ماتریس لپ‌شیتز بوده و نامساوی (۱۸) را با هر عدد حقیقی مثبت k_c برآورده می‌سازد. از (۴۲) نتیجه می‌شود که برای هر $x, \tilde{x} \in R^2$

$$\|A(x) - A(\tilde{x})\| \leq k_A \|x - \tilde{x}\| \quad (۴۶)$$

که در آن $k_A = 0.003$. حال سیستم را از حالت اولیه $x_0 = [-0.1 \ 0.1]^T$ رهیتم‌گر SDRE پیشنهادی نیز با استفاده از (۳) تا (۵) و با حالت اولیه $\hat{x}_0 = [0.5 \ -0.5]^T$ پیاده‌سازی شده است. پارامترهای طراحی را به صورت $R = 1$ ، $Q = 10I_2$ ، $P(0) = 10I_2$ ، $\alpha = 10$ انتخاب کرده‌ایم. مقادیر $\bar{c}$ ، $\bar{p}$ ، $\bar{q}$ ، $\underline{r}$ ، $\underline{p}$ ، $\underline{q}$ و σ نیز محاسبه شده و در جدول ۱ آورده شده‌اند. همان‌گونه که در این جدول مشاهده می‌شود نامساوی (۱۹) برآورده شده است. بنابراین، در این مثال مادامی که $t \rightarrow \infty$ ، $e(t)$ به صورت نمایی به صفر میل خواهد کرد. توجه کنید که در این مثال $k_B \rho = 0$ است. اگرچه، به راحتی می‌توان نشان داد که در این مثال شرایط مذکور در نکته ۱۰ تأمین می‌شود و لذا، نامساوی (۱۹) به طور خودکار صادق خواهد بود.

جدول ۱: مقادیر کران‌های مختلف در قضیه ۱ و برای مدل غیرخطی درجه دوم

Bound	$\bar{c}$	$\underline{p}$	$\bar{p}$	$\underline{r}$	$\underline{q}$
Value	1	10	84.6	1	10
Bound	σ	k_A	k_C	α	$\alpha - \frac{\bar{c}k_C\sigma\underline{p}}{\underline{r}} - k_A\sigma + \frac{q\underline{p}}{2\underline{p}^2}$
Value	0.149	0.003	0.1	10	9.86

۲-۵ موتور القایی

برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی، از آن برای تخمین شار و سرعت زاویه‌ای ماشین‌های القایی استفاده می‌کنیم (به عنوان مثال [۱۷، ۱۸] را ببینید). معادلات حالت نرمالیزه شده یک ماشین القایی سه فاز متقارن به صورت زیر ارائه شده اند:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= k_1 x_1(t) + u_1(t) x_2(t) + k_2 x_3(t) + u_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -u_1(t) x_1(t) + k_1 x_2(t) + k_2 x_4(t) \\ \dot{x}_3(t) &= k_3 x_1(t) + k_4 x_3(t) + (u_1(t) - x_5(t)) x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) &= k_3 x_2(t) - (u_1(t) - x_5(t)) x_3(t) + k_4 x_4(t) \\ \dot{x}_5(t) &= k_5 (x_1(t) x_4(t) - x_2(t) x_3(t)) + k_6 u_3(t)\end{aligned}\quad (۴۷)$$

که x_1, x_2 و x_3, x_4 به ترتیب مولفه‌های شار استاتور و روتور در صفحه عمود بر محور چرخش هستند و x_5 معرف سرعت زاویه‌ای است. ورودی‌ها توسط u_1 به عنوان فرکانس ولتاژ استاتور، u_2 به عنوان دامنه ولتاژ استاتور و u_3 به عنوان گشتاور بار معرفی می‌شوند. پارامترهای ثابتی هستند که به ساختمان ماشین و سیستم درایو در نظر گرفته شده بستگی دارند. معادله مشاهده سیستم با رابطه زیر داده می‌شود

$$\begin{aligned}y_1(t) &= k_7 x_1(t) + k_8 x_3(t) \\ y_2(t) &= k_7 x_2(t) + k_8 x_4(t)\end{aligned}\quad (۴۸)$$

که در آن، k_7 و k_8 پارامترهای تعریف شده توسط کاربر بوده، و لذا $y_1(t)$ و $y_2(t)$ جریان‌های استاتور نرمالیزه شده می‌باشند.

نمایش SDC زیر برای (۴۷) و (۴۸) را در نظر بگیرید که در آن پارامتر t حذف شده است.

$$A(x) = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 & 0 & k_2 & 0 \\ k_3 & 0 & k_4 & -x_5 & 0 \\ 0 & k_3 & 0 & k_4 & x_3 \\ k_5 x_4 & -k_5 x_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\quad (۴۹)$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} x_2 & 1 & 0 \\ -x_1 & 0 & 0 \\ x_4 & 0 & 0 \\ -x_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_6 \end{bmatrix}\quad (۵۰)$$

$$C(x) = \begin{bmatrix} k_7 & 0 & k_8 & 0 & 0 \\ 0 & k_7 & 0 & k_8 & 0 \end{bmatrix}\quad (۵۱)$$

دلیل اصلی به کارگیری نمایش فوق از میان انتخاب‌های ممکن متعدد، در ساده‌تر برآورده کردن شرایط لپ‌شیتز (۱۶) تا (۱۸) نهفته است. بدیهی است که، نامساوی (۱۸) با ماتریس خروجی (۵۱) بلافاصله برآورده می‌گردد. اما، بررسی لپ‌شیتز بودن ماتریس‌های

(۴۹) و (۵۰) راحت نبوده و مستلزم اندکی محاسبه است. برای هر $x, \hat{x} \in R^5$ در مورد $B(x)$ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\|B(x) - B(\hat{x})\| &= \sqrt{(x_1 - \hat{x}_1)^2 + (x_2 - \hat{x}_2)^2 + (x_3 - \hat{x}_3)^2 + (x_4 - \hat{x}_4)^2} \\ &\leq k_B \|x - \hat{x}\|\end{aligned}\quad (۵۲)$$

که k_B می‌تواند هر عدد حقیقی مثبتی باشد. بنابراین (۱۷) نیز صادق است. همچنین، در مورد $A(x)$ داریم

$$\|A(x) - A(\hat{x})\| = \max \left(|x_3 - \hat{x}_3|, |x_5 - \hat{x}_5|, \frac{k_5 \sqrt{(x_3 - \hat{x}_3)^2 + (x_4 - \hat{x}_4)^2}}{k_5} \right)\quad (۵۳)$$

بنابراین، کمیت $\|A(x) - A(\hat{x})\|$ بسته به موقعیت نسبی بردارهای x و $\hat{x}$ و همین‌طور مقدار پارامتر k_5 متفاوت بوده، و یکی از مقادیر داخل پرانتز را اختیار می‌کند. با این وجود، می‌توان گفت که نامساوی (۱۶) نیز به ازای $k_A = \max(1, k_5)$ برقرار خواهد بود. بعلاوه، کراندار بودن ماتریس $C(x)$ در (۵۱) نیز امری آشکار است. به همین ترتیب، به موجب محدود بودن کمیت‌های فیزیکی همچون دامنه و فرکانس ولتاژ استاتور و گشتاور بار، و با توجه به پایداری سیستم توسط ورودی-های کنترل می‌توان صحت نامساوی‌های (۱۵) را تأیید نمود. همچنین، می‌توان نشان داد که نمایش SDC داده شده با ماتریس‌های (۴۹) تا (۵۱)، شرط آشکارپذیری نقطه‌ای و در نتیجه شرط آشکارپذیری یکنواخت در لم ۲ را تأمین می‌کند. بنابراین، کراندار و مثبت معین بودن پاسخ معادله ریگاتی (۵) نیز نتیجه می‌شود.

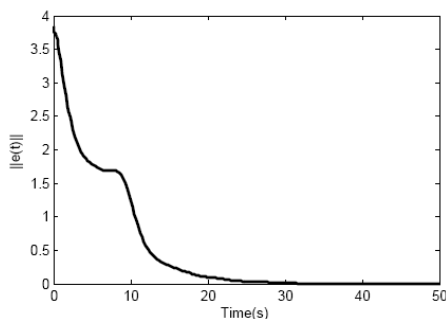
برای انجام شبیه‌سازی‌ها، مقدار پارامترهای موتور را به صورت $k_1 = -0.186$ ، $k_2 = 0.178$ ، $k_3 = 0.225$ ، $k_4 = -0.234$ ، $k_5 = -0.081$ ، $k_6 = -0.018$ ، $k_7 = 4.643$ و $k_8 = -4.448$ قرار می‌دهیم، و بردار ورودی را $u(t) = [1 \ 1 \ 0]^T$ فرض می‌کنیم.

ابتدا وضعیتی متناظر با یک خطای اولیه کوچک را در نظر می‌گیریم. برای این منظور، حالت اولیه سیستم و رؤیت‌گر را به ترتیب برابر $x(0) = [0.2 \ -0.6 \ -0.4 \ 0.1 \ 0.3]$ و $\hat{x}(0) = [0.3 \ -0.3 \ 0.2 \ 0 \ 0.7]$ قرار می‌دهیم. به منظور انجام مقایسه، رؤیت‌گرهای SDARE و SDDRE را نیز برای حالت‌های اولیه یکسان شبیه‌سازی کرده‌ایم. جدول ۲ پارامترهای طراحی را برای هر یک از این دو رؤیت‌گر و همین‌طور برای رؤیت‌گر پیشنهادی نشان می‌دهد.

جدول ۲: پارامترهای طراحی رؤیت‌گرهای SDARE، SDDRE و رؤیت‌گر SDRE نمایی در مثال موتور القایی

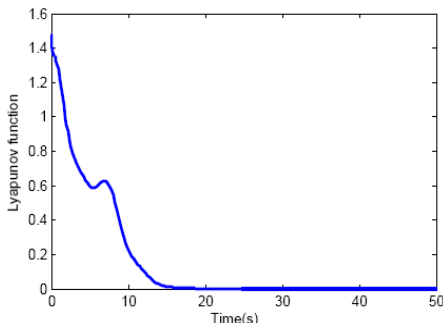
Design Parameter	Q	R	P _o	α
Observer Type				
SDARE	I ₅	10I ₂	-	-
SDDRE	I ₅	I ₂	I ₂	-
Proposed SDRE	I ₅	I ₂	10I ₂	2

مقادیر واقعی و تخمینی بدست آمده از این سه رؤیت‌گر برای اولین متغیر حالت (یکی از مولفه‌های شار استاتور)، $x_1(t)$ و پنجمین متغیر حالت (سرعت زاویه‌ای)، $x_5(t)$ به ترتیب در شکل‌های ۴ و ۵



شکل ۷: نرم خطای تخمین برای رهیتر SDRE پیشنهادی به ازای خطای اولیه بزرگ

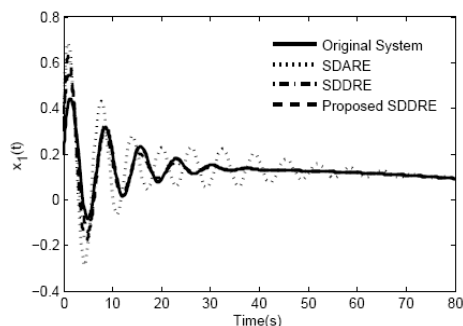
همان گونه که در شکل ۶ ملاحظه می‌گردد، خطای تخمین برای رهیتر پیشنهادی به صفر میل می‌کند، در حالی که برای رهیتر SDDRE واگرا می‌شود. به طور کلی، شبیه‌سازی‌های بیشتر نشان می‌دهند که رهیتر پیشنهادی معمولاً حوزه جذب بزرگ‌تری از رهیتر SDDRE استاندارد دارد. به عبارت دیگر، خطای تخمین اولیه می‌تواند بزرگ‌تر باشد. البته، انتخاب بی‌دقت پارامتر آزاد α و $P(0)$ می‌تواند موجب ایجاد نوسانات نامطلوبی شود. شکل ۷ نرم خطای بین حالت واقعی و حالت تخمینی را برای رهیتر مبتنی بر SDRE پیشنهادی به تصویر می‌کشد. مقدار تابع لیپانوف (۲۵) نیز در شکل ۸ آورده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، در طول بازه زمانی کوتاهی تابع لیپانوف $V(e(t), t)$ افزایش می‌کند. این نکته تأییدی بر کافی بودن شرایط بدست آمده در قضیه ۱ دارد.



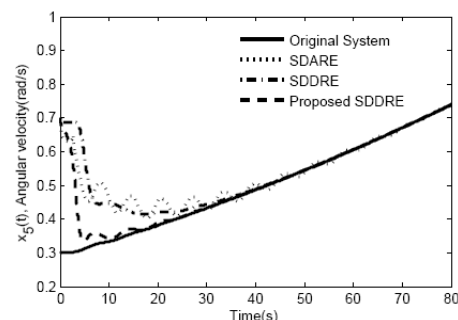
شکل ۸: تابع لیپانوف $V(e(t), t)$ برای رهیتر SDRE پیشنهادی به ازای خطای اولیه بزرگ

قابل ذکر است که نتایج این قسمت تنها شرایط کافی برای تضمین همگرایی نمای خطای تخمین به سمت صفر را فراهم می‌کند و شرط لازم و کافی نمی‌باشند. همان‌گونه که در مثال مربوط به ماشین القایی مشاهده شده است، از آنجایی که کران‌های بدست آمده با استفاده از عملگرهای نرم محافظه‌کارانه می‌باشند، تأمین این شرایط کافی در برخی از کاربردها آسان نخواهد بود. تنظیم پارامتر آزاد α و حالت اولیه $P(0)$ در معادله ریگاتی دیفرانسیلی (۵) تأثیر بسزایی بر عملکرد رهیتر پیشنهادی دارد. مخصوصاً زمانی که شرایط کافی مذکور در قضیه ۱ برآورده نشوند یا تأیید صحت آن‌ها به سادگی امکان‌پذیر نباشد، این موضوع حساس‌تر می‌شود. در چنین مواردی، برای جلوگیری از ایجاد نوسانات نامطلوب در خروجی رهیتر

نمایش داده شده‌اند. مشاهده می‌شود که با برآورده شده شرایط قضیه ۱، تخمین‌های حالت حاصل از رهیتر پیشنهادی به سمت مقادیر واقعی متناظرشان همگرا می‌شوند. بعلاوه، همچون مثال مدل درجه دوم، رهیتر SDRE نمای عملکرد بهتری را به دنبال دارد.

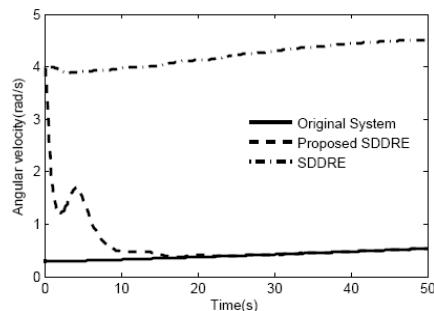


شکل ۹: حالت واقعی $x_1(t)$ و مقادیر تخمینی بدست آمده از رهیتر گرهی SDARE، SDDRE و رهیتر پیشنهادی به ازای خطای تخمین اولیه کوچک



شکل ۱۰: سرعت زاویه‌ای واقعی و مقادیر تخمینی بدست آمده از سه رهیتر گرهی بر SDRE متفاوت به ازای خطای تخمین اولیه کوچک

اکنون، با همان حالت اولیه قبلی برای سیستم و حالت اولیه $\hat{x}(0) = [0.5 \ 0.1 \ 0.3 \ -0.2 \ 4]^T$ برای رهیتر، وضعیتی متناظر با یک خطای اولیه بزرگ را متصور می‌شویم. رهیتر پیشنهادی با مقادیر $P(0) = 100I_2$ و $R = I_2$ ، $Q = I_5$ ، $\alpha = 1$ شبیه‌سازی شده است. رهیتر SDDRE معمول نیز با فرض $P(0) = 10I_2$ و $R = I_2$ ، $Q = 10I_5$ شبیه‌سازی می‌شود و شکل‌های ۶ تا ۸ نتایج شبیه‌سازی را نشان می‌دهند.



شکل ۱۱: سرعت زاویه‌ای $x_5(t)$ برای سیستم اصلی، رهیتر SDDRE مرسوم و رهیتر پیشنهادی به ازای خطای تخمین اولیه بزرگ

- [7] C. P. Mracek, J. R. Cloutier, and C. A. D'Souza, "A new technique for nonlinear estimation," Proc. of the 1996 IEEE Int. Conf. on Control Applications, Dearborn, MI, pp. 338-343, 1996.
- [8] C. M. Ewing, "An analysis of the state-dependent Riccati equation nonlinear estimation technique," In Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Denver, CO, 2000.
- [9] J. R. Cloutier, "State dependent Riccati equation techniques: An overview," In Proc. of the American Control Conference, Albuquerque, New Mexico, pp. 932-936, 1997.
- [10] D. Haessig and B. Friedland, "State dependent differential Riccati equation for nonlinear estimation and control," IFAC 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain, 2002.
- [11] R. R. Harman and I. Y. Bar-Itzhack, "Pseudolinear and state-dependent Riccati equation filters for angular rate estimation," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 22, no. 5, pp. 723-725, 1999.
- [12] H. T. Banks, B. M. Lewis, and H. T. Tran, "Nonlinear feedback controllers and compensators: a state-dependent Riccati equation approach," Computational Optimization and Applications, vol. 39, no. 2, pp. 177-218, March 2009.
- [13] J. S. Baras, A. Bensoussan, and M. R. James, "Dynamic observers as asymptotic limits of recursive filters: Special cases," SIAM Journal on Applied Mathematics, vol. 48, no. 5, pp. 1147-1158, Oct. 1988.
- [14] M. Vidyasagar, Nonlinear Systems Analysis, 2nd ed., Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993.
- [15] S. R. Kou, D. L. Elliot, and T. J. Tarn, "Exponential observers for nonlinear dynamic systems," Information and Control, vol. 29, pp. 204-216, 1975.
- [16] C. Jaganath, A. Ridley, and D. S. Bernstein, "A SDRE-based asymptotic observer for nonlinear discrete-time systems," Proc. of American Control Conference, Portland, pp. 3630-3635, 2007.
- [17] L. Salvatore, S. Stasi, and L. Tarchioni, "A new EKF-based algorithm for flux estimation in induction machines," IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 40, no. 5, pp. 496-504, Oct. 1993.
- [18] M. Karabacak, H. Ibrahim Eskikurt, "Speed and current regulation of permanent magnet synchronous motor via nonlinear and adaptive backstepping control", Mathematical and Computer Modelling, Available online 31 January 2011.

پیشنهادی، لازم است تا این پارمترها با صرف وقت بیشتری انتخاب شوند.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله، برای مشکل رویت‌ناپذیری فاصله دو هواپیما از تصاویر دوربین در موارد ناشناخته‌بودن ابعاد هواپیمای پیشرو، الگوریتمی ارائه شده است که با اعمال مانور در قالب شتاب مشخص به هواپیمای تعقیب-کننده، ابعاد هواپیمای پیشرو را تخمین می‌زند. با در اختیار داشتن ابعاد هواپیمای پیشرو، محاسبه فاصله دو هواپیما از تصاویر دوربین، به سادگی امکان‌پذیر خواهد بود. این روش برای اهداف شتابدار نیز تخمین مناسبی از فاصله به دست داده است. در ادامه الگوریتم تخمین کالمن به عنوان یک الگوریتم بر مبنای رویتگر با فرضیات ساده، فاصله دو هواپیما را به خوبی تخمین زد. این الگوریتم با فرض شتاب برای هواپیمای پیشرو با مشکل همگرایی مواجه می‌شود. مشکل ناشناخته‌بودن شتاب هواپیمای پیشرو از تصاویر دوربین و همچنین تأثیرات نامطلوب باد به کمک کنترل‌کننده مدلفزشی طراحی شده در این مقاله برطرف شده است. این کنترل‌کننده برخلاف سایر کنترل‌کننده‌های مورد استفاده در بررسی‌های مشابه، در عین سادگی در طراحی، عملکردی مقاوم در برابر شتاب ناشناخته هواپیمای پیشرو و اثرات نامطلوب باد، از خود نشان داده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل‌کننده مدلفزشی طراحی شده در این مقاله، توانسته‌است اهداف ردیابی را با سیگنال کنترل هموار با انرژی کم، برآورده کند.

مراجع

- [1] A. J. Krener and W. Respondek, "Nonlinear observer with linearizable error dynamics," SIAM J. Control & Optim., vol. 23, pp. 197-216, 1985.
- [2] B. L. Walcott, M. J. Corless, and S. H. Zak, "Comparative study of nonlinear state-observation technique," International Journal of Control, vol. 45, no. 6, pp. 2109-2132, June 1987.
- [3] E. Yaz and A. Azemi, "Sliding mode observer for nonlinear models with unbounded noise and measurement uncertainties," Dynamics and Control, vol. 3, pp. 217-235, 1993.
- [4] E. Yaz and A. Azemi, "Observers design for discrete and continuous nonlinear stochastic systems," International Journal of Systems Science, vol. 24, no. 12, pp. 2289-2302, 1993.
- [5] G. Bornard and H. Hammouri, "A high gain observer for a class of uniformly observable systems," Proc. of 30th IEEE CDC, pp. 1494-1496, 1991.
- [6] A. Gelb, Applied Optimal Estimation, The M.I.T Press, Cambridge, 2001.

طراحی یک رویگر مود لغزشی جدید برای سیستم های خطی با ورودی ناشناخته و تاخیر زمانی

علی اشرف مدرس^۱، حمیدرضا مؤمنی^۲

^۱ فارغ التحصیل دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، modarres@mapna.com

^۲ دانشیار، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، momeni_h@modares.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۹/۲۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۱۲/۱۳)

چکیده: در این مقاله یک رویگر مود لغزشی جدید برای تخمین حالت های سیستم های خطی دارای تاخیر زمانی نامعین متغیر با زمان و در حضور ورودی ناشناخته ارائه شده است. روش طراحی ارائه شده مبتنی بر توسعه رویگر مود لغزشی ژاک (ak) برای سیستم های با ورودی ناشناخته است. در این روش سادگی قابل ملاحظه ای در فرآیند طراحی در مقایسه با روش مود لغزشی مشابه ایجاد می شود. با انتخاب تابعی لیاپانوف-کراسوفسکی مناسب و تضمین پایداری خطای تخمین حالات سیستم، پارامترهای رویگر پیشنهادی از طریق حل نامساوی های ماتریسی خطی به دست می آیند. همچنین به منظور دست یابی به نرخ همگرایی دلخواه، تحلیل دینامیک رویگر مورد توجه قرار گرفته است. در پایان با ارائه یک مثال عددی کارآیی، سادگی و سراسری روش نشان داده می شود.

کلمات کلیدی: رویگر مود لغزشی، تاخیر زمانی، ورودی ناشناخته، نامساوی های ماتریسی خطی (LMIs).

A New Sliding Mode Observer Design for Linear System with Unknown Input and Time-varying Delay

Ali Ashraf-Modarres, Hamid-Reza Momeni

Abstract: In this paper, a new sliding mode observer (SMO) for state estimation of linear systems with unknown time-varying delay, and in the presence of unknown input is presented. This method is an extension on well known unknown input SMO, proposed by Zak. In our approach, the design procedure is very simplified in comparison with the other similar SMO. With an adequate choice of a Lyapunov-Krasovskii functional, sufficient conditions are obtained in LMIs terms to guarantee asymptotic stability of the state estimation errors. In order to reach a guaranteed convergence rate, the dynamic properties of observer are also analyzed. The effectiveness, simplicity, and straight-forwardness of method are shown by simulation of a numerical example.

Keywords: Sliding Mode Observer, Time-delay, Unknown input, LMIs.

۱- مقدمه

می دانیم مقدار دقیق تاخیر در بسیاری از کاربردها شناخته شده و قابل اندازه گیری نیست. در حال حاضر مراجع اندکی در رابطه با طراحی رویگر برای سیستم های دارای تاخیر زمانی که در ساختار آن نیاز به دانستن مقدار دقیق تاخیر و تغییرات آن نیست وجود دارد [۲]، [۳]، [۴]، [۵]، [۶]. در این مقالات رویکرد به کار رفته در طراحی رویگر برای H برای سیستم های خطی دارای تاخیر زمانی، تضمین کارآیی فیلتر

مساله طراحی رویگر حالت برای سیستم های خطی دارای تاخیر با مقدار نامعین و متغیر با زمان همچنان یکی از مسائل مورد توجه و علاقه محققین است. در بیشتر پژوهش های ارائه شده پیشین، مقدار تاخیر زمانی معلوم و عمدتاً ثابت فرض شده است [۱]. این در حالی است که

روش مذکور است. همچنین در این مقاله شرایط کافی برای نیل به پاسخ مطلوب و تضمین نرخ همگرایی خطای تخمین مورد توجه قرار گرفته است.

در ادامه به منظور ساده سازی مساله، تاخیر زمانی تنها در حالات سیستم در نظر گرفته شده است. ولی با استفاده از تکنیک ارائه شده، توسعه روش برای سیستم هایی که تاخیر زمانی به طور هم زمان در حالت و ورودی کنترلی سیستم وجود دارد به راحتی امکان پذیر خواهد بود.

۲- شرح مساله و مقدمات ریاضی

سیستم LTI با حالات تاخیر یافته زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + A_d x(t-d(t)) + Bu(t) + Dw(t) \\ y(t) &= Cx(t) \\ x(s) &= \phi(s), \quad \forall s \in [-d_m, 0]\end{aligned}\quad (1)$$

به طوریکه $x \in \mathcal{R}^n$, $u \in \mathcal{R}^{m_1}$ و $y \in \mathcal{R}^q$ به ترتیب عبارتند از بردار حالات سیستم، بردار ورودی کنترل و بردار خروجی اندازه گیری شده سیستم. بردار $w \in \mathcal{R}^{m_2}$ می تواند عدم قطعیت مدل، اغتشاش خارجی یا حتی اثر تداخل زیر سیستم های مختلف در رویکرد غیر متمرکز در سیستم های مقیاس وسیع باشد.

لذا $w(t)$ به عنوان ورودی ناشناخته ولی دارای باند محدود مطرح است. به گونه ای که به ازاء تمامی مقادیر $t > 0$ داریم:

$$\|w(t)\| < \rho_1$$

که ρ_1 یک اسکالر مثبت است. تاخیر زمانی $d(t)$ در حالات سیستم به گونه ای است که:

$$d(t) \leq d_m, \quad \dot{d}(t) \leq \mu$$

$\phi \in C^0([-d_m, 0], \mathcal{R}^n)$ بردار شرایط اولیه سیستم است.

فرض بر این است که ماتریس های A, A_d, B, C و D ، ماتریس های ثابت و با ابعاد مناسب می باشند.

در نظر بگیرید که فرض های ساختاری زیر که در طراحی رویکر مورد نیاز می باشند بر قرار است:

$$rank(C[A_d D]) = rank([A_d D]) = r \quad A_1$$

A_2 تمامی صفرهای تغییر ناپذیر $(A, [A_d D], C)$ در سمت چپ صفحه مختلط قرار دارند.

A_3 زوج (A, C) رویت پذیر باشد. یعنی ماتریس $L \in \mathcal{R}^{n \times q}$ به گونه ای که مقادیر ویژه $(A-LC)$ در نیمه چپ صفحه مختلط قرار گیرند، قابل یافتن است.

از حد مشخصی کوچکتر شود. ویژگی دیگر رویکرهای معرفی شده در این مقالات این است که طراحی رویکر با رویکرد مستقل از تاخیر (i.o.d) انجام شده است و این مساله شرایط وجود جواب را محافظه کارانه می سازد.

روش دیگری که جدیداً در مراجع برای طراحی رویکرهای تاخیر زمانی (TDO) ارائه شده است، استفاده از رویکرهای مد لغزشی است که کاربرد آن در ابتدا با هدف طراحی رویکرهای ورودی ناشناخته (UIO) بوده است که به تازگی برای سیستم های دارای تاخیر زمانی نیز توسعه داده شده اند [۷]، [۸]. مزیت استفاده از رویکرهای مد لغزشی در مقایسه با دیگر رویکرهای مقاوم نظیر H_∞ در این است که این رویکرها در برابر عدم قطعیت های سیستم، ورودی های ناشناخته یا اغتشاش غیر حساس می باشند و این ویژگی عملاً قابلیتی بیش از مقاومت رویکر را در اختیار قرار می دهد و پایداری مجانبی خطای تخمین حالت را تضمین می کند [۹].

به طور کلی دو روش و ساختار برای رویکرهای مد لغزشی وجود دارد [۱۰]. روش اول که توسط آتکین (Utkin) ارائه شده است و سپس توسط ادواردز (Edwards) و اسپورژون (Spurgeon) توسعه یافته است [۱۰]، [۱۱] و در مراجع گوناگون به آن ارجاع داده شده است [۱۲]، [۱۳]، [۱۴]، اصولاً مبتنی بر استفاده از چندین ماتریس تبدیل و تغییر متغیر حالت در حین فرآیند طراحی است که مساله طراحی رویکر را کم و بیش مشکل می سازد. در روش دیگر که توسط ژاک و والکات (Zak and Walcott) ارائه شده است از ماتریس تبدیل استفاده نمی شود ولی عملاً مساله طراحی به مساله لیاپانوف محدود شده (GLP) منجر می شود [۱۵]، [۱۶] که برای حل این مساله و یافتن بهره های رویکر به استفاده از نرم افزارهای با قابلیت حل پارامتری نیاز است [۱۰]، [۱۷]. این مساله سبب شده است علی رغم سادگی روش اخیر نسبت به روش قبلی از آن کمتر استفاده شود.

البته علی رغم اشکال ذکر شده در مراجع، در مقاله حاضر اثبات می شود با در نظر گرفتن تمهیداتی می توان به راحتی بهره های رویکر را با استفاده از حل نامساوی های ماتریسی خطی (LMIs) به دست آورد و عملاً محدودیت ذکر شده در این روش را بر طرف ساخت. همچنین در این مقاله با استفاده از اصول رویکر مد لغزشی ژاک [۱۷]، [۱۸] روش مذکور به گونه ای اصلاح و توسعه داده می شود که قابل استفاده برای سیستم های دارای تاخیر زمانی با مقدار تاخیر ناشناخته و متغیر باشد. ویژگی مهم و برتری رویکر پیشنهادی نسبت به روش پیشنهاد شده در [۷] و [۸] سادگی فرآیند طراحی و پیاده سازی این رویکر در مقایسه با

حالات سیستم، یعنی $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ با گذشت زمان به طور مجانبی به سمت صفر میل کند.

در رابطه (۳)، ضریب K یک اسکالر است به گونه ای که $K \geq \rho_1$ و داریم:

$$e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t) = Ce(t) \quad (۴)$$

در این حالت دینامیک خطای تخمین عبارت است از:

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) - DE(e, \kappa) + Dw(t) \quad (۵)$$

با تعریف تابع لیپانوف به صورت:

$$V(t) = e(t)^T P e(t) > 0 \quad (۶)$$

$$P = P^T > 0$$

و با مشتق گیری از $V(t)$ خواهیم داشت:

$$\dot{V}(t) = \dot{e}(t)^T P e(t) + e(t)^T P \dot{e}(t) = e(t)^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)]e(t) - 2e(t)^T PD(v(t) - w(t))$$

$$(۷)$$

که با تعریف سطح لغزش به شکل $\sigma(e) = D^T P e = 0$ و فرض برقراری مساله لیپانوف محدود شده:

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) < 0$$

و انتخاب سیگنال $v(t)$ به شکل:

$$v(t) = E(e, \kappa) = \kappa \frac{\sigma(e)}{\|\sigma(e)\|} = \kappa \frac{D^T P e}{\|D^T P e\|}$$

خواهیم داشت:

$$\dot{V}(t) < 0$$

همانطور که مشاهده می شود در این حالت سیگنال $v(t)$ وابسته به مقدار خطای تخمین حالت $e(t)$ خواهد بود و این در حالی است که می دانیم بدون استفاده از اطلاعات مربوط به حالات اندازه گیری نشده، روینگر باید قادر به تخمین تمامی حالات سیستم باشد. لذا به منظور استقلال $v(t)$ از حالات سیستم و وابستگی آن تنها به خطای تخمین سیگنال خروجی باید رابطه $D^T P = FC$ نیز برقرار باشد. در این حالت داریم:

$$v(t) = E(e_y, \kappa) = \kappa \frac{F C e}{\|F C e\|} = \kappa \frac{F e_y}{\|F e_y\|}; F \in R^{m_2 \times q} \quad (۸)$$

ملاحظه می شود طراحی روینگر مود لغزشی برای سیستم (۲) به فرم

(۳) به حل مساله لیپانوف محدود شده زیر منتهی می شود:

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) < 0 \quad (۹)$$

$$D^T P = FC$$

توجه داریم که برای حل (۹) و محاسبه بهره های روینگر L و F نیاز به استفاده از نرم افزارهای با قابلیت حل پارامتری است. برای حل این مساله الگوریتم هایی در [۱۷] و [۲۱] ارائه شده است.

هدف، طراحی یک روینگر حالت برای سیستم (۱) است به گونه ای که بدون داشتن مقدار دقیق تاخیر زمانی سیستم $d(t)$ و ورودی ناشناخته $w(t)$ ، و تنها با اطلاع از حد بالای آن ها تمامی حالات سیستم قابل تخمین باشد. به این منظور در ادامه به عنوان مقدمات ریاضی بحث، به بیان چند لم می پردازیم.

لم [۱۹]: مکمل شور (Schur complement) - برای ماتریس های متقارن R و Q نامساوی های ماتریسی زیر معادل می باشند:

$$\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} > 0 \iff \begin{cases} Q - SR^{-1}S^T > 0 \\ R > 0 \end{cases}$$

لم [۲۰]: برای هر ماتریس ثابت مثبت معین و متقارن $M \in R^{n \times n}$ ، اسکالر $\gamma > 0$ و تابع برداری $\omega: [0, r] \rightarrow R^n$ به گونه ای که انتگرال آن خوش تعریف باشد داریم:

$$\left(\int_0^r \omega(s) ds \right)^T M \left(\int_0^r \omega(s) ds \right) \leq \gamma \int_0^r \omega(s)^T M \omega(s) ds$$

لم ۳: برای هر دو بردار دلخواه $u \in R^n$ و $v \in R^n$ و ماتریس مثبت معین $R \in R^{n \times n}$ رابطه زیر برقرار است:

$$\mp 2u^T v \leq u^T R^{-1} u + v^T R v$$

۳- طراحی روینگر مود لغزشی برای سیستم های با ورودی ناشناخته (بدون تاخیر زمانی)

۳-۱- روینگر ژاک برای سیستم های دارای ورودی ناشناخته
سیستم LTI بدون تاخیر زمانی و با ورودی ناشناخته زیر را در نظر بگیریم:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Dw(t) \quad (۲)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

که در این سیستم زوج (A, C) آشکارپذیر می باشد و صفرهای تغییر ناپذیر سیستم (A, D, C) سمت چپ صفحه مختلط قرار گرفته اند. همچنین داریم:

$$\text{rank}(CD) = \text{rank}(D) = m_2$$

ژاک و والکات در [۱۵]، [۱۶]، [۱۷] نشان داده اند که روینگر به شکل:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) + Bu(t) + Dv(t) \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t) \\ v(t) &= E(e_y, \kappa) = \kappa \frac{F C e}{\|F C e\|} \end{aligned} \quad (۳)$$

می تواند تنها با دریافت اطلاعات مربوط به ورودی کنترلی و خروجی قابل اندازه گیری سیستم، تمامی حالات سیستم را در حضور اغتشاش خارجی و ناشناخته $w(t)$ تخمین بزند، به گونه ای که خطای تخمین

۳-۲- حل مساله CLP در طراحی روینگر ژاک در

قالب نامساوی های ماتریسی خطی

در [۲۲] و [۲۳] شرط وجود جواب برای (۹)، برقراری شرایط اساسی B_1 تا B_3 به شرح زیر ذکر شده است.

$$Rank(CD) = rank(D) = m_2 \quad B_1$$

B_2 . تمامی صفرهای تغییر ناپذیر (A, D, C) در سمت چپ صفحه مختلط قرار دارند.

B_3 . زوج (A, C) رویت پذیر باشد.

برای تبدیل این مساله به فرم LMI به بیان قضیه زیر می پردازیم.

قضیه ۱: با فرض برقراری شرایط B_1 تا B_3 ، مساله لیاپانوف محدود شده (۹) برقرار است یا به عبارت دیگر روینگر مود لغزشی به فرم (۳) برای سیستم (۲) وجود دارد اگر و تنها اگر نامساوی ماتریسی خطی زیر برقرار باشد:

$$A^T(D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC) - C^T K + (D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC)A - K^T C < 0 \quad (10)$$

که در این حالت L و F از روابط زیر حاصل می شوند:

$$F = D^T C^T N \quad L = (D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC)^{-1} K^T \quad (11)$$

در این روابط $K, M = M^T$ و $N = N^T$ متغیرهای ماتریسی هستند که متعاقباً معرفی می شوند. همچنین اپراتور $\perp$ اشاره به مکمل متعامد ماتریس مربوطه دارد.

اثبات: واضح است که رابطه اول از (۹)، به طور همزمان بر حسب L و P یک نامساوی ماتریسی خطی نمی باشد. با تعریف متغیرهای $K, M = M^T$ و $N = N^T$ به شکلی که $L = P^{-1} K^T$ و $P = (D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC)$ داریم:

$$\begin{aligned} & (A^T - C^T L^T)(D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC) \\ & + (D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC)(A^T - C^T L^T)^T < 0 \Rightarrow \\ & (A^T - C^T K(D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC)^{-1})(D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC) \\ & + (D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC)(A^T - C^T K(D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC)^{-1})^T < 0 \Rightarrow \\ & A^T(D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC) - C^T K + (D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC)A - K^T C < 0 \end{aligned}$$

همچنین می توان F را به شکل زیر محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} FC &= D^T P \Rightarrow F = D^T P C^T (C C^T)^{-1} \Rightarrow \\ F &= D^T (D^\perp MD^{\perp T} + C^T NC) C^T (C C^T)^{-1} \Rightarrow \\ F &= D^T C^T N \end{aligned} \quad (12)$$

حال به تعمیم کاربرد روینگر ژاک برای استفاده در سیستم های دارای تاخیر زمانی می پردازیم.

۴- طراحی روینگر برای سیستم دارای تاخیر

متغیر با زمان و ورودی ناشناخته

در این بخش با توسعه ساختار روینگر ژاک، روینگر جدیدی برای تخمین حالات سیستم تاخیر دار (۱) ارائه می شود. فرض کنید روینگر مورد نظر دارای ساختاری به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + A_d \hat{x}(t-d) + Bu(t) + \\ L(y(t) - \hat{y}(t)) &+ Gv(t) \end{aligned} \quad (13)$$

در این رابطه $\hat{d}$ تنها تخمینی از تاخیر زمانی موجود می باشد و نیازی به دانستن مقدار دقیق میزان تاخیر و نحوه تغییرات آن نیست. هدف تعیین بهره روینگر L و سیگنال $v(t)$ با ساختاری مشابه (۴) است به گونه ای که خطای تخمین $e(t)$ با گذشت زمان به طور مجانبی به سمت صفر همگرا شود. در رابطه فوق ماتریس G معلوم است که متعاقباً تعریف می شود.

قضیه ۲: سیستم خطی با ورودی ناشناخته و دارای تاخیر با مقدار نامشخص و متغیر با زمان (۱) را به گونه ای که حد بالای تاخیر زمانی $d(t)$ و مشتق آن $\dot{d}(t)$ مشخص و به شکل $d(t) \leq \mu$ و $\dot{d}(t) \leq \mu$ است، در نظر بگیرید و فرض کنید که شرایط A_1 تا A_3 برقرار می باشد. اگر نامساوی ماتریسی خطی زیر برقرار باشد، آنگاه روینگری مطابق رابطه (۱۳) وجود خواهد داشت که خطای تخمین حالات سیستم به صورت مجانبی به صفر همگرا شود.

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & P_5 & \Omega_{13} & -P_4^T & -d_m P_3^T & -d_m P_4^T \\ * & d_m R_1 & -P_5^T & 0 & -d_m P_5^T & 0 \\ * & * & \Omega_{33} & -P_7^T & -d_m P_6^T & -d_m P_7^T \\ * & * & * & -Q_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -d_m R_1 & 0 \\ * & * & * & * & * & -d_m R_1 \end{bmatrix} < 0$$

$$\Omega_{11} = A^T P_2 + P_2 A - C^T K - K^T C + P_3 + P_3^T + Q_1 + Q_2$$

$$\Omega_{13} = P_2^T A_d - P_3^T + P_6 + P_4^T$$

$$\Omega_{33} = -P_6^T - P_6 + P_7^T + P_7 - (1 - \mu) Q_2 \quad (14)$$

که در آن $Q_1 = Q_1^T > 0, R_1 = R_1^T > 0, P_1 = P_1^T > 0$

$Q_2 = Q_2^T > 0, P_2 = P_2^T, P_3$ تا P_7 همگی ماتریس های مربعی با بعد

n می باشند و $K \in \mathbb{R}^{q \times n}$

و در این حالت بهره های روینگر L و F و همچنین سیگنال

مطابق زیر به دست می آیند:

$$G^T P_2 = FC; L = P_2^{-1} K^T \quad (15)$$

$$v(t) = E(e_y, \kappa) = \kappa \frac{F C e}{\|F C e\|} = \kappa \frac{F e_y}{\|F e_y\|}$$

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ P_2 & 0 & 0 \\ P_3 & P_5 & P_6 \\ P_4 & 0 & P_7 \end{bmatrix}$$

بر این اساس $V_1(t)$ به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$V_1(t) = e^T(t)P_1e(t) = \eta^T(t)TP\eta(t) \quad (۲۳)$$

که در این رابطه $\eta(t) = [e(t) \quad \dot{e}(t) \quad e(t-d(t))]^T$ می باشد.

با مشتق گیری از (۲۳) داریم:

$$\dot{V}_1(t) = 2e^T(t)P_1\dot{e}(t) = 2\eta^T(t)P^T \begin{bmatrix} \dot{e}(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 2\eta^T(t)P^T \begin{bmatrix} -\dot{e}(t) + (A-LC)e(t) + A_d e(t-d(t)) + Gw_1(t) - v(t) \\ e(t) - e(t-d(t)) - \int_{t-d(t)}^t \dot{e}(s)ds \\ e(t-d(t)) - e(t-d_m) - \int_{t-d_m}^{t-d(t)} \dot{e}(s)ds \end{bmatrix}$$

لذا خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = & -2e(t)P_1\dot{e}(t) - 2e(t)P_2\dot{e}(t) + 2e(t)P_2(A-LC)e(t) + 2e(t)P_2A_d e(t-d(t)) + 2e(t)P_2G(w_1(t) - v(t)) + 2\dot{e}(t)P_5e(t) - 2\dot{e}(t)P_5e(t-d(t)) - \\ & 2\dot{e}(t)P_5 \int_{t-d(t)}^t \dot{e}(s)ds + 2e(t)P_3e(t) - 2e(t)P_3e(t-d(t)) - 2e(t)P_3 \int_{t-d(t)}^t \dot{e}(s)ds + 2e(t-d(t))P_6e(t) - 2e(t-d(t))P_6e(t-d(t)) - 2e(t-d(t))P_6 \int_{t-d(t)}^t \dot{e}(s)ds + \\ & 2e(t)P_4e(t-d(t)) - 2e(t)P_4e(t-d_m) - 2e(t)P_4 \int_{t-d_m}^{t-d(t)} \dot{e}(s)ds + 2e(t-d(t))P_7e(t-d(t)) - 2e(t-d(t))P_7e(t-d_m) \end{aligned}$$

با تعریف $\varepsilon(t)$ به صورت زیر:

$$\varepsilon(t) = [e(t), \dot{e}(t), e(t-d(t)), e(t-d_m), \int_{t-d(t)}^t \dot{e}(s)ds, \int_{t-d_m}^{t-d(t)} \dot{e}(s)ds]^T$$

داریم:

$$\dot{V}_1(t) = \varepsilon(t)^T \bar{\Omega} \varepsilon(t) + 2e(t)P_2G(w_1(t) - v(t)) \quad (۲۴)$$

که در آن $\bar{\Omega}$ مطابق رابطه زیر است:

$$\bar{\Omega} = \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & \bar{\Omega}_{12} & \bar{\Omega}_{13} & -P_4^T & -P_3^T & -P_4^T \\ * & 0 & -P_5^T & 0 & -P_5^T & 0 \\ * & * & \bar{\Omega}_{33} & -P_7^T & -P_6^T & -P_7^T \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_{11} &= A^T P_2 + P_2 A - C^T K - K^T C + P_3 + P_3^T \\ \bar{\Omega}_{12} &= P_5 + P_1 - P_2^T \\ \bar{\Omega}_{13} &= P_2^T A_d - P_3^T + P_6 + P_4^T \\ \bar{\Omega}_{33} &= -P_6^T - P_6 + P_7^T + P_7 \end{aligned}$$

همچنین با مشتق گیری از (۲۱) بدست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= d_m \dot{e}^T(t).R_1.\dot{e}(t) - \int_{t-d_m}^t \dot{e}^T(s).R_1.\dot{e}(s)ds = \\ & d_m \dot{e}^T(t).R_1.\dot{e}(t) - \int_{t-d_m}^{t-d(t)} \dot{e}^T(s).R_1.\dot{e}(s)ds - \\ & \int_{t-d(t)}^t \dot{e}^T(s).R_1.\dot{e}(s)ds \end{aligned}$$

نتیجیات: با توجه به تفاضل (۱) و (۱۳)، دینامیک خطای تخمین مطابق عبارت زیر قابل بیان است:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \hat{\dot{x}}(t) = (A-LC)e(t) + A_d(x(t-d(t)) - \hat{x}(t-\hat{d})) + Dw(t) - Gv(t) = \\ & (A-LC)e(t) + A_d e(t-d(t)) + Dw(t) - Gv(t) + A_d \zeta(t) \end{aligned} \quad (۱۶)$$

که در این رابطه:

$$\zeta(t) = \hat{x}(t-d(t)) - \hat{x}(t-\hat{d}) = \int_{t-\hat{d}}^{t-d(t)} \hat{\dot{x}}(s)ds \quad (۱۷)$$

توجه شود که به علت نا معلوم بودن مقدار دقیق $d(t)$ در هر لحظه، سیگنال $\zeta(t)$ در رابطه (۱۶) به مثابه یک ورودی ناشناخته عمل می کند. لذا می توان رابطه (۱۶) را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A-LC)e(t) + A_d e(t-d(t)) + Gw_1(t) - Gv(t) \\ Gw_1(t) &= Dw(t) + A_d \zeta(t) \quad ; \|w_1(t)\| < \rho_2 \end{aligned} \quad (۱۸)$$

که در آن $rank(G) = rank([D \mid A_d])$ می باشد و با فرض $rank(CG) = rank(G)$ داریم A_1 برقراری

$w_1(t)$ نماینده تمامی عدم قطعیت ها و ρ_2 یک اسکالر مثبت است.

حال تابعی نامزد لیاپانوف-کراسوفسکی را به شکل زیر در نظر می گیریم:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) \quad (۱۹)$$

$$V_1(t) = e^T(t)P_1e(t) \quad (۲۰)$$

$$V_2(t) = \int_{-d_m}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{e}^T(s)R_1\dot{e}(s)dsd\theta \quad (۲۱)$$

$$V_3(t) = \int_{t-d_m}^t e^T(s)Q_1e(s)ds + \int_{t-d(t)}^t e^T(s)Q_2e(s)ds \quad (۲۲)$$

که در آن $Q_1 = Q_1^T > 0, R_1 = R_1^T > 0, P_1 = P_1^T > 0$ و $Q_2 = Q_2^T > 0$ است.

واضح است که به ازاء تمام $t \geq 0$ ؛ $V(t) \geq 0$ خواهد بود. بر اساس قضیه لیاپانوف-کراسوفسکی [۲۴] برای بررسی پایداری مجانبی دینامیک خطای تخمین (رابطه (۱۸)) کافی است که به ازاء تمام $t \geq 0$ ؛ $\dot{V}(t) \leq 0$ را تحقیق کنیم. به این منظور با استفاده از ایده ای مشابه آنچه که در [۲۵] به کار گرفته شده است، ماتریس های P و T را به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$T = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & 0_{n \times n} & 0_{n \times n} & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & 0_{n \times n} & 0_{n \times n} & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & 0_{n \times n} & 0_{n \times n} & 0_{n \times n} \end{bmatrix},$$

همگرایی خطای تخمین به میزان α ، در حضور ورودی ناشناخته و تاخیر زمانی، قضیه زیر مطرح می شود.

قضیه ۳: دینامیک خطای تخمین رویکرد بر اساس رابطه (۱۸) را در نظر بگیرید. با فرض آنکه شرایط A_1 تا A_3 برقرار باشد، آنگاه این دینامیک پایدار نمایی با نرخ α است اگر نامساوی ماتریسی خطی زیر برقرار باشد:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & P_2 b_m A_d & P_5 & \Psi_{14} & -P_4^T & -d_m P_3^T & -d_m P_4^T \\ * & -R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & d_m R_1 & -P_5^T & 0 & -d_m P_5^T & 0 \\ * & * & * & \Psi_{44} & -P_7^T & -d_m P_6^T & -d_m P_7^T \\ * & * & * & * & -Q_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -d_m R_1 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -d_m R_1 \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{aligned} \Psi_{11} &= (A + \alpha I)^T P_2 + P_2 (A + \alpha I) - C^T K - K^T C + \\ &P_3 + P_3^T + Q_1 + Q_2 \\ \Psi_{14} &= P_2^T A_d b_0 - P_3^T + P_6 + P_4^T \\ \Psi_{44} &= -P_6^T - P_6 + P_7^T + P_7 - (1 - \mu) Q_2 + R_2 \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن Q_1, Q_2, R_1, R_2 و P_2 ماتریس های متقارن مثبت معین بوده و b_0 و b_m مقادیر ثابتی هستند که طبق رابطه زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} e^{ad(t)} &= b_0 + \Delta(t) b_m; \quad \|\Delta(t)\| < 1 \\ b_0 &= \frac{1+e^{ad_m}}{2}; \quad b_m = \frac{-1+e^{ad_m}}{2} \end{aligned} \quad (29)$$

اثبات: متغیر $e_\alpha(t)$ را به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$e_\alpha(t) = e^{at} e(t) \quad (30)$$

با توجه به تعریف فوق بدیهی است که اگر $e_\alpha(t)$ پایدار مجانبی باشد آنگاه $e(t)$ پایدار نمایی با نرخ α خواهد بود.

با مشتق گیری از رابطه (۳۰) و استفاده از رابطه (۱۸) بدست می آوریم:

$$\dot{e}_\alpha(t) = (A + \alpha I - LC) e_\alpha(t) + e^{ad(t)} A_d e_\alpha(t - d(t)) + G(w_1(t) - v(t)) e^{at} \quad (31)$$

از رابطه (۲۹) در (۳۱) داریم: $e^{ad(t)}$ که با جایگزینی مقدار معادل

$$\dot{e}_\alpha(t) = (A + \alpha I - LC) e_\alpha(t) + (b_0 + \Delta(t) b_m) A_d e_\alpha(t - d(t)) + G(w_1(t) - v(t)) e^{at}$$

با تعریف $\varepsilon_\alpha(t)$ به صورت زیر:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha(t) &= [e_\alpha(t), \dot{e}_\alpha(t), e_\alpha(t - d(t)), e_\alpha(t - d_m), \\ &\int_{t-d(t)}^t \dot{e}_\alpha(s) ds, \int_{t-d_m}^{t-d(t)} \dot{e}_\alpha(s) ds]^T \end{aligned}$$

و استفاده از تکنیکی مشابه روش اثبات قضیه ۲ و استفاده از تابعی لیاپانوف-کراسوفسکی مشابه و بر اساس متغیر حالت جدید بدست می-آید:

$$\dot{V}(t) \leq \varepsilon_\alpha(t)^T \Phi \varepsilon_\alpha(t) + 2e_\alpha(t) P_2 G(w_1(t) - v(t)) e^{at} \quad (33)$$

با استفاده از لم ۲ ارائه شده در بخش دوم مقاله داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &< d_m \dot{e}^T(t) R_1 \dot{e}(t) \\ &- \frac{1}{d_m} \left(\int_{t-d_m}^{t-d(t)} \dot{e}(s) ds \right)^T R_1 \left(\int_{t-d_m}^{t-d(t)} \dot{e}(s) ds \right) \\ &- \frac{1}{d_m} \left(\int_{t-d(t)}^t \dot{e}(s) ds \right)^T R_1 \left(\int_{t-d_m}^{t-d(t)} \dot{e}(s) ds \right) \end{aligned} \quad (25)$$

و نهایتاً با مشتق گیری از رابطه (۲۲) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) &= e^T(t) (Q_1 + Q_2) e(t) - e^T(t - d_m) Q_1 e(t - d_m) \\ &- (1 - \mu) e^T(t - d(t)) Q_2 e(t - d(t)) \end{aligned} \quad (26)$$

با جایگزینی روابط (۲۴) تا (۲۶) در (۱۹) نتیجه می شود:

$$\dot{V}(t) \leq \varepsilon(t)^T \Omega \varepsilon(t) + 2e(t) P_2 G(w_1(t) - v(t)) \quad (27)$$

$\Omega = \bar{\Omega} + \text{diag}[(Q_1 + Q_2), d_m R_1, -(1 - \mu) Q_2, -Q_1, -\frac{R_1}{d_m}, -\frac{R_1}{d_m}]$
لذا با استفاده از رابطه اخیر و مکمل شور (لم ۱)، رابطه (۱۴) را خواهیم داشت.

از رابطه (۲۷) نتیجه می شود که اگر $\Omega < 0$ باشد و سطح لغزش $\sigma(e) = G^T P_1 e = 0$ با انتخاب $\kappa > \rho_2$ و $\nu(t) = E(e, \kappa) = \kappa \frac{G^T P_2 e}{\|G^T P_2 e\|}$ ؛ $\kappa > \rho_2$ و $FC = G^T P_1$ همواره $\dot{V}(t) \leq 0$ بوده و دینامیک خطای تخمین (۱۸) پایدار مجانبی خواهد بود و رویکرد مورد لغزشی مورد نظر بر اساس روابط (۱۳) و (۱۵) قابل تحقق است.

باید توجه شود که در طراحی رویکرد پیشنهادی و حل LMI ذکر شده در رابطه (۱۴) حضور ماتریس های Q_1, Q_2, R_1 تا P_7 باعث افزایش انعطاف پذیری طراحی و امکان پذیری LMI مورد نظر می شود. به عنوان مثال در نظر بگیرید که اگر $P_5 = 0$ باشد، نامساوی ماتریسی خطی (۲۷) امکان پذیر نمی باشد.

۵- تحلیل دینامیک رویکرد و تضمین نرخ همگرایی خطای تخمین حالت

طبق تعریف [۲۶] با فرض مقدار اسکالر $\alpha > 0$ ، دینامیک خطای تخمین (۱۸) را پایدار نمایی با نرخ α می نامند اگر یک اسکالر $\beta > 1$ وجود داشته باشد به گونه ای که به ازاء هر شرایط اولیه ϕ ، پاسخ معادله حالت خطا یا به عبارت دیگر $e(t; t_0, \phi)$ نامعادله زیر را برآورده سازد.

$$|e(t; t_0, \phi)| \leq \beta |\phi| e^{-\alpha(t-t_0)}$$

در رابطه اخیر t_0 زمان محدودی است که طی آن دینامیک خطای تخمین بر روی سطح لغزش قرار می گیرد. به منظور تضمین نرخ

نامساوی ماتریسی خطی (۲۸) را می سازیم. از حل این نامساوی توسط

نرم افزار Matlab نسخه ۷.۲ به دست می آوریم:

$$P_2 = \begin{bmatrix} 2.044 \times 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 61.563 & -5.189 \\ 0 & -5.189 & 15.568 \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} 39.785 \\ 61.257 \\ -4.270 \end{bmatrix}^T, L = \begin{bmatrix} 1.946 \times 10^6 \\ 0.9999 \\ 0.0591 \end{bmatrix}, F = 2.044 \times 10^{-5}$$

با استفاده از مقادیر به دست آمده برای L و F و با فرض $\kappa = 50$

سیگنال $v(t)$ و نهایتاً کل ساختار ریتگر شکل می گیرد. نتایج شبیه

سازی در شکل (۱) دیده می شود. همانطور که مشاهده می شود تخمین

حالات سیستم به خوبی انجام می شود. در شکل مربوط به حالت اول به

علت همگرایی سریع، مقدار واقعی و تخمین زده شده بر یک دیگر

منطبق شده است. در شکل پایین سمت راست، خطای تخمین حالت

برای هر سه حالت نشان داده شده است.

۷- نتیجه گیری

در این مقاله یک روش طراحی ریتگر مود لغزشی جدید برای

تخمین حالات سیستم های خطی دارای تاخیر زمانی با حضور ورودی

ناشناخته ارائه شده است. این روش در مقایسه با روش های مقاوم دیگر

نظیر H_∞ دارای این مزیت است که پایداری مجانبی خطای تخمین

حالات تضمین می شود. با استفاده از تابعی لیاپانوف-کراسوفسکی

مناسب، شرایط کافی برای وجود جواب در قالب نامساوی های ماتریسی

خطی ارائه شده است. همچنین برای دستیابی به دینامیک دلخواه

ریتگر، مساله پایداری نمایی خطای تخمین حالات نیز مورد توجه قرار

گرفته است. در پایان با ارائه یک مثال عددی، نتایج شبیه سازی موفقیت

و کارایی روش را نشان می دهد.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & P_5 & \Phi_{13} & -P_4^T & -d_m P_3^T & -d_m P_4^T \\ * & d_m R_1 & -P_5^T & 0 & -d_m P_5^T & 0 \\ * & * & \Phi_{33} & -P_7^T & -d_m P_6^T & -d_m P_7^T \\ * & * & * & -Q_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -d_m R_1 & 0 \\ * & * & * & * & * & -d_m R_1 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{11} = (A + \alpha I)^T P_2 + P_2 (A + \alpha I) - C^T K - K^T C +$$

$$P_3 + P_3^T + Q_1 + Q_2 + P_2 b_m A_d R_2^{-1} A_d^T b_m P_2$$

$$\Phi_{13} = P_2^T A_d b_0 - P_3^T + P_6 + P_4^T$$

$$\Phi_{33} = -P_6^T - P_6 + P_7^T + P_7 - (1 - \mu) Q_2 + R_2$$

که برای آنکه $\dot{V}(t)$ همواره کوچکتر از صفر باشد باید $\Phi < 0$ باشد.

همچنین توجه داریم که جمله آخر در عبارت مربوط به Φ_{11} غیر خطی

است که باعث می شود $\Phi < 0$ یک LMI نباشد. با استفاده از مکمل

شور، نامساوی ماتریسی اخیر به فرم خطی (۲۸) در خواهد آمد.

توضیح: به هنگام محاسبات مربوط به $\dot{V}(t)$ از رابطه زیر که منتج از به

کارگیری لم ۳ است استفاده شده است:

$$2e_a(t)P_2b_m\Delta(t)A_d e_a((t)-d(t)) < e_a(t)^T P_2 b_m A_d R_2^{-1} A_d^T b_m P_2 e_a(t) + e_a((t)-d(t))^T R_2 e_a((t)-d(t))$$

■

۶- مثال عددی

سیستم (۱) را با مشخصات زیر در نظر بگیرید:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}, A_d = \begin{bmatrix} -2.5 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0]$$

$$d(t) = 0.2 + 0.5 \sin 4\pi t;$$

$$w(t) = 0.5 \sin(2\pi t + \frac{\pi}{2}); u(t) = \sin 2\pi t$$

مطلوب است طراحی ریتگری به فرم (۱۳) به گونه ای که دینامیک

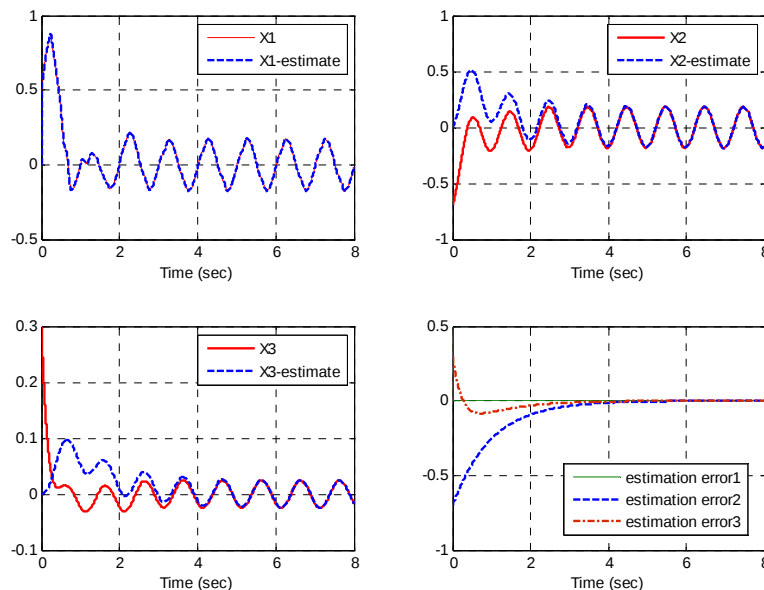
خطای تخمین حالت به طور مجانبی به صفر همگرا شود و نرخ

همگرایی بزرگتر از $\alpha = 1$ باشد. با استفاده از اطلاعات موجود

مراجع

- [1] J.-P. Richard, 2003, "Time Delay Systems: An overview of some recent advances and open problems", *Automatica* Vol. 39, pp. 1667-1694.
- [2] H. H. Choi, M. J. Chung, 1996, "Observer-based H_∞ controller design for state delayed linear systems", *Automatica*, Vol. 32, pp. 1073-1075.
- [3] H. H. Choi and M. J. Chung, 1997, "Robust Observer-based H_∞ controller design for linear uncertain time-delay systems", *Automatica*, Vol. 33, pp. 1749-1752.
- [4] C.E. de Souza, R.E. Palhares and P.L.D. Peres, 1999, "Robust H_∞ filtering for uncertain linear systems with multiple time-varying state: An LMI approach", *38th IEEE CDC'99, Conference on Decision and Control*, Phoenix, AZ, pp. 2023-2028.
- [5] E. Fridman, U. Shaked and L. Xie, 2003, "Robust H_∞ filtering of linear systems with time-varying delay", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 48, pp. 159-165.
- [6] Z. Wang, B. Huang and H. Unbehauen, 1999 "Robust H_∞ observer design for uncertain time-delay systems:(I) the continuous case", *14th IFAC World Congress*, Beijing, China, pp. 231-236.
- [7] A. Seuret, T. Floquet, J.P. Richard, S.K. Spurgeon, 2007, "A Sliding Mode Observer for Linear Systems with Unknown Time Varying Delay", *American Control Conference*, New York City, USA.
- [8] A. Seuret, T. Floquet, J.P. Richard, S.K. Spurgeon, 2009, "Observer Design for Systems with Non Small and

- Applied Mathematics and Computer Science*, Vol.15, No. 4, pp. 431-446.
- [18] S. Hui, S. Sudhoff and S.H. Zak, 2006, "On estimation regions of stability of estimation error of sliding mode observers for uncertain systems", *Proceedings of American Control Conference*, USA.
- [19] C. Scherer and S. Weiland, Linear Matrix Inequalities in Control, *Delft university*, The Netherlands, DISC.
- [20] K. Gu, 2000, "An integral inequality in the stability problem of time-delay systems", *Proceedings of the IEEE Conference Decision Control*, Sydney, Australia, pp. 2805-2810.
- [21] K. Kalsi, J. Lian and S. H. Zak, 2008, "Decentralized control of nonlinear interconnected systems", *16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Ajaccio, France.
- [22] C. Edwards, X. Yan and S. K. Spurgeon, 2007, "On the solvability of the constrained Lyapunov problem, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 52, No. 10, pp. 1982-1987.
- [23] M. Corless and J. Tu, 1998, "State and input estimation for a class of uncertain systems", *Automatica*, Vol. 34, pp. 757-764.
- [24] M. S. Mahmoud, Robust Control and Filtering for Time-Delay, *Marcel Dekker*, NewYork, 2000.
- [25] T. Li, L. Guo and Y. Zhang, 2008, "Delay-range-dependent robust stability and stabilization for uncertain systems with time-varying delay", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 18, No.13, pp. 1372-1387.
- [26] S-I. Niculescu, C-E. de Souza, L. Dugard and J-M. Dion, 1998, "Robust exponential stability of uncertain systems with time-varying delays", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 43, pp. 743-748.
- Unknown Time-Varying Delay", *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Springer-Verlag, Berlin, Volume 388/2009, 233-242,
- [9] L. Fridman, A. Levant and Jorge. Davila, "High-Order Sliding-Mode Observer for Linear Systems with Unknown Inputs", *Proceedings of the 2006 International Workshop on Variable Structure Systems*, Alghero, Italy, 2006.
- [10] Edwards C. and Spurgeon S. K., Sliding Mode Control: Theory and Applications, *Taylor & Francis*, 1998.
- [11] C. Edwards and S. K. Spurgeon, 1994, "On the development of discontinuous observers", *International Journal of Control*, Vol. 59, pp. 1211-1229.
- [12] X. G. Yan, C. Edwards, 2007, "Sensor fault detection and isolation for nonlinear systems based on a sliding mode observer", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Volume 21, Issue 8, pp. 657-673.
- [13] T. Floquet, C. Edwards, S. K. Spurgeon, 2007, "On sliding mode observers for systems with unknown inputs", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Volume 21, pp. 638-656.
- [14] C. Edwards , S.K. Spurgeon , and R.J. Patton, 2000, "Sliding mode observers for fault detection and isolation", *Automatica*, Vol. 36, No. 4, pp. 541-553.
- [15] B.L. Walcott and S.H. Zak, 1987, "State observation of nonlinear uncertain dynamic systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 32, No. 2, pp. 166-170.
- [16] B.L. Walcott and S.H. Zak, 1998, "Combined observer-controller synthesis for uncertain dynamical systems with applications", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 18, No. 1, pp. 88-104.
- [17] S. Hui and S.H. Zak , 2005, "Observer design for systems with unknown input", *International Journal of*



شکل ۱: مقدار واقعی و تخمینی برای سه حالت $x_1(t)$ ، $x_2(t)$ و $x_3(t)$ و وضعیت خطای تخمین این سه حالت

کنترل تطبیقی مدل - مرجع یک ماهواره بر انعطاف پذیر با جرم محموله سنگین

ایمان غفاری^۱، عبدالمجید خوشنود^۲، جعفر روشنی یان^۳

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا، گروه مکانیک پرواز، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، i.ghaffari@sina.kntu.ac.ir

^۲ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، khoshnood@dena.kntu.ac.ir

^۳ دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، گروه مکانیک پرواز، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، roshanian@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۹/۱۹، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۱۲/۱۶)

چکیده: توسعه وسایل هوافضائی و تکنولوژی آنها، منجر به تولید سازه های بزرگ انعطاف پذیر شده است که در نتیجه، سبب طراحی سیستم کنترل وسیله پرنده در حضور رفتار الاستیک آن، می گردد. بعلاوه، بسیاری از ماهواره برها بصورت یک تیر دو سر آزاد بدون در نظر گرفتن جرم محموله مدل می شوند در صورتیکه، بار محموله بر روی رفتار ارتعاشی وسیله موثر بوده و می تواند باعث کاهش فرکانس ارتعاشی در قسمت هائی از زمان پرواز و در نتیجه کاهش آشکار پایداری سیستم کنترل گردد. برای این منظور، در این مقاله بار محموله بصورت جرم نقطه ای و مدل غیر خطی سیستم، بصورت یک شبیه سازی هشت درجه آزادی مدل شده است. در این مقاله از یک استراتژی کنترلی بر مبنای مدل مرجع، جهت تخمین مد اول ارتعاشی ماهواره بر انعطاف پذیر با جرم محموله سنگین استفاده شده است. در این دیدگاه از یک فیلتر باریک شبکه ای و روش مدل مرجع بفرم بازگشت پذیر جهت کنترل یک ماهواره بر انعطاف پذیر با جرم محموله سنگین استفاده می گردد.

کلمات کلیدی: ماهواره بر انعطاف پذیر، جرم محموله سنگین، شناسایی فرکانس ارتعاشی، فیلتر شبکه ای تطبیقی.

Model Reference Adaptive Control for a Flexible Launch Vehicle with Heavy Payload

Iman Ghaffari, Abdol Majid khoshnood, Jafar Roshanian

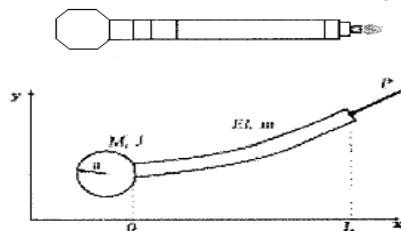
Abstract: Development of the aerospace flight devices and as a result of this, the growing trend towards large flexible structures leading to control systems being designed in the presence of elastic behavior. Moreover most of the launch vehicle has been modeled as the beam without considering the payload. But actually, payload influences on the vibrational effects, that can lead to decrease the bending frequency in part of the flight time and as result, this reduces the stability of the control system obviously. For this purpose the payload is idealized as point mass and a non-linear dynamic model of system is simulated by eight DOF. In this paper, a control strategy based on 'model reference adaptive approach' is applied to appraise a single vibration mode of a flexible launch vehicle with heavy payload. This approach makes of a model reference adaptive lattice notch filter which has been implemented on the flexible systems in the case of recursive form for a launching system in the presence of the heavy payload

Keywords: Flexible launch vehicle, heavy payload, Vibrational frequency identification, lattice notch filter

۱- مقدمه

پیشران باعث بروز بیش از پیش خواص آیروالاستیک در آنها می شود. اتفاقی که در اثر انعطاف پذیری سازه در اجسام پرنده معمولاً رخ می دهد به این ترتیب است که در اثر خیز الاستیک، سنسورهای اندازه گیری دستگاه ناوبری مقادیر خطا داری را نشان می دهند و از طرف دیگر به دلیل روابط متقابل معادلات آپرودینامیکی، عملگرها و

توسعه روز افزون تکنولوژی طراحی وسایل پرنده منجر به تولید سازه های انعطاف پذیر بزرگ با محموله بارهای سنگین تر شده است همچنین نیاز به سازه هایی بزرگتر با وزن کمتر و مقادیر بیشتر نیروی



شکل (۱) مدل یک ماهواره بر انعطاف پذیر با جرم محموله

در زمینه کنترل فعال ارتعاشات، موضوع استفاده از پیزو الکتریک ها نیز بسیار مورد توجه می باشد. پیزوالکتریک ها نسبت به تنش مکانیکی، کرنش، حرکت، فشار و ارتعاش حساسند و همین خاصیت باعث استفاده آنها در کنترل ارتعاشات می گردد [5]. همچنین در زمینه استفاده از فیلتر های تطبیقی در زمینه کنترل وسایل پرنده مطالعات بسیاری انجام شده است. در این زمینه Gaylorand و Randall جهت پایدار سازی حلقه کنترل در برابر مود غالب فرکانس خمشی از فیلتر های تطبیقی استفاده نمودند و از دو سیستم کنترل مجزا جهت پایدار سازی مد ارتعاش خمشی اول و دوم ماهواره بر SI-B بهره بردند [6]. همچنین در پژوهشی دیگر Matthew و Englehart جهت کنترل یک ماهواره بر از فیلتر باریک در قسمت فیدبک حلقه کنترل استفاده نمودند [7]. همچنین در این زمینه Bang و Choi در دو پژوهش بر روی یک موشک کاوش ابتدا با لحاظ نمودن یک مود ارتعاشی و سپس دو مد توانستند کنترلر وضعیت موشک فوق را به خوبی طراحی نمایند [8, 9]. آنها از الگوریتم های تطبیقی بهره گرفتند و با استفاده از فیلتر های باریک اثر ارتعاشات را به خوبی کاهش دادند. در بررسی دیگری Ra روش شناسایی در فیلتر تطبیقی را نسبت به نویزهای ورودی مقاوم نمود [10]. در پژوهشی دیگر Bang و Park روش فیلترهای تطبیقی را بر روی یک نمونه آزمایشی از یک ماهواره بر مورد آزمایش قرار داده اند [11]. پس از این فعالیت ها Khoshnood و Roshanian در پژوهش های پیوسته خود بر روی کنترل ماهواره بر، توانستند ابتدا با لحاظ نمودن یک مود ارتعاشی و سپس دو مود کنترل وضعیت موشک را بخوبی طراحی نمایند. آنها با استفاده از روش مدل-مرجع و استفاده از فیلتر باریک اثر ارتعاشات را بخوبی کاهش دادند [12, 13].

در تمام فعالیت های گذشته طراحی سیستم کنترل بدون توجه به اثر بار محموله که نقش بسزایی در کاهش فرکانس ارتعاش خمشی و به دنبال آن افزایش دامنه ارتعاشات دارد، طراحی شده است که در این مقاله سعی خواهد شد که این موارد بر روی سیستم کنترل کننده بررسی گردد. همچنین در این مقاله از فیلتر باریک شبکه ای جهت حذف فرکانس ارتعاش خمشی استفاده می شود. این مقاله شامل چهار بخش اصلی می باشد. همانگونه که مشاهده شد در فصل اول مقدمه ای از کلیت موضوع، تاریخچه تحقیقات انجام شده و هدف از این تحقیق بیان گردید. در بخش دوم استخراج معادلات لاگرانژ و شبیه سازی مدل ۸

سیستم کنترل، سیستم حلقه بسته کنترلی مستقیمی در مواجهه با این اثرات دچار عملکرد نامطلوب می گردد که می بایست این مشکل را با لحاظ نمودن معادلات انعطاف پذیری در سیستم دینامیکی جسم پرنده و روش های کنترل آن تا حد ممکن به حالت مطلوب رسانید. اگرچه معیارهای مطرح شده از لحاظ تئوری به طور نسبی محدوده الاستیک بودن یا نبودن یک سازه را مشخص می نماید، بدون شک مساله انعطاف پذیری در مورد سازه های ماهواره برها و فضاپیماها که از حجم و نیروی پیشران بسیار بالایی برخوردارند، بیش از سایر اجسام پرنده مورد توجه می باشد. در این میان بحث ترکیب معادلات آیرو دینامیک و انعطاف پذیری به نوبه خود از پیچیده ترین محاسبات و تحلیل های ریاضی برخوردار است. در این مقاله ماهواره بر به صورت یک تیر دو سر آزاد اولر-برنولی و بار محموله به صورت یک جرم متمرکز نقطه ای مطابق شکل (۱) در نظر گرفته می شود. سپس اثر مدلسازی بار محموله روی ارتعاشات IMU بررسی می گردد و نتایج مدلسازی بار محموله بر روی دامنه ارتعاشات نشان داده می شود. مشاهده می گردد که با افزایش جرم محموله، به علت کاهش فرکانس و همچنین نیروی محوری ناشی از بار محموله، نوسانات و ارتعاشات سازه و عملگرها افزایش می یابد. لذا برای جلوگیری از این مشکل یکی از بهترین استراتژی ها حذف تحریک با استفاده از فیلتر تطبیقی در فرآیند حذف فعال ارتعاشات می باشد. بدین ترتیب می توان از حداکثر بار محموله مجاز برای سازه بهره برد و اثر مخرب آن را با بهره گیری از فیلترهای تطبیقی کاهش داد. در زمینه دینامیک سیستم های انعطاف پذیر، موشک ها و ماهواره برها و قطعات هواپیماها را می توان به راحتی به تیرها مدل نمود. بسیاری از مسائل پایداری موشک ها بر اساس تحلیل تیر های خطی اولر برنولی یا تیر های تیموشینکو حل شده اند، اما روشهای خطی در واقع نتوانسته اند رفتارهای غیر خطی سازه را به خوبی نشان دهند. محققان بسیاری پایداری تیرهای دو سر آزاد با بار متمرکز را مورد مطالعه قرار دادند [1]. در این زمینه اوشیما و سوگی یاما آنالیز پایداری یک تیر دو سر آزاد با جرم محموله سنگین را مورد بررسی قرار داده اند [2]. همچنین کیم و چو پایداری یک تیر تیموشینکو دو سر آزاد با جرم محموله متمرکز و نیروی تعقیب کننده ایمپالسی را بررسی نمودند [3]. در فعالیتی جدید [4] M. Trikha و D. Roy Mahapatra پایداری سازه ای یک وسیله پرنده باریک و طویل را بررسی نمودند که در آن به توسعه مدل جهت آنالیز ناپایداری دینامیکی پرداخته شده است همچنین در این پژوهش جفت شدگی مدهای صلب، مدهای ارتعاشی طولی و مدهای ارتعاشی معکوس به علت متقارن بودن وسیله پرنده، در نظر گرفته شده است. در میان همه فعالیت های انجام شده، هنوز شبیه سازی جامعی که تمامی منابع ارتعاشی از جمله اثرات نیروی آیرو دینامیک، نیروی جاذبه و نیروهای کنترلی را بررسی نماید به چشم نمی خورد.

(۵)

$$\dot{U} = \frac{F_x}{m_s} + RV - QW$$

$$\dot{V} = \frac{1}{m_s} (F_y + m X_{out} R) + PW - RU$$

$$\dot{W} = \frac{1}{m_s} (F_z + m X_{out} Q) + QU - PV$$

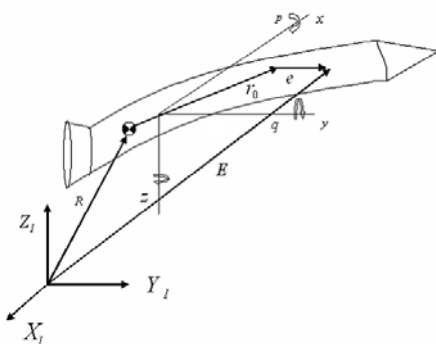
$$\dot{p} = \frac{1}{(I_x + \sum(\eta_i^2 + \zeta_i^2))} [M_x - \sum(\eta_i \ddot{\zeta}_i - \ddot{\eta}_i \zeta_i) - 2P \sum(\zeta_i \dot{\zeta}_i + \eta_i \dot{\eta}_i) + (Q^2 - R^2) \sum \eta_i \zeta_i + QR \sum (\zeta_i^2 - \eta_i^2)]$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{(I_y + \sum \zeta_i^2)} [M_y + PR(I_y - I_x) - PR \sum \zeta_i^2 + (\dot{R} - PQ) \sum \eta_i \zeta_i + 2R \sum \zeta_i \dot{\eta}_i - 2Q \sum \zeta_i \dot{\zeta}_i]$$

$$\dot{R} = \frac{1}{(I_z + \sum \eta_i^2)} [M_z + PQ(I_x - I_z) + PQ \sum \eta_i^2 + (\dot{Q} + PR) \sum \eta_i \zeta_i + 2Q \sum \eta_i \dot{\zeta}_i - 2R \sum \eta_i \dot{\eta}_i]$$

$$\ddot{\eta}_i = Q_{\eta i} - 2\mu_i \omega_i \dot{\eta}_i + (P^2 + R^2 - \omega_i^2) \eta_i + 2P \dot{\zeta}_i + (-QR + \dot{P}) \zeta_i$$

$$\ddot{\zeta}_i = Q_{\zeta i} - 2\mu_i \omega_i \dot{\zeta}_i + (P^2 + Q^2 - \omega_i^2) \zeta_i - 2P \dot{\eta}_i - (\dot{P} + QR) \eta_i$$



شکل (۲) موقعیت بردارهای تعریف شده

۳- روش مدل مرجع برای شناسایی فرکانس

در این روش مطابق معادلات زیر، خطای بین سیستم اصلی و سیستم مرجع که مطلوب ماست به صورت یک تابع اتلاف تعریف می‌شود

$$e = y_m - y$$

$$j(\theta) = \frac{1}{2} e^2 \quad (6)$$

برای کوچک کردن J ، پارامترها را در جهت گرادین منفی J ، تغییر می‌دهیم. در نتیجه:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial j}{\partial \theta} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (7)$$

درجه آزادی غیر خطی ماهواره بر با جرم محموله سنگین می‌پردازیم. در بخش سوم جزئیات کنترل پیشنهادی، تشریح می‌گردد و نهایتاً در بخش چهارم آزمایش روش شناسایی پارامترهای ارتعاشی و فیلتر کردن اثرات نامطلوب آنها بر روی مدل خطی و پیاده سازی بر روی مدل اصلی غیر خطی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۲- معادلات الاستیک

برای بدست آوردن معادلات حرکت الاستیک ماهواره بر فرض می‌کنیم تغییر شکل تنها در جهت X و Y ناشی از خمشی می‌باشد. بنابراین تغییر شکل الاستیک ماهواره بر را در امتداد شکل موده‌های مشخصی فرض می‌کنیم. به این روش برای تغییر شکل‌های الاستیک روش موده‌های جمع شده گفته می‌شود. ماهواره بر متقارن است، شکل موده‌های ارتعاشی در جهات Y و Z مشابه است و آن را با $\phi_i(x)$ برای مود i ام نشان می‌دهیم [۱۴ و ۱۵]. بنابراین داریم:

$$(1) \quad \overline{e(x,t)} = \begin{cases} 0 \\ \sum_{i=1}^n \eta_i(t) \phi_i \\ \sum_{i=1}^m \zeta_i(t) \phi_i(x) \end{cases}$$

که در آن η_i و ζ_i بخش‌های زمانی مربوط به خمشی سازه در کانال‌های یاو و پیچ و ϕ_i شکل مود خمشی سازه است. برای سادگی فرض می‌کنیم $n = m$. برای بدست آوردن معادلات حرکت از روش لاگرانژ استفاده می‌شود. علت انتخاب این روش سادگی در به دست آوردن معادلات حرکت الاستیک می‌باشد. برای بدست آوردن معادلات ارتعاشی پرواز با بهره‌گیری از دستگاه نشان داده شده در شکل (۲) و استفاده از معادلات لاگرانژ خواهیم داشت:

$$\vec{E} = \vec{R} + \vec{r} \quad (2)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{e} \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\eta}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \eta_i} + \frac{\partial U}{\partial \eta_i} + \frac{\partial D}{\partial \eta_i} = Q_{\eta i} \quad (4)$$

که در آن $\vec{R}$ و $\vec{E}$ به ترتیب بردارهای مکان مرکز ثقل و نقطه ای از موشک تغییر شکل یافته نسبت به مختصات اینرسی می‌باشند. $\vec{r}_0$ و $\vec{e}$ به ترتیب بردارهای موقعیت نقطه‌های از موشک قبل و بعد از تغییر شکل نسبت به دستگاه مختصات بدنی هستند. همچنین انرژی جنبشی کل موشک، U انرژی پتانسیل کرنشی در موشک، D انرژی استهلاکی و $Q_{\eta i}$ نیروهای تعمیم یافته در جهت مختصات تعمیم یافته η_i می‌باشد. از آنجا که معادلات مربوط به روند استخراج انرژی‌ها در مراجع مختلف آمده است در اینجا به آنها اشاره نمی‌کنیم و تنها نتایج آنها را بیان خواهیم نمود که به قرار زیر است.

$$\frac{\Delta k_0}{\Delta t} = -\gamma(y - y_m) \left(\frac{\Delta e}{\Delta k_0} \right) \quad (11)$$

در شکل استاندارد معادلات گسسته و با میان گیری از سیگنال های ورودی با فرض پله واحد داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta e}{\Delta k_0} &= \frac{e(n+1) - e(n)}{k_0(n+1) - k_0(n)} = \\ &= \frac{x(n+1) + 2k_0(n+1)x(n) + x(n-1) - x(n) - 2k_0(n)x(n-1) - x(n-2)}{k_0(n+1) - k_0(n)} \\ &\equiv 2x(n-1) \end{aligned} \quad (12)$$

با جایگذاری رابطه (12) در معادله (11) و بازنویسی y در حالت گسسته، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} k_0(n+1) - k_0(n) &= \\ &= -\gamma \left(\frac{1}{2}(1+\beta)x(n) + 2k_0(n)x(n-1) + x(n-2) - y_m \right) (2x(n-1)) \end{aligned} \quad (13)$$

به این ترتیب یک معادله برحسب تخمین گام به گام پارامتر قابل تنظیم به دست آمده است که می توان هر لحظه آن را به فیلتر باریک به عنوان ورودی ارائه نمود. به کمک این الگوریتم که ترکیبی از مدل مرجع و تخمین گر و فیلتر می باشد می توانیم ارتعاشات خمشی را از سیگنال اصلی رفع نماییم. برای بررسی پایداری الگوریتم فوق از روشهای تطبیقی در واقع روند همگرایی مقدار پارامتر قابل تنظیم k_0 را مورد توجه قرار می دهیم. اگر معادله (11) را بفهم استاندارد یک معادله فضای حالت در سیستم های گسسته بنویسیم:

$$\begin{aligned} k_0(n+1) + \gamma(4x^2(n-1) - 1)k_0(n) &= \\ \gamma(-x(n-2) + y_m - x(n))(2x(n-1)) \end{aligned} \quad (14)$$

با در نظر گرفتن شرایط پایداری سیستم های گسسته خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \left| \gamma(4x^2(n-1) - 1) \right| &< 1 \\ \Rightarrow 0 < \gamma &< \frac{1}{2x^2(n-1)} \end{aligned} \quad (15)$$

با توجه به رابطه (15) مشاهده می شود که پایداری به مقدار متوسط نهایی (حالت پایدار) $x(t)$ بستگی دارد که با توجه به این نمونه ماهواره بر:

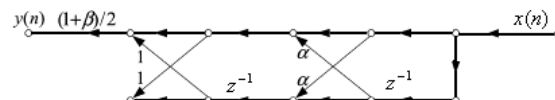
$$\Rightarrow 0 < \gamma < 2.3 \quad (16)$$

این نتیجه را می توان با شبیه سازی نرم افزاری نیز مورد تایید قرار داد.

۴- شبیه سازی

در این بخش تاثیر بار محموله بر روی حلقه کنترلی مورد بررسی قرار می گیرد. مطابق شکل (5) به علت کاهش فرکانس و بار محوری ناشی از بار محموله، دامنه ارتعاشات با افزایش جرم محموله افزایش می یابد. در ادامه در اشکال (6) و (7) عملکرد مجموعه حلقه کنترل با در نظر گرفتن الگوریتم و فیلتر و بدون استفاده از آن بر مدل خطی شده را

که در اینجا θ پارامتر قابل تنظیم سیستم می باشد. با توجه به آنکه عملکرد مطلوب بر حسب مدل مرجعی که به سیگنال فرمان پاسخ مطلوب می دهد بیان می شود لذا برای اینکه بتوانیم رفتار سیستم را به رفتار حالت صلب آن معطوف نماییم به عنوان یک استراتژی در زمینه حذف فرکانس ارتعاش خمشی مدل صلب سیستم ماهواره بر را به عنوان مدل مرجع انتخاب می نماییم برای این کار از یک الگوریتم که در واقع شناسایی و فیلتر نمودن را با هم ترکیب کرده است بهره گرفته ایم. در شکل (3) پیکر بندی یک فیلتر باریک شبکه ای به تصویر کشیده می شود [16].



شکل (3) فیلتر باریک شبکه ای

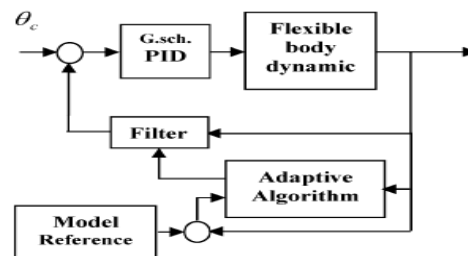
یک فیلتر باریک شبکه ای را می توان به فرم ساده شده زیر در نظر گرفت [16]:

$$H(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{1}{2}(1+\beta) \frac{1+2k_0z^{-1}+z^{-2}}{1+k_0(1+\beta)z^{-1}+\beta z^{-2}} \quad (8)$$

که در آن K معرف یک بخش کسینوسی از فرکانس مرکزی فیلتر می باشد. و بصورت زیر تعریف می گردد [8].

$$k_0 = -\cos(\Delta T \omega_0) \quad (9)$$

که در آن ΔT زمان نمونه برداری و ω_0 فرکانس طبیعی دینامیک صلب می باشد. همچنین β پارامتر اصلی کنترل پهنای باند فیلتر باریک می باشد که جهت پایداری الگوریتم بایستی کوچکتر از واحد انتخاب گردد. در شکل (4) بلوک دیاگرام روش کنترلی اتخاذ شده به تصویر کشیده شده است.



شکل (4) دیاگرام بلوکی الگوریتم تطبیقی و فیلتر شبکه ای

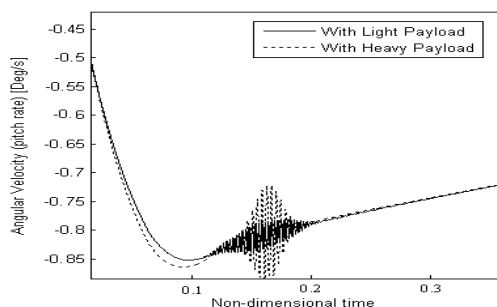
برای اینکه بتوانیم از روش MIT استفاده نماییم فرم ورودی خروجی فیلتر را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$x(n) = \frac{1}{D(z)} u(n) \quad (10)$$

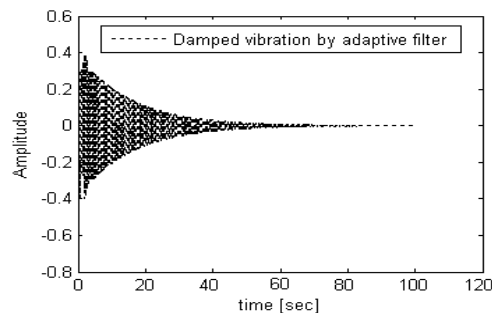
$$y(n) = \frac{1}{2}(1+\beta)[x(n) + 2k_0x(n-1) + x(n-2)]$$

اگر از معادلات فوق $y(n)$ را در معادله (7) در حالت گسسته قرار دهیم و پارامتر قابل تنظیم K در نظر بگیریم و معادلات را در قالب تفاضلی نگاه کنیم داریم:

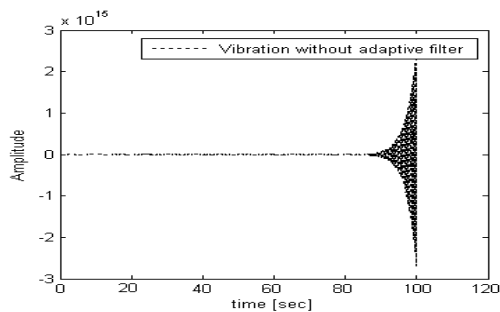
حالیست که از هیچ گونه تغییرات سخت افزاری مطابق روشهای مشابه کنترل ارتعاشات بهره برده نشده است لذا با استفاده از این الگوریتم تطبیقی، حمل محموله های سنگین تر که پیش از این به دلیل ارتعاشات نامطلوب عملی نبود، امکان پذیر می گردد.



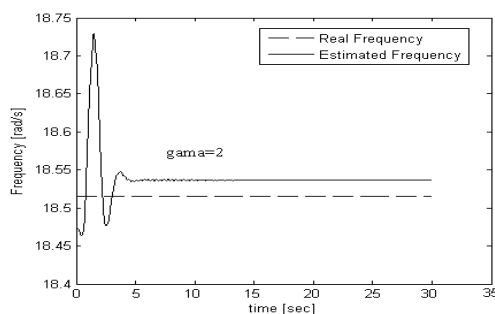
شکل (۵) تاثیرات جرم محموله بر روی سرعت زاویه ای کانال فراز بر حسب زمان



شکل (۶) عملکرد مجموعه الگوریتم و فیلتر در بر طرف نمودن اثر ارتعاش خمشی



شکل (۷) عملکرد حلقه کنترل بدون استفاده از فیلتر تطبیقی



شکل (۸) بررسی پایداری الگوریتم مدل مرجع بر حسب محدوده پارامتر ثابت γ در مقدار ۲

بررسی می نمایم. همانگونه که مشاهده می شود بدون استفاده از الگوریتم مدل مرجع و فیلتر، سیستم ناپایدار می شود. حال آنکه با استفاده از این متد تطبیقی، بعلت حذف اثر ارتعاشات در سیستم اندازه گیری، سیستم پایدار شده است. در بخش ۳، محدوده ای را برای پارامتر ثابت γ ، جهت بررسی پایداری الگوریتم مدل مرجع بدست آوردیم که در ادامه صحت این ادعا در همگرایی الگوریتم در محدوده فوق و واگرایی آن در خارج از آن در اشکال (۸) و (۹) نشان داده شده است. همچنین شکل (۱۰) شناسایی فرکانس ارتعاشات غالب خمشی را با استفاده از الگوریتم فیلتر شده مدل مرجع بازگشتی نشان می دهد. این شکل نشان می دهد که الگوریتم فوق فرکانس ارتعاشی غالب سیستم را به خوبی شناسایی می نماید. در شکل (۱۱) به بررسی خروجی کانال فراز با استفاده از الگوریتم تطبیقی و بدون استفاده از آن می پردازیم در ادامه برای اینکه عملکرد مطلوب حلقه کنترل، پس از اضافه کردن فیلتر نشان داده شود تغییرات عملکرد در کانال فراز با استفاده از الگوریتم کنترلی و بدون استفاده از آن در شکل (۱۲) به تصویر کشیده شده است.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، اثرات انعطاف پذیری بر روی یک ماهواره بر انعطاف پذیر با جرم محموله سنگین به صورت متمرکز (نقطه ای) مورد تحلیل واقع گردید. نتایج شبیه سازی نشان دهنده آنست که تاثیرات ایجاد شده بوسیله انعطاف پذیری، باعث آثار نامطلوب بر روی حلقه کنترل می گردد. وجود فرکانس اول خمشی در خروجی ها محسوس می باشد اما فرکانس های بالاتر مودهای ارتعاشی به دلیل فرکانس بالا و دامنه کم دیده نمی شود، همچنین بار محموله سنگین باعث کاهش فرکانس مودهای ارتعاشی گردید که منجر به افزایش دامنه ارتعاشات می شود. برای کاهش این تاثیرات، ارتعاشات خمشی با رفتار یک تیر با ۲ مود ارتعاشی مدلسازی شده است. یک سیستم کنترل تطبیقی بر مبنای شناسایی فرکانس ارتعاشات خمشی و فیلتر باریک شبکه ای تطبیقی با فرکانس مرکزی متغیر طراحی شده است تا بتواند تاثیرات نامطلوب ارتعاشات را از سیستم اندازه گیری حذف نماید. نکته حائز اهمیت دیگر آنست که در الگوریتم های تطبیقی مساله همگرایی الگوریتم بسیار مهمتر از مساله دقت شناسایی می باشد چرا که اگر الگوریتم همگرا نشود باعث ناپایداری سیستم خواهد شد اما خطای شناسایی تنها عملکرد را نامطلوب خواهد کرد. لذا معیار پایداری در این طراحی، همگرایی الگوریتم تطبیقی قرار داده شده است. نتایج شبیه سازی این تاثیرات بر روی مدل غیر خطی و متغیر با زمان ماهواره بر انعطاف پذیر نشان دهنده آنست که الگوریتم پیشنهادی که در فعالیت های گذشته بر روی سیستم ماهواره بر تیر گونه بدون در نظر گرفتن جرم محموله به خوبی عمل کرده بود در این بررسی، بر روی سیستم ماهواره بر تیر گونه با اثر بار محموله نیز، به خوبی توانسته ارتعاشات نامطلوب خمشی را از سیستم اندازه گیری برطرف نماید و کاهش دهد. و این در

mathematical modeling", International Journal of Mechanical Sciences, Volume 52, Issue 7, July 2010, Pages 937-951.

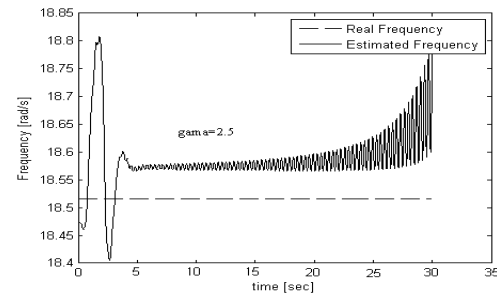
- [5] A.Suleman, P.Costa, "Adaptive control of an aeroelastic flight vehicles using piezoelectric actuators", Computer&structures, pp.1303-1314, 2004.
- [6] Gaylor, Randall, "An Adaptive Tracking Filter For The Stabilization Of Bending Modes In Flexible Vehicles", AIAA/JACC Guidance and Control Conference, SEATTLE, WASH ; United States; 15-17 Aug. 1966.
- [7] Englehart, Matthew J., "An adaptive control concept for flexible launch vehicles", AIAA-1992-4622.
- [8] H.D. Choi, H. Bang, "An adaptive control approach to the attitude control of a flexible rocket", Control engineering practice 8, P.P. 1003-1010, 2000.
- [9] N.L, Cho, S.U.Lee, "On the adaptive lattice notch filter for the detection of sinusoids". IEEE, pp. 405-414. 1993.
- [10] W.s. Ra, "Practical adaptive notch filter of missile bending mode rejection". IEEE Electronic letters, Vol.41, No.5, 2005.
- [11] C. S. oh, H.Bang, C. S. Park, "Attitude control of a flexible launch vehicle using an adaptive notch filter: Ground experiment", Control engineering practice, 2008.
- [12] A.M. Khoshnood, J. Roshanian, "Model reference adaptive control for a flexible launch vehicle", Proc. IMechE Vol. 222 Part I: J. Systems and Control Engineering, 2008
- [13] A.M. Khoshnood, J. Roshanian, "Simultaneous estimation of two bending vibration frequencies for attitude control of a flexible launch vehicle", Proc. IMechE Vol. 223 Part I: J. Systems and Control Engineering, 2009
- [14] S.H. Pourtakdoust, N.Assadian, "Investigation of thrust effect on the vibrational characteristics of flexible guided missiles", Journal of Sound and Vibration 272 (2004) 287-299

[۱۵] جعفر روشنی یان، علی خاکی صدیق، عبدالمجید

خوشنود، "کنترل تطبیقی یک ماهواره بر انعطاف پذیر" پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی،

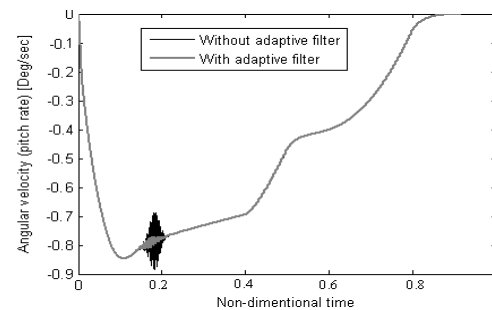
۱۳۸۶

- [16] Junli Liang, Bangjie Ji, "Recursive Least Squares-Like algorithms for the adaptive second-order Lattice notch filter", Digital Signal Processing 18 (2008)



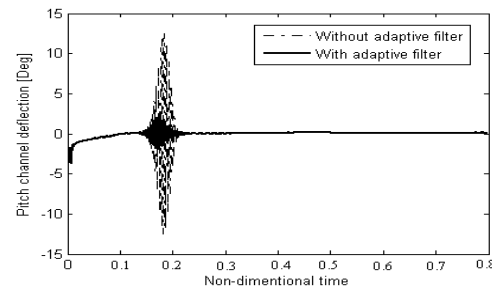
شکل (۹) بررسی پایداری الگوریتم مدل مرجع بر حسب محدوده پارامتر

ثابت γ در مقدار ۲.۵



شکل (۱۱) مقایسه سرعت زاویه ای کانال فراز با استفاده از الگوریتم

تطبیقی و بدون استفاده از آن



شکل (۱۲) تغییرات زاویه عملکرد با حضور الگوریتم ترکیبی و بدون آن در

کانال فراز

مراجع

- [1] J.A Euler, S.E. khadem, "Dynamic stability of flexible spinning missiles, part III: Vibration ans Stability analysis of a structurally dumped controlled free-free Timoshenko beam, as a model for flexible missile". AIAA-92-2457-CP, pp.2077-2084, 1992.
- [2] T.ohshima, Y.sugiyama, " Stability of a jointed free beam subjected to end rocket thrust and carrying a heavy payload at its nose" ,IEEE Journal.pp.1115-1120,2003.
- [3] Kim, J-H, Choo, Y.-S., "Dynamic Stability of a Free-free Timoshenko beam subjected to a pulsating follower force" Journal of Sound and Vibration, Vol, 216, No, 4, Oct. 1998, pp. 623-636.
- [4] D. Roy Mahapatra, M. Trikha, "Structural stability of slender aerospace vehicle:

علائم اختصاری و نمادها

پارامتر	توضیح	دیمانسیون
Q_{η_i}, Q_{ζ_i}	نیروهای تعمیم یافته مود i ام	-
η_i, ζ_i	مختصات تعمیم یافته مود i ام	-
$\phi_i(x)$	شکل مود i ام	-
k_0	فرکانس مرکزی فیلتر باریک	rad/s
β	ثابت فیلتر باریک	-
T, U, D	انرژی جنبشی و پتانسیل و استهلاکی ماهواره بر	Kgm^2 / s^2
F_x, F_y, F_z	نیروهای خارجی در دستگاه بدنی در راستای X و Y و Z	N
M_z, M_y, M_x	گشتاورهای خارجی در دستگاه بدنی در راستای X و Y و Z	N.m
m_s	جرم ماهواره بر	Kg
e	خطا	-
$e(x, t)$	جابجائی الاستیک سازه ماهواره بر	m
r	بردار موقعیت نقطه ای از جسم در دستگاه بدنی	m
E	بردار موقعیت نقطه ای از جسم در دستگاه اینرسی	m

ارائه روشهایی جدید برای تعیین عمق بیهوشی

تکتم ذوقی^۱، رضا بوستانی^۲

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شیراز، tzoughi@cse.shirazu.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شیراز boostani@shirazu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۱۰/۱۹، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۱۲/۸)

چکیده: تعیین و کنترل عمق بیهوشی در حین عمل جراحی مساله بسیار مهم و حیاتی است. روشهای متعددی برای ارائه یک شاخص کمی جهت ارزیابی عمق بیهوشی ارائه شده است. در این مطالعه روشهای موجود تحلیل سیگنالهای مغزی، مورد بررسی قرار می گیرند. علاوه بر آن جهت ارائه شاخصی مقاوم به منظور تعیین دقیق تر عمق بیهوشی، روشها و پیش پردازشهای متفاوتی برای تحلیل سیستم غیرخطی متغیر با زمان ارائه می شود. دو روش ارائه شده در این مطالعه و روشهای موجود، بر روی ۱۸۷۰ ثانیه از سیگنال مغزی بیماران مختلف اعمال شده است و در نهایت با اندیس BIS مقایسه شده اند. نتایج تجربی نشان می دهد روشهای پیشنهادی با دقت مناسبی قادر به جداسازی حالات مختلف عمق بیهوشی می باشند.

کلمات کلیدی: تعیین عمق بیهوشی، تحلیل موجک، تابع خود همبسته، سیگنال مغزی.

Proposing New Methods to Determine Depth of Anesthesia

Toktam Zoughi, Reza Boostani

Abstract: – In each surgical operation, monitoring the depth of anesthesia is vital for anesthesiologists. Several methods have been suggested to determine quantitative indices for depth of anesthesia. In this study, to make the index more robust, a beneficial EEG signal preprocessing method and also two efficient methods have been proposed to estimate the depth index during the surgery. To validate the introduced index, the proposed methods are applied to EEG signals of 22 people (1870 epochs) during the surgery and their determined indices are compared to BIS index which is now a reference in anesthesia monitoring. Experimental results showed that the proposed methods can precisely classify the different anesthesia levels of 1870 epochs. Moreover, the results were compared with BIS which shows highly correlated to the Bispectral index (BIS).

Keywords: determining depth of ansthesia, wavelet analysis, autocorrelation, EEG signal.

۱- مقدمه

اتاق عمل با استفاده از علائم کلینیکی از قبیل: فشار خون، ضربان قلب، حرکت اندامهای بدن و تنفس بیمار کنترل می شود. در حین عمل علاوه بر داروهای بیهوشی، داروهایی از قبیل شل کننده عضلانی، قطع کننده تنفس، ضد درد و خواب آور استفاده می شود. این امر باعث می شود تفسیر علائم بیهوشی سخت تر شود بعلاوه شاهد هوشیاری بیمار در حین عمل جراحی باشیم [۱۴ و ۱۶]. به علت اینکه مهمترین عامل بیهوشی در مغز قرار دارد، بیشتر توجه محققان به سمت آنالیز فعالیت الکتریکی مغز (EEG) متمرکز شده است [۱۸].

بیهوشی در اثر تزریق داروی بیهوشی حاصل می شود، که از طریق علائمی چون خواب آلودگی و احساس بی دردی قابل تشخیص می باشد. امروزه عمق بیهوشی به صورت کاهش پیوسته عملکرد سیستم عصبی مرکزی و کاهش پاسخ به محرکها قابل بیان می باشد [۱۹]. تزریق مقدار مناسبی داروی بیهوشی به بیمار همواره مساله مهمی برای متخصصان بیهوشی بوده است. متخصصان درصددند در ضمن اطمینان از گردش خون بیمار، عمق بیهوشی افزایش یابد و بهبودی بیمار در مدت زمان کوتاهی تضمین شود [۸ و ۱۱]. امروزه عمق بیهوشی در

دستگاه های جدید ثبت عمق بی هوشی فقط از یک یا دو کانال EEG که از پیشانی بیمار ثبت می شود، بهره برداری می کنند امروزه سه روش کاربردی برای تعیین عمق بیهوشی استفاده می شود که این سه روش به شرح زیر است: *auditory evoked potentials* (AEP) که میزان تحریک پذیری بیمار به محرک صدا را اندازه گیری می کند [۷ و ۹]. *Bispectral index* (BIS) که میزان جفت شدگی بین فرکانسهای مختلف در دامنه فرکانسی را بررسی می کند. رنج BIS بین ۰-۱۰۰ می باشد که ۰ نشان دهنده بیهوشی عمیق و ۱۰۰ نشان دهنده هوشیاری کامل بیمار می باشد [۱۲ و ۱۷]. *Narcotrend* (از شرکت *MonitorTechnik of Bad Branstedt* آلمان) که بر اساس کلاسه بندی *kugler* عمل می کند و برای آنالیز حالات مختلف خواب ارائه شده است.

روشهای انتقال به دامنه زمان- فرکانسی به دو دسته کلی انتقال خطی و انتقال غیر خطی تقسیم می شود. روشهای انتقال خطی مانند تحلیل موجک محتویات فرکانسی سیگنال را در مقیاسهای متفاوت و با شدتهای گوناگون نمایش می دهند [۳]. از طرفی سیگنال EEG به شدت غیر خطی و نامنظم می باشد بنابراین روشهای غیر خطی توزیع انرژی سیگنال در دامنه زمان- فرکانس را بهتر نمایش می دهد [۱]. در بخش ۲ به معرفی و بررسی تعدادی از روشهای استخراج ویژگی سیگنال EEG خواهیم پرداخت. در بخش ۳ روش پیشنهادی اول که بر اساس نوسانات تابع خود همبستگی می باشد را مورد بررسی قرار می دهیم. در بخش ۴، روشی بر مبنی تحلیل موجک ارائه می شود و مورد ارزیابی قرار می گیرد و در بخش ۵ روشهای بیان شده نتیجه گیری می شود.

۲- تشریح صورت مسئله

برای بازنمایی بهتر سیگنال باید ویژگیهای موجود در سیگنال استخراج شوند. در این قسمت روشهای استخراج ویژگی از سیگنال و روشهای اساسی پردازش سیگنال که برای کنترل بیهوشی کاربرد دارند، بررسی می شوند.

۱-۲- تحلیل موجک

ویژگی بارز تبدیل موجک آنالیز سیگنال در دامنه زمان و فرکانس می باشد. توابع پایه تحلیل موجک دارای آزادی عمل در انتخاب دو پارامتر انتقال و مقیاس می باشند. این مطلب تحلیل موجک را قادر می سازد سیگنال را به صورت ترکیب موجهای کوچک آنالیز و سنتز کند. آنالیز سیگنال در مقیاسهای مختلف و با دقتهای متفاوت، آنالیز چندگانه نام دارد. در شکل ۱ تبدیل موجک برای ۱۰ ثانیه از سیگنال مغز بیمار در

حین بیهوشی نمایش داده شده است. شکل ۱-الف سیگنال EEG می باشد، شکل ۱-ب ضرایب تقریب این سیگنال را نمایش می دهد و شکل ۱-ج و ۱-د ضرایب جزئیات سیگنال EEG می باشند.

۲-۲- طیف مرتبه بالا

برای محاسبه طیفهای مرتبه بالا ابتدا باید آمارگان مرتبه بالا محاسبه شود. برای محاسبه آمارگان مرتبه سوم از فرمول زیر استفاده می شود:

$$R(\tau_1, \tau_2) = EXP\{x(t)x(t + \tau_1)x(t + \tau_2)\} \quad (۱)$$

با فرض ایستا بودن سیگنال، طیف مرتبه سوم به صورت زیر محاسبه می شود:

$$Bis(f_1 f_2) = PSD\{R(\tau_1, \tau_2)\} \quad (۲)$$

که PSD تخمین طیف سیگنال است. در عمل بدلیل طول محدود سیگنال و حجم محاسبات زیاد برای محاسبه طیف مرتبه دوم از تخمین زننده ها استفاده می شود. برای محاسبه طیف دوگانه می توان از روشهای تخمین سنتی (مبتنی بر تبدیل فوری) و روشهای تخمین پارامتری (مدلهای *AR*، *MA* و *ARMA*) استفاده کرد. در شکل ۲-الف سیگنال EEG بیمار در حین بیهوشی خفیف و در قسمت (ب) طیف دوگانه این سیگنال رسم شده است.

۳-۲- تابع خود همبسته^۱

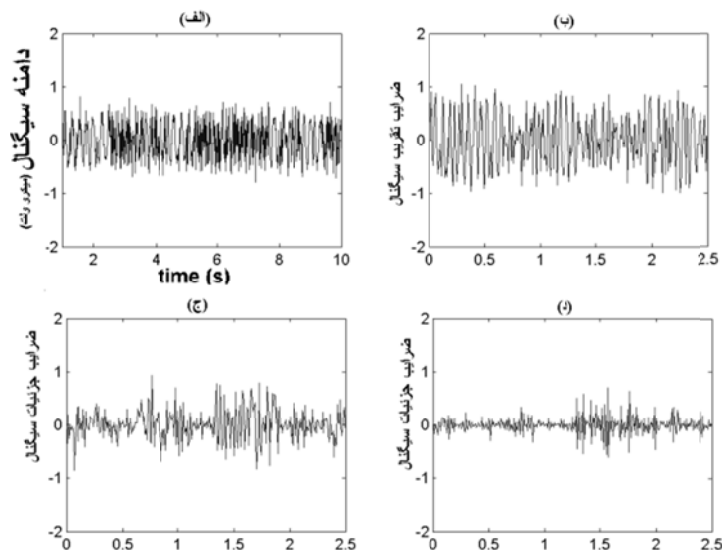
تابع خود همبسته یک سیگنال، نشان دهنده ارتباط آن سیگنال با خودش می باشد و یک روش ریاضی برای یافتن الگوهای تکراری و پررودیک سیگنال می باشد بخصوص زمانی که سیگنال با نویز همراه باشد. برای سیگنال $f(t)$ تابع همبستگی پیوسته $R_{ff}(\tau)$ و با تاخیر به صورت زیر تعریف می شود:

$$R_{ff}(\tau) = \bar{f}(-\tau) * f(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) + \tau \bar{f}(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \bar{f}(t - \tau) dt \quad (۳)$$

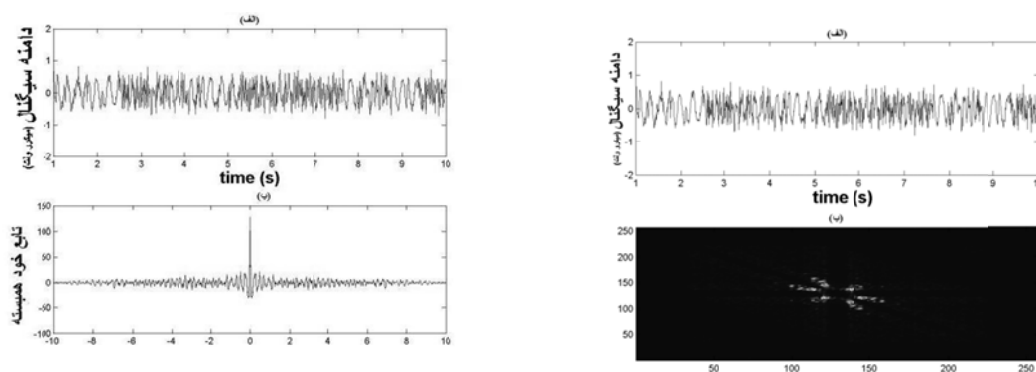
که $\bar{f}$ نشان دهنده *complex conjugate* و * نشان دهنده *convolution* می باشد.

با توجه به غیر ایستا بودن سیگنال EEG، یک ثانیه از سیگنال برای آنالیز انتخاب می شود که می توان آن را ایستا در نظر گرفت. بعضی ویژگیهای تابع خودهمبستگی باعث توصیف مناسب خصوصیات سیگنال می شود. تابع خود همبستگی در اطراف صفر متقارن می باشد، بنابراین بررسی نصف این ضرایب برای آنالیز کافی است. این تابع در صفر به ماکزیمم مقدار خود می رسد، چون هر سیگنال بیشترین شباهت با خودش را داراست.

¹ autocorrelation



شکل ۱: قسمت (الف) ۱۰ ثانیه از سیگنال EEG بیمار در حین عمل، (ب) ضرایب تقریب سیگنال با استفاده از دوبشیز نوع ۳ در ۳ سطح (ج) و (د) ضرایب جزئیات سیگنال EEG.



شکل ۲: (الف) سیگنال EEG بیمار در حین بیهوشی خفیف. (ب) طیف دوگانه سیگنال

تابع همبستگی در پربود سیگنال دارای ماکزیمم مقدار خود می باشد. تابع خودهمبستگی نویز سفید دارای ماکزیمم مقدار در $\tau = 0$ می باشد و برای سایر مقدار این تابع $\tau = 0$ صفر می باشد [۴]. بنابراین کاهش نویز یکی از ویژگیهای تابع خودهمبستگی می باشد. در شکل ۳ سیگنال EEG بیمار و تابع خود همبسته آن در حین بیهوشی و هوشیاری بیمار نمایش داده شده است.

در کنار بعد همبستگی بعد های فرکتالی نیز وجود دارند که نشان دهنده خواص هندسی بستر جذب می باشند ولی سرعت محاسبه بالایی دارند. برای محاسبه ابعاد فرکتالی روشهای مختلفی وجود دارد. روش پتروشن برای محاسبه بعد بسیار ساده و سریع می باشد. این بعد به صورت زیر تعریف می شود:

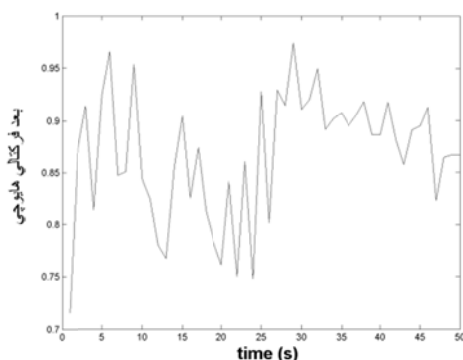
شکل ۳: (الف) سیگنال EEG بیمار در حین بیهوشی خفیف. (ب) تابع خود همبسته سیگنال EEG در حین بیهوشی خفیف. (ج) سیگنال EEG بیمار در حین هوشیاری. (د) تابع خود همبسته سیگنال EEG در حین هوشیاری

$$2-4- \text{بعد فرکتالی پتروشن}^1$$

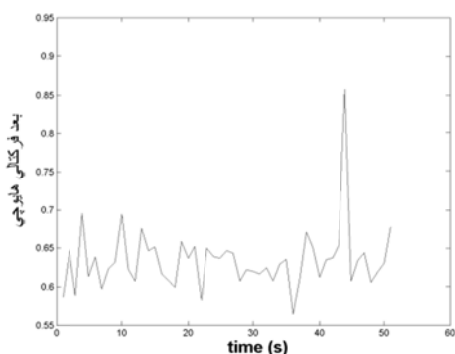
¹ Petrosian fractal dimension

$$L(k) = \sum_{m=1}^k L_m(k) \quad (۷)$$

$L(k)$ طول میانگین کل برای مقیاس k می باشد و به صورت توانی، $L(k) \propto k^{-D}$ ، قابل نمایش می باشد که D نشان دهنده بعد فرکتال هایوچی می باشد. شیب بهترین خط تقریب زده شده با روش کمترین مربع خطا برای منحنی $\ln(L(k))$ براساس $\ln(1/k)$ ، تخمینی از بعد فرکتال می باشد [۲]. در شکل ۴ و ۵ بعد فرکتال هایوچی برای ۵۰ ثانیه از سیگنال EEG بترتیب در حین هوشیاری و بیهوشی عمیق نشان داده شده است.



شکل ۴: بعد فرکتالی هایوچی برای ۵۰ ثانیه از سیگنال EEG در حین هوشیاری



شکل ۵: بعد فرکتالی هایوچی برای ۵۰ ثانیه از سیگنال EEG در حین بیهوشی عمیق

آنتروپی یا پراکندگی، میزان در همریختگی سیگنال را نشان می دهد که به روشهای مختلفی قابل بیان می باشد، در ادامه به چند مورد از آن اشاره می کنیم.

۲-۶- آنتروپی شانن^۲

این روش میزان خود اطلاعی متغیر تصادفی x_i را نشان می دهد [۱۵]:

$$H(\bar{X}) = E\{I(\bar{X})\} = -\sum_i^N p(x_i) \log p(x_i) \quad (۸)$$

$$PFD = \frac{\log_{10} N}{\log_{10} N + \log_{10} \left(\frac{N}{N+0.4 N_{\Delta}} \right)} \quad (۴)$$

که N طول سری زمانی می باشد و N_{Δ} تعداد تغییر علامت در مشتق سیگنال می باشد. چون سیگنال گسسته است تفاضل متوالی عناصر سری زمانی محاسبه می شود.

در مقایسه بعد های فرکتال باید به این نکته اشاره کرد که روش همبستگی احتیاج به تعداد نمونه زیاد برای محاسبه ابعاد بالاتر از روی یک سری زمانی دارد. برای سیگنال هایی که شرط ایستایی در طول زمان را ندارند بکارگیری این روش مناسب نیست زیرا فرض براین است که سیگنال به بستر جذب خود رسیده است و در آن در حال حرکت است. علاوه براین، مشکل زمان بر بودن این روش، کارایی آن را کاهش می دهد. در مقایسه با این روش، روش های بعد فرکتال بسیار سریعتر می باشند و با حجم کم داده ها نیز کار می کنند. این باعث می شود که از داده هایی با طول کمتر که فرض ایستایی روی آنها بر قرار است بتوان استفاده کرد. محققان از این ویژگی های غیر خطی برای بررسی کیاتیک بودن سیگنال EEG و بررسی تغییرات سیگنال در حالت صرع، خواب و فعالیت های ذهنی استفاده کرده اند.

۲-۵- بعد فرکتال هایوچی^۱

برای محاسبه بعد فرکتال، این روش از سایر روشها از لحاظ زمان برتر است. سری زمانی $x(1), x(2), x(3), \dots, x(N)$ را برای آنالیز در نظر می گیریم. k سری زمانی جدید به صورت زیر ساخته می شود:

$$x_m(k) = \{x(m), x(m+k), x(m+2k), \dots, x(m + \lfloor \frac{N-m}{k} \rfloor k)\}, \text{ for } m = 1, 2, \dots, k \quad (۵)$$

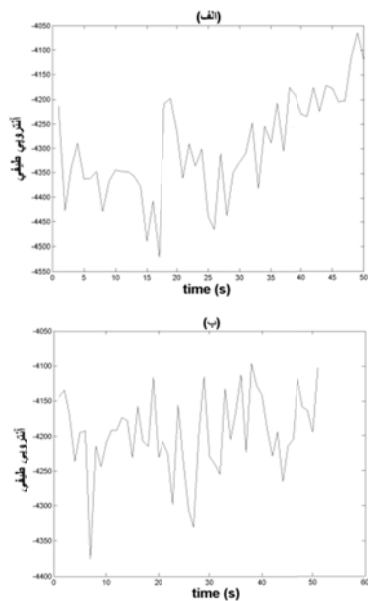
که k و m مقدار صحیح می باشند و به ترتیب نشان دهنده زمان اولیه و فاصله بین نقاط می باشند و a_k قسمت صحیح a می باشد. طول $L_m(k)$ برای هر منحنی یا سری زمانی $x_m(k)$ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$L_m(k) = \frac{\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N-m}{k} \rfloor} |x(m+ik) - x(m+(i-1)k)| (N-1)}{\lfloor \frac{N-m}{k} \rfloor k} \quad (۶)$$

که $(N-1)/\lfloor (N-m)/k \rfloor k$ ضریب نرمالیزاسیون و N طول کل سری x می باشد. میانگین طول برای تمام سریهای زمانی که دارای مقیاس یکسان k می باشند، محاسبه می شود. این روال به تعداد k_{max} بار از ۱ تا k_{max} تکرار می شود. که میانگین طول آن برای هر k به صورت زیر محاسبه می شود:

² shannon entropy

¹ Higuchi fractal dimension



شکل ۷: الف) آنتروپی طیفی برای ۵۰ ثانیه از سیگنال EEG در حین هوشیاری.
ب) آنتروپی طیفی برای ۵۰ ثانیه از سیگنال EEG در حین بیهوشی عمیق

۳- روش پیشنهادی اول: تحلیل نوسانات تابع خود همبستگی سیگنال EEG به منظور تعیین

عمق بیهوشی

۳-۱- روشها و متدها

با توجه به نویزی بودن محیط اطراف، قبل از پردازش سیگنال باید نویز سیگنال حذف شود و پس از پردازش سیگنال پردازشهایی به منظور بهبود نتایج که شرح آن داده خواهد شد، انجام می شود.

۳-۱-۱- پیش پردازش سیگنال

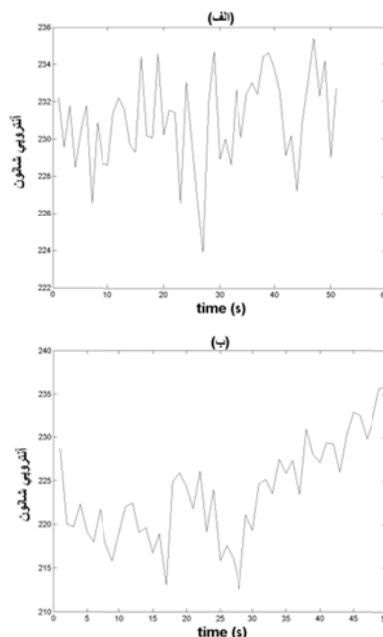
مرحله ۱: به منظور کاهش نویز و تاثیر دامنه بر روی امواج مغزی در ابتدا با کم کردن میانگین کل داده ها (در پنجره های یک ثانیه ای) از مقدار هر داده، گرایش^۳ داده ها را از بین می بریم و سپس این مقدار را با انرژی سیگنال نرمالیزه می کنیم:

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sqrt{\sum_{i=0}^M |x_i|^2}} \quad (10)$$

با توجه به تاثیر کم دامنه در تعیین عمق بیهوشی اگر روشی بر روی سیگنال اعمال کنیم که تاثیر دامنه را میمینیم کند پردازش سیگنال بهبود خواهد یافت. برای این منظور ابتدا سیگنال را به فاصله های یک ثانیه ای تقسیم می نماییم و سپس این فواصل را جداگانه نرمالایز می نماییم.

در این معادله $p(x_i)$ نشان دهنده احتمال متغیر x_i می باشد. شکل

۶- الف و ب) نشان دهنده آنتروپی شانون ۵۰ ثانیه از سیگنال EEG بترتیب در حین هوشیاری و بیهوشی عمیق می باشد.



شکل ۶: الف) آنتروپی شانون برای ۵۰ ثانیه از سیگنال EEG در حین هوشیاری.
ب) آنتروپی شانون برای ۵۰ ثانیه از سیگنال EEG در حین بیهوشی عمیق

۲-۷- آنتروپی طیفی^۱

چگالی طیف توان^۲ مشابه تابع چگالی احتمال می باشد. پس از نرمالیزه کردن چگالی طیف توان هر باند فرکانسی، p_k احتمال وقوع آن فرکانس در سیگنال می باشد. آنتروپی طیفی به صورت زیر حاصل می شود:

$$SpEn = -\sum_k^N p_k \log p_k \quad (9)$$

آنتروپی طیفی به صورت نسبی نیز قابل تعریف می باشد. آنتروپی طیفی اولین بار برای آنالیز سیگنال EEG مورد استفاده قرار گرفت. یکی از این کاربردهای آن مطالعه در مورد فعالیت صرع بیماران و ناهماهنگی سیگنال مغزی در حین فعالیت مغزی ریاضی است [۶]. در این دو تحقیق ثابت شد که آنتروپی طیفی معیار مناسبی برای اندازه گیری بی نظمی و ناهماهنگی سیگنال می باشد. در شکل ۷- الف و ب) آنتروپی طیفی ۵۰ ثانیه از سیگنال EEG بترتیب در حین هوشیاری و بیهوشی عمیق نمایش داده می شود.

³ trend

¹ spectral entropy
² power spectral density

بنابراین بدون اینکه در محتوی فرکانسی سیگنال خللی وارد شود، تاثیر دامنه سیگنال مینیمم خواهد شد. در این مرحله قسمتهایی از سیگنال که مقدار انرژی آن بیش از ۳ میکرو ولت باشد نرمال می شوند. در بیهوشی های عمیق، مقدار انرژی کمتر از ۳ میکرو ولت می باشد بنابراین مخرج کسر معادله ۱۳ به صفر نزدیک خواهد شد که این امر باعث تقویت نویز خواهد شد. در نتیجه به این حالات بیهوشی، اندیس صفر نسبت می دهیم.

مرحله ۲: قسمت عمده نویز سیگنال مغزی ثبت شده از پیشانی در حین عمل جراحی، در اثر فعالیت ماهیچه ها و حرکت چشم می باشد. که این نویز باعث ناپایدار شدن اندیس تخمین زده شده به خصوص در هنگام هوشیاری فرد خواهد شد. عموماً حرکات سر و چشم فرکانسهای ۰ تا ۱۶ هرتز سیگنال مغزی را مخدوش می کند. این نویز انرژی سیگنال را تحت تاثیر قرار می دهد به همین دلیل کل سیگنال از آن متاثر خواهد شد. برای کاهش نویز در سیگنال مغزی از فیلتر بالاگذر و با فرکانس قطع ۱۶ هرتز استفاده می شود. انتقال از حالت هوشیار به بیهوشی بسیار سریع انجام می شود بنابراین احتمال حضور امواج دلتا بلافاصله پس از تزریق داروی بیهوشی زیاد است. امواج دلتا همانند سیگنال تولید شده در اثر حرکت چشم، دامنه بالا و فرکانس کمی دارد. در نتیجه حذف نویز باعث از بین رفتن پاره ای از ویژگیهای سیگنال خواهد شد. بنابراین در هنگام ظهور این امواج باید حذف نویز متوقف شود.

مرحله ۳: نویز برق شهری که در اثر استفاده از وسایل الکتریکی مختلف در اتاق عمل ایجاد می شود توسط فیلتر ناچ با فرکانس ۵۰ هرتز حذف می شود [۲۰]. پس از مرحله فیلتر کردن، سیگنال حاصل توسط دو الگوریتم پیشنهادی ما که شرح آن در بخش ۳.۱.۲ و ۴.۱ بیان شده است، پردازش می شود.

۳-۱-۲- روش پیشنهادی

در روش پیشنهادی اول در ابتدا تابع خود همبستگی سیگنال *EEG* برای هر ثانیه از این سیگنال محاسبه می شود. نتیجه حاصل از این مرحله به صورت جداگانه توسط بعدهای فرکانسی هایوچی و پتروشین آنالیز می شود. همان طور که در شکل ۸-الف نشان داده شده بیهوشی عمیق و عمومی توسط روش پتروشین اعمال شده بر روی تابع خود همبستگی که از این پس آن را *PDA*^۱ می نامیم، به خوبی قابل جداسازی است. در شکل ۸-ب بعد هایوچی تابع خود همبستگی که از این پس آن را *HDA*^۲ می نامیم، در حالات هوشیار جداسازی قابل قبولی را نمایش

می دهد. بررسی خصیصه های مختلف پردازش سیگنال نشان داده است که هیچ خصیصه ای از سیگنال به تنهایی قادر به تخمین تمام حالات عمق بیهوشی نمی باشد. بنابراین نتایج حاصل از این دو بعد فرکانسی توسط روشهای فازی با یکدیگر ترکیب می شوند. این روش را بعد هایوچی و پتروشین تابع خود همبستگی و یا *PHDA*^۲ می نامیم. برای ترکیب این دو بعد نیاز به دو تابع عضویت می باشد. این دو تابع عضویت مرزهای استفاده از بعدهای فرکانسی را معین می کنند. به عبارت دیگر مقادیر این دو تابع عضویت تعیین کننده میزان استفاده از بعدهای فرکانسی می باشند. همان طور که در شکل ۹ نشان داده شده است دو دوزنقه به عنوان توابع عضویت در نظر گرفته شده است. همانطور که دیده می شود این دو تابع عضویت در فاصله ۰.۶ و ۰.۸ یکدیگر را قطع می کنند که در نتیجه از این نقطه به بعد تاثیر *PDA* کاهش می یابد و تاثیر *HDA* افزایش می یابد [۲۱-۲۲].

۳-۱-۳- پس پردازش

در روش ارائه شده یک ثانیه از سیگنال برای آنالیز انتخاب می شود که این مطلب باعث نوسانات شدید اندیس حاصل خواهد شد. برای حل این مساله میانگین هر ۱۰ اندیس بدست آمده از آنالیز سیگنال که هر اندیس آن نتیجه آنالیز یک ثانیه از سیگنال می باشد را به عنوان اندیس نهایی عمق بیهوشی اعلام می نمایم. این روال باعث می شود اندیسهای بدست آمده با نتیجه *BIS* قابل مقایسه باشد.

همانطور که در بالا ذکر شد الگوریتم ارائه شده از تابع خود همبستگی و بعدهای فرکانسی هایوچی و پتروشین استفاده می کند. محاسبه این توابع از لحاظ زمانی و محاسباتی کم هزینه است. این مساله باعث می شود روش *PHDA* به صورت بلادرنگ پیاده سازی شود، که این مطلب منجر به کاربردی شدن آن در دستگاه های ثبت می شود. در قسمت بعد بهبود نتایج حاصل از اعمال الگوریتم پیشنهادی اول ملاحظه می شود.

۳-۲- نتایج

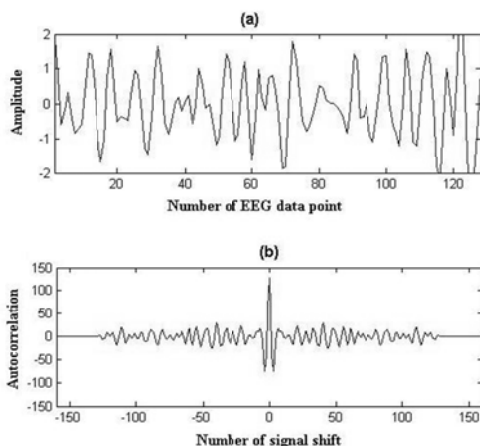
در این قسمت نتایج حاصل از اعمال الگوریتم *PHDA* بر روی ۱۸۷۰ ثانیه از سیگنال *EEG* نشان داده شده است. این سیگنالها از بیمارانی که برای تمام آنها داروی *isoflurane* جهت بیهوشی استفاده شده، ثبت گردیده است. برای ثبت سیگنال *EEG* از ایزاری بنام *BIS-XP* با نرخ سیمپل برداری ۱۲۸ هرتز استفاده شده است.

^۳ Petrosian and Higuchi Dimensions of Autocorrelation (PHDA)

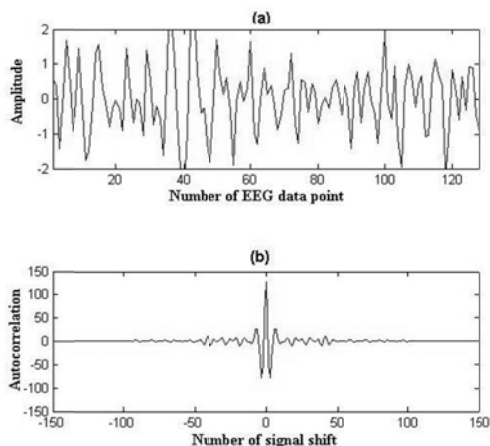
^۱ Petrosian Dimension of Autocorrelation (PDA)

^۲ Higuchi Dimension of Autocorrelation (HAD)

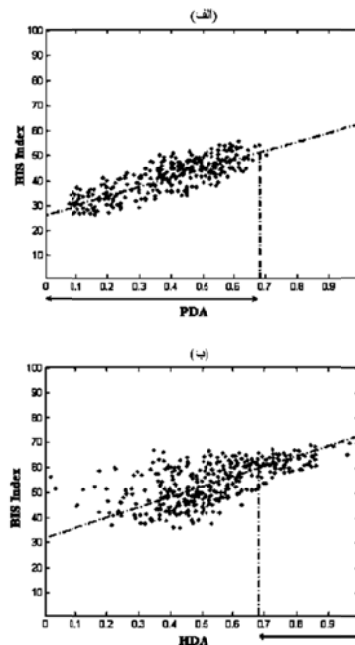
از این دو بعد فرکتال توسط تابع عضویت فازی با یکدیگر ترکیب می شوند. در حالات بیهوشی عمیق، سیگنال EEG نسبت به هوشیاری پریودیکتر می باشد، بنابراین تابع خود همبستگی آن بیشتر از حالت هوشیاری به ماکزیمم مقدار خود می رسد. از طرف دیگر الگوریتم پتروشین بر اساس تغییر علامت مشتق سیگنال عمل می کند بنابراین توصیف کننده مناسبی برای بیهوشی عمیق می باشد. در حالات هوشیار و بیهوشی های خفیف که اندیس BIS آن بین ۶۰ و ۱۰۰ تغییر می کند، نوسانات تابع خود همبستگی نزدیک به هم می باشد بنابراین پتروشین قادر به تحلیل این مقادیر نمی باشد. در هنگام انتقال از بیهوشی های خفیف به حالت هوشیار تفاوت دامنه تابع خود همبستگی افزایش می یابد که باعث می شود الگوریتم هایوچی مقادیر بیشتری برای حالات هوشیاری تولید نماید.



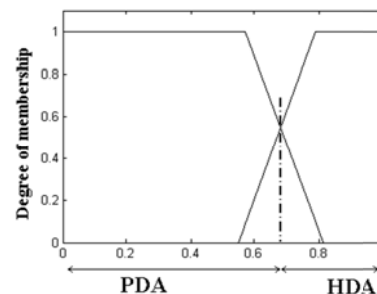
شکل ۱۰: (a) یک ثانیه از سیگنال خام مغز در حین بیهوشی عمیق. (b) تخمین تابع خود همبستگی این سیگنال



شکل ۱۱: یک ثانیه از سیگنال خام مغز در حین هوشیاری. (b) تخمین تابع خود همبستگی این سیگنال



شکل ۸: (الف) بیهوشی عمومی و عمیق با روش PDA از هم تفکیک شده اند. (ب) جداسازی خوبی برای حالات هوشیار توسط روش HDA انجام شده است.



شکل ۹: دو تابع عضویت دوزنقه ای که با یکدیگر همپوشانی دارند.

همانطور که در قسمت قبل ذکر شد بر روی سیگنالهای بدست آمده، ابتدا پیش پردازشهایی جهت حذف نویز انجام می شود و سپس تابع خود همبستگی بر روی سیگنال حذف نویز شده اعمال می شود. نتایج حاصل از اعمال این روال بر روی یک ثانیه، سیگنال ثبت شده از یک بیمار در شکل ۱۰ نشان داده شده است. اندیس ثبت شده توسط دستگاه BIS برای این بیمار برابر ۱۹ می باشد که این اندیس نشان دهنده بیهوشی عمیق است. در شکل ۱۰-ا محور افقی نشان دهنده زمان و محور عمودی نشان دهنده دامنه سیگنال می باشد. در شکل ۱۰-ب تخمین تابع خود همبستگی نشان داده شده است. شکل ۱۱ مشابه شکل ۱۰ سیگنال خام و تخمین تابع خود همبستگی آن برای یک ثانیه از سیگنال با BIS=۹۷ نشان داده شده است که این اندیس نشان دهنده هوشیاری بیمار می باشد. ویژگیهای تابع خود همبستگی توسط بعد فرکتال پتروشین و بعد فرکتالی هایوچی استخراج می شود. نتایج حاصل

برای ارزیابی روش ارائه شده در شکل ۱۲، به مقایسه روش PHDA با اندیس BIS برای ۶ بیمار می پردازیم. در قسمت الف این اشکال اندیس BIS شش بیمار بر حسب زمان و در قسمت ب این اشکال، اندیس PHDA بر حسب زمان نمایش داده شده است. همان طور که در این اشکال دیده می شود ارتباط نسبتاً خوبی بین BIS و PHDA وجود دارد.

برای ارزیابی روش ارائه شده در شکل ۱۲، به مقایسه روش PHDA با اندیس BIS برای ۶ بیمار می پردازیم. در قسمت الف این اشکال اندیس BIS شش بیمار بر حسب زمان و در قسمت ب این اشکال، اندیس PHDA بر حسب زمان نمایش داده شده است. همان طور که در این اشکال دیده می شود ارتباط نسبتاً خوبی بین BIS و PHDA وجود دارد.

۴- روش پیشنهادی دوم: روشی کارا بر مبنی

تحلیل موجک جهت تعیین عمق بیهوشی

در این بخش به منظور آماده سازی سیگنال، پیش پردازشهای بیان شده در بخش ۳.۱.۱ بر روی آن اعمال می شود سپس روش پیشنهادی دوم به شرح ذیل بیان می شود.

۴-۱- الگوریتم اصلی

تحلیل موجک به علت داشتن ویژگی هایی چون نمایش زمان-فرکانس و همچنین استخراج ویژگی در مکان های خاصی از زمان و در مقیاسهای متفاوتی، ابزار مناسب برای پردازش سیگنال محسوب می شود. با استفاده از این خصصتها می توان ویژگیهای زمان و مکان سیگنال EEG را استخراج نمود. تحلیل موجک قادر است سیگنال را به باندهای دلخواه تجزیه نماید که این مساله برای آنالیزهای بعدی سیگنال مفید خواهد بود. برای مثال با انتخاب مقیاس ۳ برای تحلیل موجک، سیگنال به سه باند فرکانسی ۰-۸ هرتز و ۸-۱۶ هرتز و ۱۶-۳۲ هرتز تجزیه می شود. این بازه های فرکانسی مشابه باند تتا و آلفا و بتا می باشند.

در این بخش معیاری برای تخمین کمی عمق بیهوشی براساس آنتروپی موجک ارائه شده است که این روش را آنتروپی انرژی ضرایب موجک^۱ می نامیم. روشهای مشابه ای در سایر مطالعات مانند بررسی بی نظمی یا منظم بودن سیگنال EEG [۱۳] و صرع [۵ و ۱۰] بکار برده شده اند.

برای محاسبه آنتروپی انرژی ضرایب موجک، در ابتدا ضرایب سیگنال $C_j(k)$ در مقیاس j محاسبه می شود که در این روش j برابر ۵ در نظر گرفته نی شود. برای تجزیه سیگنال به مقیاسهای فرکانسی متفاوت از تبدیل موجک ایستا استفاده می کنیم. انرژی در مقیاس j ام با کمک رابطه زیر محاسبه می شود:

$$E_j(k) = |C_j(k)|^2 \quad (11)$$

$$E_{tot} = \sum_j \sum_k |C_j(k)|^2 \quad (12)$$

انرژی نسبی تحلیل موجک، که احتمال توزیع در مقیاس j ام و با طول پنجره k می باشد توسط رابطه زیر بیان می شود:

$$p_j(k) = \frac{E_j(k)}{E_{tot}} = \frac{|C_j(k)|^2}{\sum_j \sum_k |C_j(k)|^2} \quad (13)$$

همان طور که واضح است رابطه $\sum_k \sum_j p_j(k) = 1$ ، به علت مجموع احتمالاتها برقرار است. آنتروپی زیرفضای تحلیل موجک در تمام زمانها و مقیاسها که WCEE نامیده می شود از رابطه زیر بدست می آید:

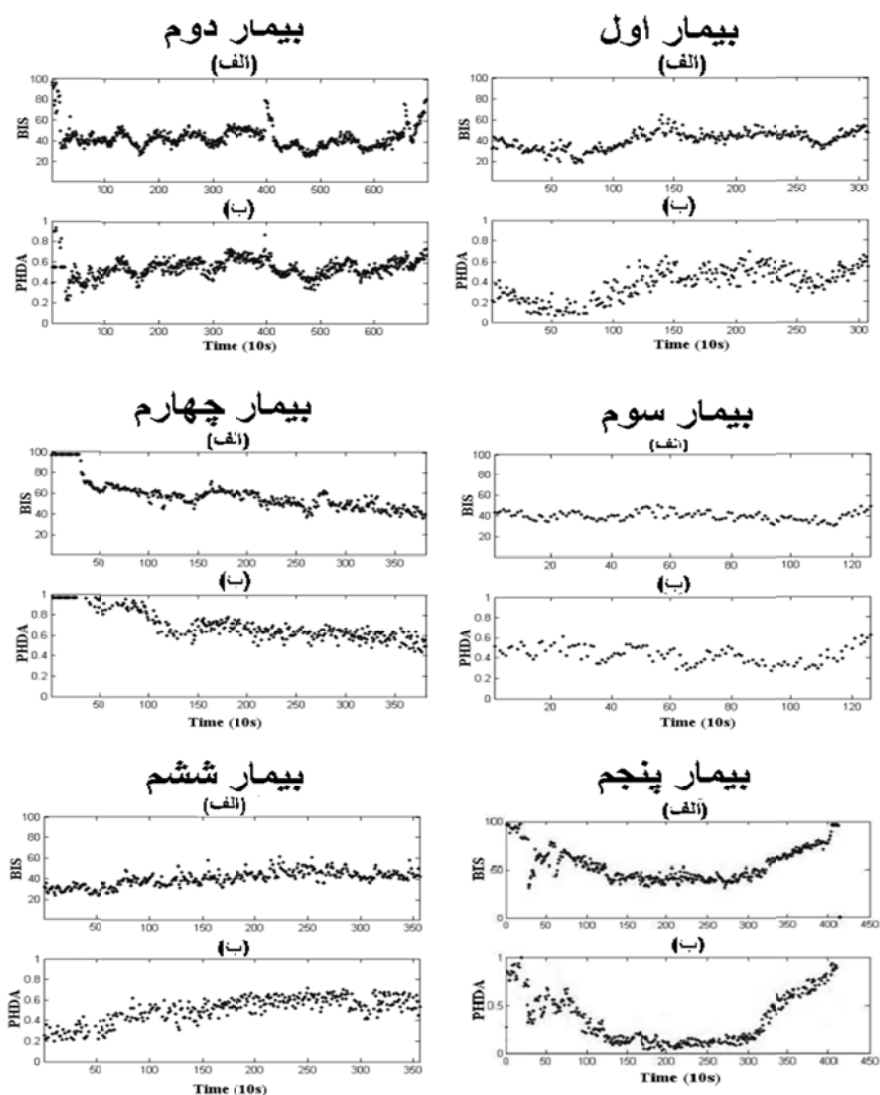
$$H_{WT} = - \sum_j \sum_k p_j(k) \cdot \log_2[p_j(k)] \quad (14)$$

همان طور که در بالا ذکر شد H_{WT} تخمینی از میزان بی نظمی سیگنال می دهد. در این قسمت اندیسی به نام H_{WT} برای هر ثانیه از سیگنال بدست می آید. مقدار اندیس بدست آمده، همانند اندیس BIS حاصل بین ۰ و ۱۰۰ می باشد و این اندیس نشان دهنده عمق بیهوشی یا حالت بیمار در حین بیهوشی می باشد. این اندیس تخمین خوبی از عمق بیهوشی را بدست می دهد. پس از اعمال WCEE، پس پردازش ارائه شده در بخش ۳ بر روی نتایج انجام می شود. در قسمت بعد بهبود نتایج حاصل از اعمال الگوریتم WCEE ملاحظه می شود.

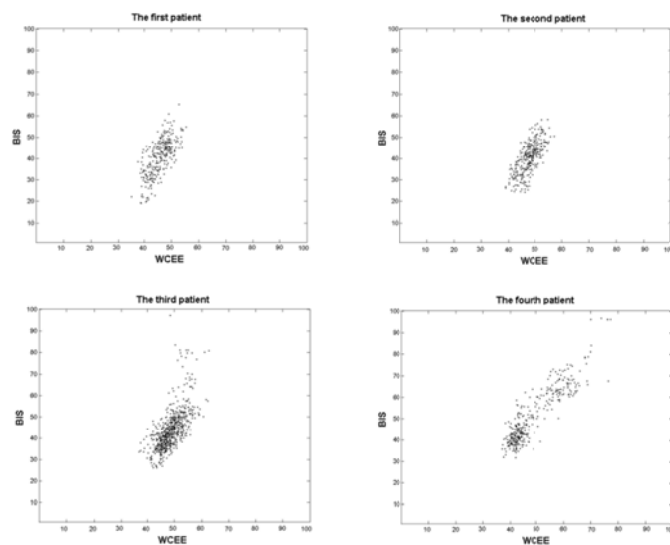
۴-۲- نتایج

در این قسمت نتایج حاصل از اعمال روش ارائه شده بر روی ۱۸۷۰ ثانیه از سیگنال EEG که توسط دستگاه BIS-XP ثبت شده اند، نشان داده شده است. ابتدا پیش پردازشهایی جهت حذف نویز سیگنال چشم و سیگنال قلب بر روی سیگنالهای EEG انجام می شود و سپس آنتروپی انرژی ضرایب موجک توسط روش ارائه شده برای این سیگنالها محاسبه می شود. در نهایت پردازشهایی بر روی نتایج حاصل از این مرحله به منظور قابل مقایسه شدن آن با الگوریتمهای موجود و همچنین کاهش نوسانات نتایج اعمال می شود. در شکل ۱۳ چهار سیگنال که با روش WCEE تحلیل شده اند در مقایسه با اندیس BIS نشان داده شده اند. همان طور که مورد انتظار ماست در بیهوشی های عمیق، کاهش بی نظمی منجر به کاهش پراکندگی ضرایب تحلیل موجک می شود و این امر کاهش آنتروپی این ضرایب را در پی دارد.

¹ Wavelet Coefficient Energy Entropy (WCEE)



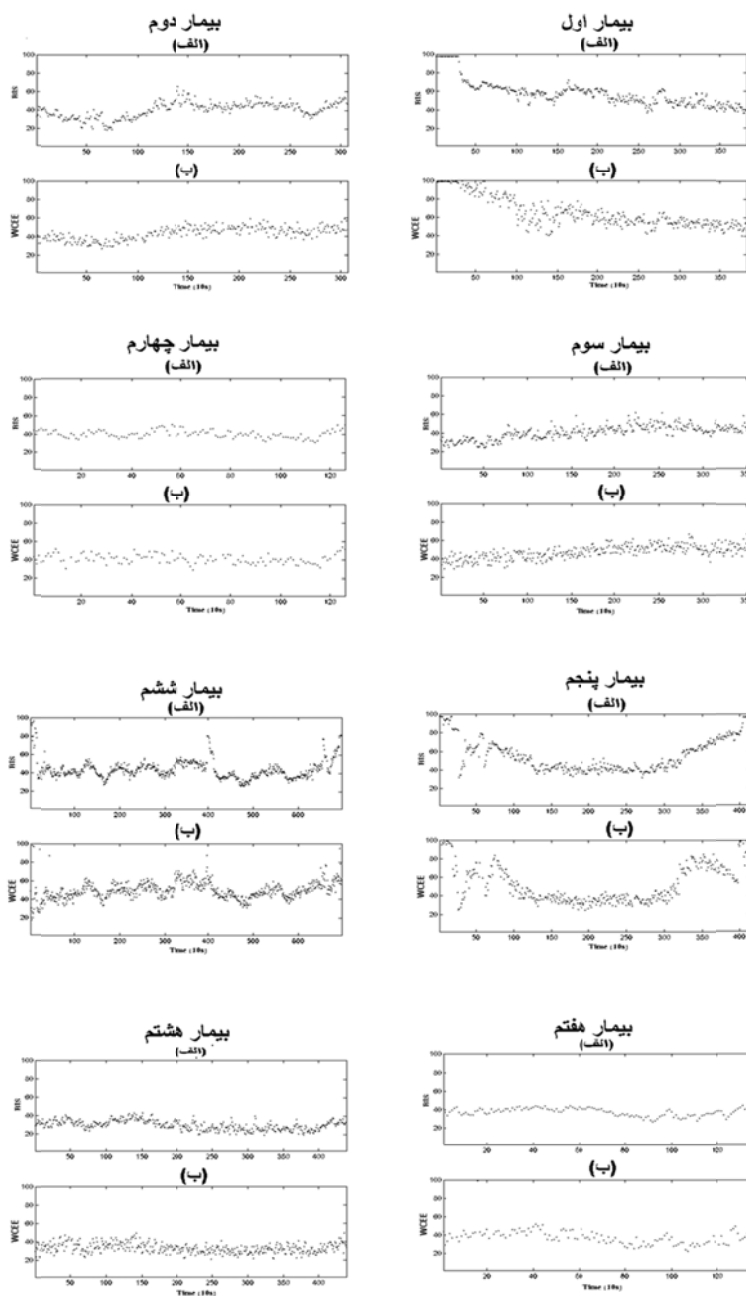
شکل ۱۲: اندیس BIS شش بیمار نسبت به زمان در مقایسه با PHDA



شکل ۱۳: مقایسه اندیس BIS و روش ارائه شده

های مختلف بیهوشی نتایج نزدیک به اندیس BIS بدست می دهد. برای ارزیابی روش ارائه شده در شکل ۱۴، به مقایسه روش $WCEE$ با اندیس BIS برای ۸ بیمار می پردازیم. در قسمت الف این اشکال، اندیس BIS شش بیمار بر حسب زمان و در قسمت ب این اشکال، اندیس $WCEE$ بر حسب زمان نمایش داده شده است. همان طور که در این اشکال دیده می شود ارتباط نسبتاً خوبی بین $WCEE$ و BIS وجود دارد.

بنابراین روش ارائه شده برای این حالت بیماری، اندیس با مقدار کم نسبت می دهد. برای حالات هوشیاری عکس این مطلب صادق است، به عبارتی برای این حالات به علت افزایش بی نظمی، مقدار اندیس اختصاص یافته به آن افزایش می یابد. در شکل ۱۶-الف اندیس BIS بیمار اول تا بیمار هشتم بر حسب زمان نمایش داده شده است و در قسمت (ب) اندیس $WCEE$ بیمار اول تا هشتم بر حسب زمان نشان داده شده است. همان طور که دیده می شود اندیس $WCEE$ در عمق



شکل ۱۴: اندیس BIS هشت بیمار نسبت به زمان در مقایسه با روش ارائه شده

تابع خود همبستگی می باشند، ارائه شدند. روشهای ارائه شده برای استخراج ویژگیهای مفید سیگنال *EEG* مناسب می باشد. روش *PHDA* با ترکیب دو بعد فرکانس نتایج پایداری برای تخمین عمق بیهوشی فراهم می کند. در روش *PHDA* بعد پتروشین برای بیهوشی های عمیق و بعد هایوچی برای حالات هوشیار مورد استفاده قرار می گیرد. علاوه بر این روش توانائی تحلیل موجک برای تجزیه سیگنال به باندهای فرکانسی مختلف، آن را ابزاری کارا برای توصیف سیگنال *EEG* ساخته است. هر سطح بیهوشی شامل باندهای فرکانسی بخصوصی است که ارتباط بین این باندها توصیف کننده خوبی برای عمق بیهوشی می باشد. بنابراین میزان پراکندگی این ضرایب، اندیس عمق بیهوشی را ارائه می دهد. ایده اصلی روش *WCEE*، استفاده از آنتروپی ضرایب تحلیل موجک به شیوه جدیدی برای تعیین عمق بیهوشی و همچنین بدست آوردن نتایج مقاومتری می باشد. نتایج حاصل نشان می دهد روش پیش پردازش ارائه شده تاثیر نوز ماهیچه های سیگنال چشم، برق شهر و سایر وسایل الکترونیکی موجود در اتاق عمل را کاهش می دهد. بعلاوه دو الگوریتم ارائه شده تخمین خوبی از عمق بیهوشی بدست می دهد، همچنین نتایج حاصل سازگاری خوبی با اندیس *BIS* دارد. دو روش ارائه شده در کاربردهای دیگر پزشکی، نظیر تشخیص صرع توسط سیگنال *EEG* و تشخیص حرکت توسط رابط بین کامپیوتر و مغز انسان^۱ نیز قابل اعمال است.

مراجع

- [1] Acharya, U. R., Faust, O., Kannathal, N., Chua, T., Laxminaryan, S. (2005). "Nonlinear analysis of EEG signals at various sleep stages", *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, Vol. 80, 37-45.
- [2] Bosch, V., Mecklinger, A., Friederici, A. D. (2001) "Slow Cortical Potentials during Retention of Object, Spatial, and Verbal Information", *Cognitive Brain Research*, Vol. 10, 219-237.
- [3] Flandrin, P. (1999) *Time-Frequency/Time-Scale Analysis*, London, U.K.: Academic.
- [4] Harmony, T., Fernandez, T. (1996) " EEG Delta Activity: an Indicator of Attention to Internal Processing during Performance of Mental Tasks" *International Journal of Psychophysiology*, Vol. 24, 161-171.

^۱ Brain Computer Interface (BCI)

در جدول ۱ و ۲ روشهای مختلف پیاده سازی شده در مقایسه با *BIS* برای ۹ بیمار آورده شده است. ستون اول شماره بیماران که از ۱ تا ۹ شماره گذاری شده است را نشان می دهد و سایر ستونها ضریب همبستگی روش مطرح شده در تیر آن ستون با *BIS* را نشان می دهد. هر سطر ضریب همبستگی ۱۰ روش پیاده سازی شده با *BIS* را برای یک بیمار خاص نشان می دهد.

جدول ۱: ضریب همبستگی روشهای مختلف با *BIS*

Patient's number	PDA	PHDA	طیف مرتبه دوم	آنتروپی ضرایب موجک
(۱)	۰.۵۰۸۷	۰.۸۵۰۵	۰.۵۳۶۳	۰.۵۰۰۸
(۲)	۰.۸۱۵۹	۰.۸۸۶۰	۰.۶۴۲۳	۰.۷۸۳۰
(۳)	۰.۵۹۰۳	۰.۷۱۲۸	۰.۳۲۲۰	۰.۱۲۳۸
(۴)	۰.۳۶۳۰	۰.۶۰۲۴	۰.۳۷۳۰	۰.۱۶۵۹
(۵)	۰.۴۴۸۲	۰.۸۰۲۰	۰.۴۹۵۳	۰.۲۳۳۳
(۶)	۰.۵۹۴۴	۰.۵۰۸۵	۰.۵۳۸۰	۰.۳۴۳۴
(۷)	۰.۵۰۵۹	۰.۶۴۵۶	۰.۴۵۷۰	۰.۲۷۷۴
(۸)	۰.۲۶۰۴	۰.۸۵۰۲	۰.۶۸۰۰	۰.۷۳۶۷
(۹)	۰.۵۸۳۰	۰.۸۰۶۶	۰.۶۰۸۳	۰.۴۰۳۱

جدول ۲: ضریب همبستگی روشهای مختلف با *BIS*

Patient's number	بعد فرکانسی پتروشین	آنتروپی شانون	آنتروپی طیفی	WCEE
(۱)	۰.۲۳۸۴	۰.۲۷۳۱	۰.۲۶۵۱	۰.۶۵۲۷
(۲)	۰.۸۸۸۱	۰.۸۱۵۷	۰.۷۳۴۱	۰.۷۹۱۸
(۳)	۰.۳۹۴۲	۰.۳۳۹۵	۰.۲۸۷۹	۰.۸۲۱۰
(۴)	۰.۱۴۹۹	۰.۲۰۳۷	۰.۱۷۵۵	۰.۶۰۹۳
(۵)	۰.۲۷۳۱	۰.۲۹۱۶	۰.۲۳۱۶	۰.۷۳۷۸
(۶)	۰.۵۰۲۲	۰.۲۵۷۹	۰.۱۸۸۱	۰.۶۱۳۳
(۷)	۰.۶۶۰	۰.۰۲۲۷	۰.۲۸۰	۰.۵۴۹۲
(۸)	۰.۷۱۳	۰.۲۴۷۹	۰.۲۳۸۴	۰.۸۰۳۱
(۹)	۰.۶۲۸۸	۰.۶۱۸۶	۰.۵۶۲۹	۰.۹۰۹۵

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق به بررسی روشهای اساسی پردازش سیگنال به منظور کنترل بیهوشی پرداختیم. علاوه بر آن دو روش کارا برای تعیین عمق بیهوشی بنام *WCEE* و *PHDA* که به ترتیب، بر مبنی تبدیل موجک و

- [16] Shao-hua, L., Wei, W., Guan-nan, D., Jing-dong, K., Fang-xiao, H., Ming, T. (2009). "Relationship between depth of anesthesia and effect-site concentration of propofol during induction with the target-controlled infusion technique in elderly patients" *Chinese Medical Journal*, Vol. 122, No. 8: 935-940.
- [17] Sigl, J. C. and Chamoun, N. G. (1994). "An introduction to Bispectral analysis for the EEG" *Journal Clinical Monitoring*, Vol. 10, 392-404.
- [18] Stanski, D. R., (1994). *Monitoring depth of anesthesia*, R. D. Miller, Ed. New York: Churchill Livingstone.
- [19] TaskForce. 2006. "Practice advisory for intraoperative awareness and brain function monitoring." *Anesthesiology*, 104, No. 4: 847-864.
- [20] Zikov T, Bibian S, Dumont GA, Huzmezan M, Ries CR, Quantifying Cortical Activity During General Anesthesia Using Wavelet Analysis, IEEE Trans. On biomedical engineering 2006; 53.
- [21] Zoughi, T., Boostani, S. (2010) "Analyzing Autocorrelation Fluctuation of EEG Signal for Estimating Depth of Anesthesia", *IEEE conference ICEE2010 (Isfahan)*.
- [22] تکتم ذوقی، رضا بوستانی، پیمان گیفانی (۱۳۸۸). "روشی نوین جهت بهبود توزیع Smoothed pseudo Wigner-Ville به منظور تعیین عمق بیهوشی"، پانزدهمین کنفرانس سالانه انجمن کامپیوتر ایران-تهران.
- [5] Hornero, R., Abasolo, D. E., Espino, P. (2003). "Use of wavelet entropy to compare the EEG background activity of epileptic patients and control patients" in *Proc. 7th International Symposium*, Vol. 2, 5-8.
- [6] Inouye, T., Shinosaki, K., Sakamoto, H., Toi, S., Ukai, S., Iyama, A., Katsuda, Y. and Hirano, M. (1992). "Abnormality of background EEG determined by the entropy of power spectra in epileptic patients" *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, Vol.82, No. 3: 203-207.
- [7] Jensen, E. W., Lindholm, P. and Henneberg, S. (1996). "Auto regressive modeling with exogenous input of auditory evoked potentials to produce an on-line depth of anaesthesia index" *Methods Inf. Med.*, Vol. 35, 256-260.
- [8] Kaul, H.L., Bharti, N. (2002). "monitoring depth of anesthesia" *Indian Journal Anesthesia*, Vol. 46, No. 4: 323-332.
- [9] Litvan, H., Jensen, E. W., Galan, J., Lund, J., Rodriguez, B. E., Henneberg, S. W., Caminal, P. and Villar Landeira, J. M. (2002). "Comparison of conventional averaged and rapid averaged, autoregressive-based extracted auditory evoked potentials for monitoring the hypnotic level during propofol induction" *Anesthesiology*, Vol. 97, No. 2: 351-358.
- [10] Mikaili, M., Hashemi, S. (2002). "Assessment of the complexity/regularity of transient brain waves (EEG) during sleep, based on wavelet theory and the concept of of entropy" *Iranian J. of science and Technology*, Vol. 26, 639-646.
- [11] Orser, B. A. (2008). "Depth of Anesthesia Monitor and the Frequency of Intraoperative Awareness" *The New England Journal of Medicine*, Vol. 358, No. 11: 1189-1191.
- [12] Rampil, I. J. (1998). "A primer for EEG signal processing in anesthesia" *Anesthesiology*, Vol. 89, No. 4: 981-1001.
- [13] Rosso, O. A., Blanco, S., Rabinowicz, A. (2003). "Wavelet analysis of generalized tonic-clonic epileptic seizures" *Signal Processing*, Vol. 83, No. 6: 1275-1289.
- [14] Sebel, P. S., Bowdle, T. A., Ghoneim, M. M., Rampil, I. J., Padilla, R. E., Gan, T. J. and Domino, K. B. (2004). "The incidence of awareness during anesthesia: A multicenter United States study" *Anesthesia and Analgesia*, Vol. 99, No. 3: 833-839.
- [15] Shannon, C.E. and Weaver, W. (1949). *The Mathematical Theory of Communication*. University of Illinois Press, Urbana and Chicago, IL, USA, 1998 edition.

طراحی کنترل تطبیقی مقاوم به روش کلیدزنی با سرپرستی مبتنی بر نظریه فیدبک کمتی و انتقال بدون پرش

امید نمکی شوشتری^۱، علی خاکی صدیق^۲

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، onamakis@dena.kntu.ac.ir

^۲ استاد دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، sedigh@kntu.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۱۰/۱۱، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۱۲/۱۴)

چکیده: استفاده از کلیدزنی و سرپرستی و تلفیق آن با طراحی فیدبک کمتی (QFT) برای فرایندهایی که گستره نامعینی وسیعی دارند، در این مقاله پیشنهاد شده است. در این راهکار مجموعه نامعینی به بازه‌های کوچکتری که به هر کدام یک فرایند (مدل) نامی اختصاص می‌یابد، تفکیک می‌شود. با فرض اینکه مساله کنترل مقاوم را برای هر کدام از این بازه‌ها می‌توان با تئوری فیدبک کمتی حل کرد، در ساختار پیشنهادی از یک تصمیم‌ساز رده بالا (سرپرست) برای کلیدزنی بین اجزای این بانک کنترل‌کننده‌ها استفاده می‌شود. سرپرست با بررسی ورودی-خروجی‌های فرایند نامعین و اعمال آن‌ها به مدلهای نامی گردآوری شده در بانک مدل، کنترل‌کننده مناسب را وارد حلقه فیدبک می‌کند. برای تضمین پایداری سیستم کلی از منطق کلیدزنی هیستریزس جهت کند کردن کلیدزنی استفاده می‌شود. با بکارگیری مثالهای معروف QFT بهبود عملکرد سیستم حلقه‌بسته نشان داده شده، همچنین کنترل مقاوم فرایندهای نامعینی وسیعی که علامت بهره (در فرایندهای تک‌ورودی-تک‌خروجی) و یا جفت مناسب ورودی-خروجی (در فرایندهای چندمتغیره) تغییر می‌کند و با یک کنترل‌کننده مقاوم QFT قابل انجام نیستند، حل می‌شود. همچنین بمنظور انتقال بدون پرش ناشی از کلیدزنی ایده اشتراک حالت بکار می‌رود.

کلمات کلیدی: کنترل مبتنی بر کلیدزنی و با سرپرستی، کنترل مقاوم، تئوری فیدبک کمتی، انتقال بدون پرش.

Design of Supervisory Based Switching QFT Controllers with Bumpless Transfer

O. Namaki-Shoushtari, A. Khaki Sedigh

Abstract: In this paper, the problem of supervisory based switching Quantitative Feedback Theory (QFT) control is proposed for the control of highly uncertain plants. In the proposed strategy, the uncertainty region is divided into smaller regions with a nominal model. It is assumed that a QFT controller-prefilter exists for robust stability and performance of the smaller uncertainty subsets. The proposed control architecture is made up by these local controllers, which commute among themselves in accordance with the decision of a high level decision maker called the supervisor. The supervisor compares the candidate local model behaviors with the one of the real plant and selects the controller corresponding to the best fitted model. A hysteresis switching logic is used to slow down switching for stability reasons. It is shown that this strategy improves closed loop performance, and can also handle the uncertainty sets that cannot be tackled by a single QFT robust controller. The multirealization technique to implement a family of controllers is employed to achieve bumpless transfer. Simulation results show the effectiveness of the proposed methodology.

Keywords: Switching Supervisory Adaptive Control, Robust Control, QFT, Bumpless Transfer.

بگیرید که در آن کاربر با درنظر گرفتن تغییرات شرایط کاری متناوباً

۱- مقدمه

یکی از راهکارهای کنترلی سیستم‌های پیچیده ترکیب منطق با دینامیک‌های پیوسته است. برای مثال یک محیط صنعتی را در نظر

ورودی مبنای یک رشته کنترل کننده‌های PID را تنظیم می‌کند. در این حالت می‌توان کاربر را عنصری از حلقه فیدبک در نظر گرفت که دینامیک‌های پیوسته را با قواعد مبتنی بر منطق تنظیم می‌کند. مساله اساسی در این مقاله کنترل سیستم‌های پیچیده‌ای است که بواسطه گستره نامعینی وسیع، روش‌های استاندارد و مرسوم کنترل مقاوم مبتنی بر طراحی کنترل کننده‌ای واحد برای این سیستم‌ها عملکرد رضایت‌بخشی فراهم نمی‌آورند. در این حالت می‌توان از یک ساختار کنترل سلسله مراتبی مرکب از چند-کنترل کننده (بانک کنترل کننده) و یک سرپرست که با کلیدزنی، کنترل کننده مناسب را در حلقه فیدبک قرار می‌دهد، بهره گرفت [1].

در کنترل مبتنی بر کلیدزنی گستره نامعینی به زیربازه‌های کوچکتر که هر یک با یک فرایند نامی همراه با نامعینی (کمتر) بیان می‌شوند، تفکیک می‌شود. با فرض اینکه برای حل مساله کنترل مقاوم مربوط به این زیربازه‌ها بتوان کنترل کننده‌ای طراحی کرد، بانکی از کنترل کننده‌های کاندیدا ایجاد شده، یک تصمیم ساز رده بالا (سرپرست) بر اساس اندازه‌گیری‌هایی که به‌صورت بر روی خط^۱ از ورودی و خروجی فرایند انجام می‌گیرد، بین آنها کلیدزنی می‌کند. واحد سرپرستی از یک بانک مدل (فرایندهای نامی متناظر با زیربازه‌های کوچکتر نامعینی)، «مولد سیگنال پایش»^۲ (که از سیگنال‌های اندازه‌گیری برای تعیین کارایی کنترل کننده کاندیدای در حال کار و کارایی بالقوه سایر کنترل کننده‌ها استفاده می‌کند) و منطق کلیدزنی تشکیل می‌شود. در هر لحظه از زمان، سرپرست کنترل کننده مناسب را در حلقه فیدبک فعال می‌کند [۲]. مشابه با نگرش کلاسیک کنترل تطبیقی، زمانی که تخمین جدیدی از پارامترهای فرایند بدست آمد (براساس اندازه‌گیری‌های انجام شده، یکی از مدل‌ها به فرایند واقعی نزدیک‌تر تشخیص داده شد)، پارامترهای کنترل کننده توسط سرپرست بروز می‌شوند (کنترل کننده طراحی شده بر اساس این مدل وارد حلقه فیدبک می‌شود)، با این توضیح که این کار در زمان‌های مجزایی انجام می‌شود. برخلاف کنترل تطبیقی مرسوم، مکانیزم تطابق بصورتی گسسته و با کلیدزنی محقق می‌شود و به بیان دیگر روند شناسایی و کنترل بطور پیوسته روی هم اثری ندارند و تنها در زمان‌های کلیدزنی و در صورت لزوم، کنترل کننده بر اساس مدلی که به فرایند (نامعین) واقعی شبیه‌تر تخمین زده شده، اصلاح می‌شود.

یکی از مزایای بالقوه کنترل با سرپرستی نسبت به نگرش سنتی کنترل تطبیقی سرعت تطابق است؛ بدلیل اینکه فرایند یادگیری محدود به تغییرات پیوسته نیست، تطابق بر روی خط در مقابل تغییرات ناگهانی در فرایند یا اهداف کنترلی، می‌تواند سریعتر انجام شود. تطابق سریع در مواردی که فرایند محتملاً دستخوش تغییرات ناگهانی خواهد شد (مثلاً در اثر خرابی یا تداخلات خارجی) از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، چرا که ممکن است باعث ناپایداری سیستم شود یا عملکرد را بشدت کاهش دهد. یکی دیگر از ویژگی‌های دیدگاه کنترل باسرپرستی پیمانه‌ای بودن^۳ آن است [۱]. اصولی که طراحی منطق کلیدزنی، تخمین‌زن‌ها و کنترل کننده‌های کاندیدا بر اساس آن‌ها نهاده می‌شود، متقابلاً مستقلند. بنابراین می‌توان از قوانین کنترلی مختلفی بهره برد. بر این اساس، در [۳] از PID در طراحی یک ساختار تطبیقی مدل‌های چندگانه برای کنترل pH استفاده شده است. در [۴] ساختار کنترل تطبیقی مبتنی بر مدل‌های چندگانه با تلفیق طراحی مقاوم (و نه تطبیقی) «سنتر u مخلوط» و مفهوم آزمون فرض تصادفی معرفی شده است.

ایده تلفیق کلیدزنی و طراحی فیدبک کمی با هدف غلبه بر محدودیت‌های کنترل کننده‌های خطی^۴ QFT در [۵] مطرح شده است. تئوری فیدبک کمی (QFT) یک راهکار قدرتمند طراحی مقاوم ارایه می‌نماید که در آن طراح در روند طراحی کنترل، بطور شفاف مصالحه‌های بین اهداف عملکردی و محدودیت‌های موجود را (که غالباً در تعارض با هم قرار دارند) تجربه می‌کند. در تئوری فیدبک کمی، هدف طراحی جبران‌سازی با کمترین هزینه فیدبک (پهنای باند سیستم حلقه بسته) است که مشخصات پایداری و کارایی مورد نظر را با وجود نامعینی‌های موجود در مدل فرایند و اغتشاشات بیرونی (بطور مقاوم) برآورده کند [۶ و ۷]. در [۵] از طریق تلفیق کلیدزنی با طراحی مقاوم QFT سرعت پاسخ سیستم بواسطه تطابق سریع پارامترهای کنترل کننده در حین پاسخ گذرا و (صرفاً) بر اساس اندازه‌گیری دامنه خطا (ردیابی) بهبود داده شده است.

در این مقاله، با تلفیق ایده‌های کلیدزنی و سرپرستی در روند طراحی فیدبک کمی روش طراحی تطبیقی مقاومی معرفی می‌شود. در این روش، بازه (وسیع) نامعینی به زیربازه‌های کوچکتری تفکیک می‌شود. برای فرایند نامی هر زیربازه و نامعینی متناظر، مساله برآورده کردن مشخصه‌های پایداری و عملکرد مقاوم از طریق کنترل کننده QFT حل می‌شود. انتخاب کنترل کننده مناسب توسط یک

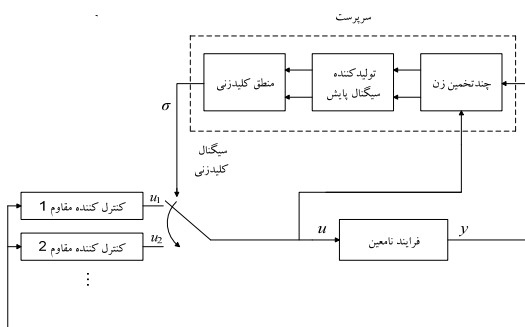
⁴ Modularity
⁵ Quantitative Feedback Theory

¹ Set-point
² Online
³ Monitoring Signal Generator

۳- مقدمات طراحی

۳-۱- کنترل مبتنی بر کلیدزنی و سرپرستی

در این قسمت به اختصار ساختار کنترل با کلیدزنی و سرپرستی را که به نوعی از روش‌های تطبیقی برای کنترل فرایندهای با نامعینی زیاد بشمار می‌رود، مرور می‌کنیم (شکل ۱ را ببینید). برای جزئیات بیشتر به [۱ و ۲] مراجع آن‌ها مراجعه شود.



شکل ۱- معماری کنترل مبتنی بر کلیدزنی و سرپرستی

فرایند خطی نامعین $\mathcal{M}_p$ را که توسط پارامتر p پارامتریزه شده در نظر بگیرید. چنانچه p^* مقدار واقعی ولی نامعلوم p باشد، تحقق متناظر با $\mathcal{M}_{p^*}$ بصورت زیر است:

$$\mathcal{M}_{p^*} : \begin{cases} \dot{x} = A_{p^*} x + B_{p^*} u \\ y = C_{p^*} x, \end{cases} \quad (1)$$

که در آن $x \in \mathbb{R}^m$ بردار متغیرهای حالت، $u \in \mathbb{R}^m$ بردار ورودی و $y \in \mathbb{R}^m$ بردار خروجی سیستم است. پارامتر $p^* \in \mathbb{R}^m$ نیز به مجموعه متناهی $\mathcal{P} = \{p_1, \dots, p_m\}$ تعلق دارد. همچنین فرض می‌شود که برای هر $p \in \mathcal{P}$ زوج (A_p, B_p) پایداری پذیر و (A_p, C_p) آشکارسازی پذیر است. معماری کنترل تطبیقی با سرپرستی همانطور که در شکل ۱ نمایش داده شده است، مشتمل بر خانواده‌ای از کنترل‌کننده‌ها و سرپرست است. سرپرست نیز از چند-تخمین‌زن (بانک مدل)، واحد مولد سیگنال پایش و منطق کلیدزنی تشکیل شده که با تولید سیگنال کلیدزنی در هر لحظه از زمان تعیین می‌کند که کدام کنترل‌کننده فعال باشد.

چند-تخمین‌زن: این قسمت برای ارزیابی این که کدام مدل مجاز با فرایند واقعی هم‌خوانی بیشتری دارد، بکار می‌رود. چند-تخمین‌زن شامل مجموعه‌ای از مدل‌ها است که هر کدام متناظر با یک مقدار ثابت پارامتر $p \in \mathcal{P}$ در نظر گرفته می‌شود. از طریق اعمال ورودی فرایند u و خروجی آن y ، به مجموعه مدل‌ها، مجموعه‌ای از خروجی‌های y_p ، $p \in \mathcal{P}$ بدست می‌آید. چند-تخمین‌زن باید بگونه‌ای

ساختار سرپرستی و بر اساس سیگنال‌های پایش انجام می‌شود. برای تضمین پایداری سیستم کلی (دارای کلیدزنی)، با منطق هیستریزس [۸] کلیدزنی کند می‌شود. با بکارگیری مثالهای معروف QFT بهبود عملکرد سیستم حلقه بسته نشان داده می‌شود. همچنین حل مسایلی که با یک کنترل‌کننده مقاوم QFT قابل انجام نیست، نظیر کنترل مقاوم فرایندهای با نامعینی وسیعی که علامت بهره (در فرایندهای تک‌ورودی-تک خروجی) و یا جفت مناسب ورودی-خروجی (در فرایندهای چندمتغیره) تغییر می‌کند، با روش پیشنهادی انجام می‌شود. بمنظور انتقال بدون پرش ناشی از کلیدزنی بین کنترل‌کننده‌ها ایده «چند-تحقیق»^۱ بکار می‌رود. طراحی کنترل‌کننده کلیدزن تک‌ورودی-تک‌خروجی با کنترل‌کننده‌های مقاوم QFT در [۹] و حالت چندمتغیره آن در [۱۰] آورده شده است. این مقاله چارچوب واحدی برای طراحی کنترل‌کننده‌های کلیدزنی QFT با انتقال بدون پرش ارایه می‌کند.

در ادامه، بیان مسأله در بخش ۲ آورده شده است. در بخش ۳، مقدمات لازم برای طراحی به روش پیشنهادی شامل کنترل مبتنی بر کلیدزنی و طراحی فیدبک کمتی به اختصار مرور می‌شود. ساختار پیشنهادی تطبیقی مقاوم در بخش ۴ ارایه و مزایای آن با شبیه‌سازی‌های بخش ۵ نشان داده شده است. در بخش پایانی نتیجه‌گیری ارایه می‌شود.

۲- بیان مساله

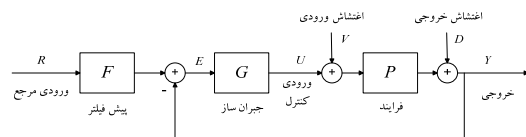
در این مقاله سیستم‌های خطی را که توابع تبدیل آن‌ها (اعم از اسکالر یا ماتریس تابع تبدیل) دارای پارامترهای نامعینی است و نیز در معرض اغتشاش قرار دارند در نظر می‌گیریم. البته در اینجا فرض بر این است که محدوده تغییرات پارامترها (بازه نامعینی) مشخص است. همچنین بدلیل گستره وسیع نامعینی استفاده از یک کنترل‌کننده ثابت عملکرد رضایت‌بخشی را فراهم نمی‌آورد. لذا استفاده از ساختار سرپرستی و کلیدزنی بین چند کنترل‌کننده برای بهبود عملکرد سیستم حلقه بسته پیشنهاد می‌شود. برای حل مساله ردیابی مقاوم با وجود نامعینی و در حضور اغتشاش از تئوری فیدبک کمتی (QFT) بهره می‌گیریم. به بیان دیگر، در ساختار پیشنهادی سرپرست از بین تعدادی کنترل‌کننده QFT، کنترل‌کننده مناسب را تعیین می‌کند. در بخش بعد، به مرور روند طراحی کنترل با کلیدزنی و طراحی فیدبک کمتی می‌پردازیم.

¹ Multirealization

که در آن $h > 0$ که ثابت هیستریزس خوانده می شود، یک پارامتر طراحی است که از کلیدزنی زیاد جلوگیری می کند. هم از نظر تئوری (تضمین پایداری) و هم بدلیل محدودیت های عملی مطلوب است که کلیدزنی با سرعت کمتری انجام شود. استفاده از ثابت هیستریزس در جهت تامین این خواسته است. بدین ترتیب ورودی کنترل اعمالی به فرایند سیگنال $u(t) = u_n(t)$ است (سیگنال کلیدزنی است).

۳-۲- طراحی فیدبک کمی

تئوری فیدبک کمی (QFT) یک ابزار قدرتمند در طراحی کنترل مقاوم برای سیستم های نامعین است. این دیدگاه کمی روشی را برای طراحی معرفی می کند که این امکان را برای طراح فراهم می آورد که در روند طراحی مصالحه های لازم و محدودیت ها را بصورت شفاف تجربه کند ([۷]). این راهکار از یک ساختار دو درجه آزادی که در شکل ۲ نمایش داده شده، بهره می برد و بویژه برای فرایندهای چندمتغیره، طراحی غیرمتمرکز QFT از یک جبران ساز قطری با ماتریس تابع تبدیل $G(s)$ و یک پیش فیلتر $F(s)$ برای دستیابی به اهداف عملکردی سیستم حلقه بسته شکل ۲ بهره می گیرد. در شکل ۲ $P(s)$ فرایند نامعین (چندمتغیره) است. در ادامه مرور سریعی بر طراحی کنترل مقاوم QFT خواهیم داشت.



شکل ۲- ساختار دو درجه آزادی طراحی فیدبک کمی

سیستم های تک ورودی-تک خروجی: طراحی براساس QFT که در حوزه فرکانس انجام می گیرد، ارتباط نزدیکی با طراحی های کلاسیک بر مبنای نمودارهای «بودی» دارد. برخی از مشخصه های عملکردی مطلوب معمول در QFT که به صورت قیدهایی بر اندازه توابع انتقال متناظر بیان می شوند، بقرار زیر است. مطلوب این است که این اهداف با وجود نامعینی و در حضور اغتشاش برآورده شوند.

- پایداری مقاوم (حاشیه بهره و فاز)

$$\left| F \frac{PG}{1+PG} \right| \leq W_{S1}$$

- مساله ردیابی با ساختار دو درجه آزادی

$$W_{S2a} \leq \left| F \frac{PG}{1+PG} \right| \leq W_{S2b}$$

طراحی شود که همواره برای یکی از مقادیر پارامتر $\hat{p} \in \mathcal{P}$ شرط انطباق زیر برای هر $t \geq t_0$ و هر ورودی u برآورده شود:

$$|y_{\hat{p}}(t) - y(t)| \leq c_e e^{-\lambda_e(t-t_0)} |y_{\hat{p}}(t_0) - y(t_0)| \quad (2)$$

که در آن $c_e \geq 0$ و $\lambda_e > 0$ است. یک چند-تخمین زن مناسب برای فرایند (۱) که شرط فوق را دارا باشد، را می توان بصورت زیر با بردار متغیرهای حالت $x_E = (\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n)$ در نظر گرفت:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_p &= A_p \hat{x}_p + B_p u + L_p (y_p - y), \\ y_p &= C_p \hat{x}_p, \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن $p \in \mathcal{P}$ است و شرط (۲) برای $\hat{p} = p^*$ برقرار می شود اگر ماتریس های L_p بگونه ای باشند که ماتریس $A_p + L_p C_p$ (برای هر $p \in \mathcal{P}$) هرویتز باشد. (توجه کنید که از رابطه (۳) برای $\hat{p} = p^*$ نتیجه می شود که $y = C_{p^*} x$ و $(d/dt)(x_{p^*} - x) = (A_p + L_p C_p)(x_{p^*} - x)$).

بانک کنترل کننده: این قسمت از مجموعه ای از کنترل کننده های کاندیدا تشکیل شده که توابع تبدیل آن ها بصورت $\{G_p\}$ است. این کنترل کننده ها بگونه ای طراحی شده اند که هر یک برای یک $p \in \mathcal{P}$ اهداف مطلوب کنترلی را برای سیستم حلقه بسته فراهم می آورند. (در اینجا G_p از طریق طراحی فیدبک کمی بگونه ای طراحی می شود که مشخصات پایداری و عملکرد مقاوم را تامین کند).

سیگنال های پایش: این سیگنال ها $(\mu_p, p \in \mathcal{P})$ بصورت نرم انتگرالی خطاهای تخمین $(e_p = y_p - y)$ تعریف می شوند. در این کار سیگنال های پایش بصورت زیر در نظر گرفته شده اند:

$$\mu_p := \varepsilon_0 + \int_0^t e^{-\lambda(t-s)} \gamma \|y_p(s) - y(s)\|^2 ds \quad (4)$$

که در آن $\varepsilon_0 > 0$ و $\gamma, \lambda_0 > 0$ بوده، $\lambda \in (0, \lambda_0)$ است. نرم برداری است و مقادیر ε_0 و γ و λ پارامترهای طراحی هستند. مقدار λ_0 نیز به مقادیر ویژه سیستم حلقه بسته مربوط است (برای جزئیات بیشتر به [۲] مراجعه شود). شایان توجه است که تداخلات بین خروجی های سیستم چندمتغیره نیز در بردار خطای تخمین در نظر گرفته می شود.

منطق کلیدزنی: سیگنال کلیدزنی که کنترل کننده فعال را در هر لحظه از زمان مشخص می نماید، از طریق منطق کلیدزنی تولید می شود. در اینجا از منطق کلیدزنی «هیستریزس مستقل از مقیاس» بصورت زیر ([۱۱]) استفاده می شود.

$$\sigma(t) := \begin{cases} \arg \min_{q \in \mathcal{P}} \mu_q(t) & \text{if } \exists q \in \mathcal{P} \text{ such that } (1+h)\mu_q(t) \leq \mu_{\sigma(t^-)}(t) \\ \sigma(t^-) & \text{else,} \end{cases} \quad (5)$$

• تضعیف اغتشاش، اعمال شده در خروجی، فرایند

- تضعیف اغتشاش اعمال شده در ورودی فرایند

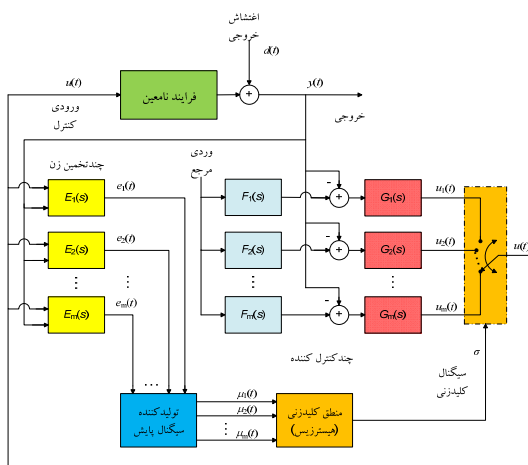
سیستم‌های چندورودی-چندخروجی: برای حل یک مساله طراحی چندمتغیره $n \times n$ به روش غیرمترکز، مساله به n مساله طراحی تک‌حلقه (چندورودی-تک‌خروجی) تبدیل می‌شود که برای هر یک نامعینی‌های پارامتری، اغتشاش‌های بیرونی و اهداف مطلوب از روی مساله (چندمتغیره) اصلی نتیجه می‌شود. همچنین تداخلات بین زیرسیستم‌های چندورودی-تک‌خروجی به صورت اغتشاش درنظر گرفته می‌شود. هدف طراحی می‌تواند دنبال کردن ورودی مبنا توسط خروجی موردنظر و کمینه کردن اثر اغتشاشات (و تداخلات) در خروجی‌ها باشد. به بیان دیگر سیستم حلقه‌بسته پایدار بوده و قیده‌های زیر را ارضا نماید.

که در آن $T(s) = [t_{ij}(s)]$ ماتریس نسبت کنترلی (تابع تبدیل چندمتغیره) است. بعبارت دیگر $t_{ij} = y_i / r_j$ ارتباط بین خروجی i ام و ورودی j ام را بیان می‌کند. ماتریس‌های $A(s) = [a_{ij}(s)]$ و $B(s) = [b_{ij}(s)]$ نیز به ترتیب، کران‌های مطلوب پایینی و بالایی برای ردیابی مساله چند ورودی-چند خروجی، اند.

شکل 3- ساختار پیشنهادی برای تلفیق ایده‌های کلیدزنی و سرپرستی و طراحی فیدبک کم

- ۱- برای کل مجموعه نامعینی یک پاسخ کنترل QFT وجود دارد، ولی عملکرد سیستم حلقه‌بسته به حد مطلوب رضایت‌بخش نیست.
- ۲- بدلیل نامعینی زیاد سیستم آنچنان پیچیده است که با یک ساختار ثابت QFT (شکل ۲) نمی‌توان پایداری و عملکرد مقاوم را تأمین کرد. برای مثال دو حالت در اینجا مورد توجه قرار می‌گیرد: الف) تغییر علامت بهره فرایند (در فرایندهای تک‌ورودی-تک خروجی) و ب) تغییر جفت مناسب ورودی-خروجی (در فرایندهای چندمتغیره) بواسطه نامعینی گسترده فرایند.

تلفیق ایده‌های کلیدزنی در طراحی فیدبک کمی با انگیزه غلبه بر محدودیت‌های کنترل QFT، در [۵] پیشنهاد شده است. در این کار در هر لحظه از زمان، بسته به حالت فرایند برخی مشخصه‌ها بر سایرین اولویت داده می‌شوند. کنترل‌کننده مناسب با توجه به دامنه خطا با کلیدزنی فعال می‌شود. از دو کنترل‌کننده استفاده شده که یکی سریعتر، پایدارتر (با حاشیه فاز و بهره بیشتر) ولی با دقت کمتر است و در مواردی بکار گرفته می‌شود که دامنه خطا (ردیابی) زیاد است و خروجی از ورودی مرجع دور است. زمانی که دامنه خطا کوچک باشد،



فرایند مورد بررسی یک سیستم خطی نامعین با ورودی u و خروجی y است که در معرض اغتشاش (خروجی) d قرار دارد. سیستم پایداری پذیر و آشکاری پذیر فرض می شود. همچنین فرض بر این است که (ماتریس) تابع تبدیل فرایند متعلق به دسته ای مشخص از توابع تبدیل مجاز به صورت زیر است:

$$\mathcal{M} := \bigcup_{p \in \mathcal{P}} \mathcal{M}_p$$

که در آن پارامتر p در مجموعه متناهی $\mathcal{P}$ مقدار اختیار می کند. مجموعه فرایند $\mathcal{M}_p$ نیز شامل یک فرایند نامی v_p و دینامیک های مدل نشده بصورت زیر است:

$$\mathcal{M}_p := \{v_p(1 + \delta_m) + \delta_a : \|\delta_m\|_{\infty, \lambda} \leq \varepsilon, \|\delta_a\|_{\infty, \lambda} \leq \varepsilon\},$$

که در آن $\varepsilon > 0$ و $\lambda \geq 0$ مقادیر دلخواه هستند، $\|\cdot\|_{\infty, \lambda}$ بیانگر نرم $\mathcal{H}_\infty$ وزن دهی شده با $e^{\lambda t}$ (ماتریس) تابع تبدیل است. $\bar{\sigma}(\cdot) := \sup_{\|s\| \geq 0} \bar{\sigma}(v(s, \lambda))$ برای ماتریس تابع تبدیل که $\bar{\sigma}(\cdot)$ بیک مقدار تکنین پیشینه است. بدین ترتیب، کل فضای نامعینی فرایند به نواحی کوچکتری افراز می شود که هریک با مقداری از پارامتر p و مدل $\mathcal{M}_p$ بیان می شوند. با در نظر گرفتن نامعینی و اغتشاش متناظر با هر کدام از این نواحی کوچکتر، یک کنترل کننده QFT برای دستیابی به پایداری و ردیابی مقاوم طراحی می شود. (برای فرایند چندمتغیره با تعیین جفت ورودی- خروجی مناسب از کنترل غیرمتمرکز QFT (کنترل کننده قطری) استفاده می شود).

همچنین در بخش بانک مدل از تخمین زن هایی به شکل زیر استفاده می شود که در آن $p \in \mathcal{P}$ و A_E ماتریسی پایدار است.

$$\dot{x}_E = A_E x_E + L_E y + B_E u, \quad y_p = C_p x_E, \quad e_p = y_p - y, \quad (7)$$

۴-۱- انتقال بدون پرش

یکی از مشکلات مهم در پیاده سازی روش های کنترلی مبتنی بر کلیدزنی، پرش های خروجی (سیگنال کنترل) در لحظه کلیدزنی است. حل این موضوع که به مسئله «انتقال بدون پرش» معروف است و پاسخ گذرای سیستم کنترل را بهبود می دهد، مورد توجه قرار گرفته است ([۱۲-۱۵]).

روش چند-تحقیقی به عنوان یک روش اشتراک گذاری حالت یکی از روش هایی است که برای حل مسئله انتقال بدون پرش ارائه شده است. مسئله چند-تحقیقی را می توان مشابه مسئله تحقق دانست. همان طور که مسئله تحقق برای یک سیستم به صورت یافتن یک نمایش

فضای حالت برای آن سیستم مطرح است، مسئله چند-تحقیقی را می توان به صورت یافتن یک نمایش فضای حالت با پارامترهای قابل تنظیم برای یک مجموعه از توابع تبدیل مطرح نمود. در [۱۳ و ۱۴]، این مسئله برای سیستم های کنترل چندمتغیره (اکیدا سره)، با استفاده از صورت پوپوف برای ماتریس های چندجمله ای با چند-تحقیقی به صورت $\{A_0 + L_i C_0, B_i, C_0\}$ حل شده است. در [۱۶] راه حل جدیدی با استفاده از ماتریس چندجمله ای به صورت هرمیت برای مسئله چند-تحقیقی به صورت $\{A_0 + A_i, B_i, C_0\}$ برای مجموعه ای از ماتریس های تابع تبدیل ارائه شده است که بسیار آسان تر از روش قبلی است و از مزایای دیگری همچون سادگی پیاده سازی نسبت به روش قبلی برخوردار است. در این چند-تحقیقی A_0 ماتریسی پایدار و زوج (A_0, C_0) رویت پذیر است. در شبیه سازی های بخش بعدی به منظور بهبود پاسخ ها از روش اخیر برای پیاده سازی بانک کنترل کننده (جبران سازها و پیش فیلترهای کنترل QFT) بهره گرفته می شود. همچنین جهت سهولت، از این ایده می توان در پیاده سازی تخمین زن ها (بانک مدل) نیز استفاده کرد.

۵- مطالعات شبیه سازی

در این بخش از یک فرایند نامعین تک ورودی- تک خروجی و یک فرایند چندمتغیره برای بررسی کارایی روش پیشنهادی استفاده می شود. لازم به تذکر است که این دو مثال بارها در مقالات مختلف برای طراحی های فیدبک کمی بکار گرفته شده اند (برای مثال به [۷ و ۱۷] مراجعه شود).

۵-۱- سیستم های نامعین تک ورودی- تک خروجی

نخست فرایند نامعین زیر را در نظر بگیرید:

$$\mathcal{M}_1(s) = \frac{k a}{s(s+a)},$$

برای نشان دادن دو حالت جداگانه ای که در بخش قبل ذکر شد، نامعینی این فرایند به دو صورت در نظر گرفته می شود:

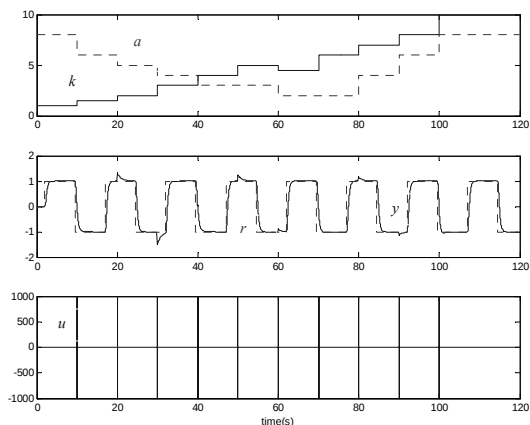
حالت ۱: نامعینی فرایند به صورت $k \in [1, 10], a \in [1, 10]$. مشخصه های مطلوب سیستم حلقه بسته (با وجود نامعینی و در

حضور اغتشاش) عبارتند از:

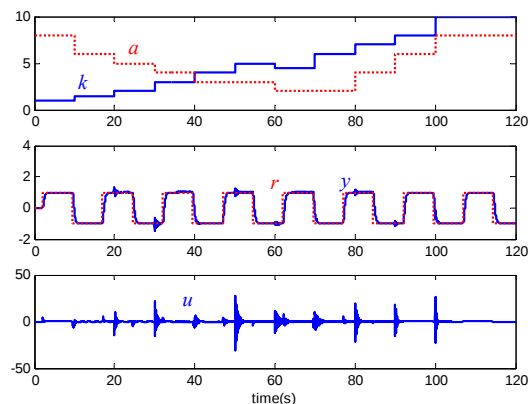
- پایداری مقاوم (حاشیه بهره و فاز): با قید $\left| \frac{L_f}{1+L_f} \right| \leq 1.2, \quad \omega > 0$ که در آن L_f بهره حلقه است.
- ردیابی مقاوم:

برای ارزیابی مقاومت سیستم حلقه بسته، مقادیر پارامترهای نامعین k و a در طول مدت شبیه سازی تغییر داده می شوند. از مقایسه نتایج شبیه سازی مشاهده می شود که دامنه سیگنال کنترل در ساختار مبتنی بر کلیدزنی نسبت به پاسخ QFT بطور قابل ملاحظه ای کاهش می یابد.

(شکل ۴)



(الف)



(ب)

شکل ۴- تغییرات پارامترهای فرایند نامعین و سیگنال های ورودی و خروجی سیستم حلقه بسته

(الف) کنترل QFT با ساختار ثابت (ب) کنترل QFT مبتنی بر کلیدزنی

حالت ۲: نامعینی فرایند به صورت

$$k \in [-10, -1] \cup [1, 10], \quad a \in [1, 10].$$

در این حالت اهداف عملکردی مطلوب همانند حالت ۱ است. با توجه به اینکه علامت بهره k نامعلوم است، نمی توان با یک کنترل کننده QFT ثابت این مساله را حل کرد. در اینجا، با تفکیک مجموعه نامعینی ها به صورت زیر، با استفاده از ساختار کلیدزنی پیشنهادی می توان مساله را حل کرد:

$$\text{أ.} \quad 1 \leq k \leq 10, \quad 1 \leq a \leq 10.$$

$$\text{ب.} \quad -10 \leq k \leq -1, \quad 1 \leq a \leq 10.$$

$$\frac{8400}{(s+3)(s+4)(s+10)(s+70)} \leq T_r \leq \frac{0.6584(s+30)}{s^2+4s+19.75}$$

برای بازه فرکانسی $\omega_h = 10 \text{ rad/s}$ ، که در آن

$$T_r = F \frac{PG}{1+PG}$$

$$T_D(s) = \frac{s(s+70)}{s^2+140s+5225}$$

(تابع انتقال اغتشاش خروجی به خروجی در بازه فرکانسی اشاره شده در قسمت قبل از مدل T_D کوچکتر باشد.)

در این حالت با استفاده از ساختار کنترلی دو درجه آزادی QFT می توان برای کل حوزه نامعینی پاسخی برای مساله بدست آورد. اما در اینجا، برای بهبود عملکرد سیستم ساختار مبتنی بر کلیدزنی پیشنهادی بکار گرفته می شود.

به این منظور مجموعه نامعینی ها به صورت زیر به مجموعه های کوچکتری تفکیک می شود:

$$\text{أ.} \quad 1 \leq k \leq 2, \quad 1 \leq a \leq 10.$$

$$\text{ب.} \quad 2 \leq k \leq 5, \quad 1 \leq a \leq 10.$$

$$\text{ج.} \quad 5 \leq k \leq 10, \quad 1 \leq a \leq 10.$$

برای این سیستم مشابه [12] یک چند-تخمین زن با ایده اشتراک حالت از طریق چند-تحقیقی زیر بکار می رود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_E &= \begin{bmatrix} A_E & 0 \\ 0 & A_E \end{bmatrix} x_E + \begin{bmatrix} b_E \\ 0 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} 0 \\ b_E \end{bmatrix} u \\ y_p &= c_p x_E \end{aligned}$$

که در آن A_E ماتریسی پایدار، زوج (A_E, b_E) پایداری پذیر و مستقل از پارامتر نامعین p است و چند-تحقیقی $\mathcal{M}_1(s)$ متناظر با فرایند نامعین $\left\{ \begin{bmatrix} A_E & 0 \\ 0 & A_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_E \\ 0 \end{bmatrix} c_p, \begin{bmatrix} 0 \\ b_E \end{bmatrix}, c_p \right\}$

است. برای سادگی می توان (A_E, b_E) را بصورت تحقق کانونیکال کنترل کننده با چندجمله ای مشخصه $s^2 + \omega_2 s + \omega_1$ انتخاب کرد. در

این صورت بردار c_p به صورت $c_p := [\omega_1 \quad \omega_2 - a \quad k \quad a \quad 0]$ به دست می آید. برای تولید سیگنال های پایش عملکرد $\mu_p, p \in \mathcal{P}$ نیز

می توان مشابه [۲ و ۱۲] و از ایده اشتراک حالت استفاده کرد. حال برای

هر کدام از نواحی نامعینی (کوچکتر) یک جبران ساز و پیش فیلتر QFT طراحی می شود. برای این کار، مراحل مختلف طراحی و کران ها در قالب یک مساله بهینه سازی مقید فرموله بندی شده و از الگوریتم ژنتیک برای حل این مساله بهینه سازی استفاده می شود ([۱۸]). در نهایت مشابه معماری شکل ۳، کنترل کننده مناسب بر اساس مقادیر سیگنال های پایش توسط سرپرست در حلقه فیدبک فعال می شود.

جدول ۱: پارامترهای فرآیند مربوط به مثال چند ورودی-چند خروجی

No.	γ_{11}	γ_{22}	γ_{12}	γ_{21}	δ_{11}	δ_{22}	δ_{12}	δ_{21}
1	1	2	0.5	1	1	2	2	3
2	1	2	0.5	1	0.5	1	1	2
3	1	2	0.5	1	0.2	0.4	0.5	1
4	1	2	4	5	2	3	1	2
5	1	2	4	5	1	2	0.5	1
6	1	2	4	5	0.5	1	0.2	0.4
7	10	8	2	4	1	2	2	3
8	10	8	2	4	0.5	1	1	2
9	10	8	2	4	0.2	0.4	0.5	1
10	5	8	16	20	2	3	1	2
11	5	8	16	20	1	2	0.5	1
12	5	8	16	20	0.5	1	0.2	0.4

مشخصه‌های مطلوب عملکردی برای سیستم حلقه‌بسته بصورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$Tl_{ij} \leq |T_{CIR}(j\omega)|_{ij} \leq Tu_{ij} \quad \text{مشخصه ردیابی}$$

بر روی کانال‌های ورودی-خروجی ($i, j = 1, 2$) با تاکید بر تضعیف

تداخلات سیستم چندمتغیره، برای بازه فرکانسی $\omega \leq \omega_h = 10 \text{ rad/s}$ با کران‌های زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$Tl_{ij}(\omega) = \left| \frac{4}{s^2 + 4.4s + 4} \right|_{s=j\omega} \quad \text{روی قطر (ردیابی):}$$

$$Tu_{ij}(\omega) = \left| \frac{25}{s^2 + 6s + 25} \right|_{s=j\omega}$$

$$Tu_{ij}(\omega) = 0.1 \text{ و } Tl_{ij} = 0 \quad \text{خارج قطر (حذف تداخلات):}$$

(ب) پایداری مقاوم: بصورت قید $|1/(1+L_i)| \leq 3.5 \text{ dB}$ برای همه فرایندها (با وجود نامعینی) در نظر گرفته می‌شود. که در آن L_i بهره حلقه نام است. بدین ترتیب حدبهره 9.6 dB و حدفاز 39 درجه تامین می‌شود ([۱۹]).

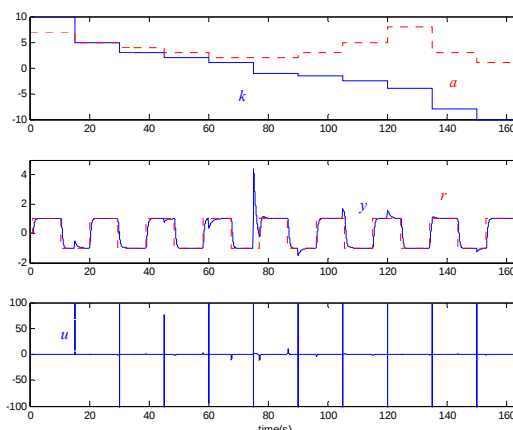
فرایند 2×2 نامعین $M_2(s)$ را می‌توان بصورت زیر متناظر با مدل فضای حالت (۱)، تحقق داد.

$$A_p = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\delta_{11}\delta_{12}} & 0 & 0 \\ 1 & -(\frac{1}{\delta_{11}} + \frac{1}{\delta_{12}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\delta_{21}\delta_{22}} \\ 0 & 0 & 1 & -(\frac{1}{\delta_{21}} + \frac{1}{\delta_{22}}) \end{pmatrix}, \quad B_p = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C_p = \begin{pmatrix} \frac{\gamma_{11}}{\delta_{11}\delta_{21}} & \frac{\gamma_{11}}{\delta_{11}} & \frac{\gamma_{12}}{\delta_{12}\delta_{22}} & \frac{\gamma_{12}}{\delta_{12}} \\ \frac{\gamma_{21}}{\delta_{11}\delta_{21}} & \frac{\gamma_{21}}{\delta_{21}} & \frac{\gamma_{22}}{\delta_{12}\delta_{22}} & \frac{\gamma_{22}}{\delta_{22}} \end{pmatrix}$$

یکی از معیارهای سنجش تداخلات در فرایندهای چندمتغیره «آرایه بهره نسبی» (RGA) است ([۲۰])، که کاربرد زیادی در تعیین جفت ورودی-خروجی مناسب برای طراحی‌های غیرمتمرکز دارد.

از پاسخ بهینه طراحی شده در [۱۸] می‌توان برای هریک از نواحی نامعینی استفاده کرد. (برای ناحیه «ب» بهره کنترل‌کننده قرینه شود.) توجه شود که تغییر پارامترهای فرایند را می‌توان بصورت یک اغتشاش خروجی در نظر گرفت که در طراحی QFT مورد توجه بود. نتایج شبیه‌سازی در شکل ۵ آمده است.



شکل ۵- کنترل QFT مبتنی بر کلیدزنی برای فرایند نامعینی که علامت بهره‌اش متغیر است

۵-۲- سیستم‌های نامعین چندورودی-چندخروجی

در این قسمت تنها حالتی مورد توجه است که بواسطه نامعینی زیاد فرایند، نمی‌توان برای مساله طراحی از تئوری فیدبک کمی بدون کلیدزنی استفاده کرد. در این مثال فرض بر این است که از کنترل غیرمتمرکز QFT استفاده شود در حالیکه جفت مناسب ورودی-خروجی فرایند (بدلیل نامعینی زیاد) می‌تواند تغییر کند. فرایند دو ورودی-دو خروجی زیر را در نظر بگیرید:

$$M_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_{11}}{1+s\delta_{11}} & \frac{\gamma_{12}}{1+s\delta_{12}} \\ \frac{\gamma_{21}}{1+s\delta_{21}} & \frac{\gamma_{22}}{1+s\delta_{22}} \end{bmatrix}$$

حالت‌های دوازده‌گانه متناظر با پارامترهای نامعین این فرایند در جدول ۱ آمده است. پیچیدگی مساله کنترل غیرمتمرکز این سیستم در این نکته نهفته است که جفت ورودی-خروجی مناسب با تغییر مقادیر پارامترهای آن، تغییر می‌یابد.

برای هر کدام از نواحی فوق یک طراحی فیدبک کُنی غیرمترکز که اهداف مطلوب پایداری و عملکرد مقاوم را با وجود نامعینی تامین کند، انجام می‌شود. جبران‌سازها و پیش‌فیلترهای منته به شرح زیر است:

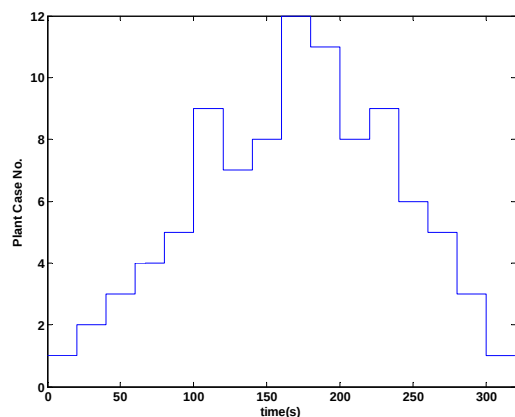
$$G_1(s) = \begin{pmatrix} \frac{185(s+1.1)}{s(s+13.5)} & 0 \\ 0 & \frac{10(s+1.4)}{s(s+5.3)} \end{pmatrix}, F_1(s) = \begin{pmatrix} \frac{6}{s+6} & 0 \\ 0 & \frac{5.8}{s+5.8} \end{pmatrix}$$

$$G_2(s) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{58(s+3)}{s(s+22)} \\ \frac{38.4(s+1.7)}{s(s+72)} & 0 \end{pmatrix}, F_2(s) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2.7}{s+2.7} \\ \frac{6.5}{s+6.5} & 0 \end{pmatrix}$$

$$G_3(s) = \begin{pmatrix} \frac{23(s+1)}{s(s+16.3)} & 0 \\ 0 & \frac{18.6(s+6)}{s(s+84.8)} \end{pmatrix}, F_3(s) = \begin{pmatrix} \frac{2.1}{s+2.1} & 0 \\ 0 & \frac{1.9}{s+1.9} \end{pmatrix}$$

$$G_4(s) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{96(s+2.5)}{s(s+83.3)} \\ \frac{25(s+1.2)}{s(s+99.8)} & 0 \end{pmatrix}, F_4(s) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1.7}{s+1.7} \\ \frac{1.8}{s+1.8} & 0 \end{pmatrix}$$

همانگونه که اشاره شد در ساختار مبتنی بر کلیدزنی و سرپرستی پیشنهادی (شکل ۳) کنترل‌کننده غیرمترکز مناسب توسط سرپرست وارد حلقه فیدبک می‌شود. برای ارزیابی مقاومت سیستم حلقه‌بسته، مقادیر پارامترهای نامعین فرایند در شبیه‌سازی‌های این قسمت مطابق شکل ۶ تغییر داده شده‌اند.



شکل ۶- تغییرات پارامترهای فرایند 2×2 نامعین $M_2(s)$

ماتریس آرایه بهره نسبی Λ برای فرایند $M_2(s)$ بصورت $\Lambda = M_2(0) * M_2^{-T}(0)$ است که در آن نشان ستاره $*$ حاصل ضرب شر (عنصر به عنصر) و $-T$ معکوس ترانواده ماتریس را نشان می‌دهد. براحتی می‌توان نشان داد که در ماتریس Λ مجموع عناصر هر ردیف و هر ستون برابر یک است. بنابراین برای یک فرایند 2×2 RGA با عنصر اسکالر $\lambda = \Lambda_{11}$ مشخص می‌شود. پیشنهاد شده است که ورودی-خروجی‌ها بگونه‌ای جفت شوند که $0.67 < \lambda < 1.5$ باشد و بویژه برای $\lambda < 0$ کنترل غیرمترکز بسیار مشکل است ([۲۱]). برای فرایند $M_2(s)$ عناصر RGA را می‌توان از روی $\lambda = \frac{\gamma_{11}\gamma_{22}}{\gamma_{11}\gamma_{22} - \gamma_{12}\gamma_{21}}$ بدست آورد. برای حالت‌های ۱ تا ۳، $\lambda = 1.33$ است لذا جفت کردن ورودی-خروجی در راستای قطر پیشنهاد می‌شود. در حالت‌های ۴ تا ۶ با تغییر پارامترهای فرایند، تغییرات ساختاری در فرایند رخ می‌دهد بگونه‌ای که $\lambda = -0.11$ است و در این مورد بهتر است جفت‌های ورودی-خروجی بصورت $y_1 - u_2 / y_2 - u_1$ انتخاب شود. در صورتی که از یک ساختار کنترلی ثابت (کنترل مقاوم) استفاده شود، برای حالت ۴ تا ۶ استفاده از جفت ورودی-خروجی قبلی ($y_1 - u_1 / y_2 - u_2$) می‌تواند بسادگی منجر به ناپایداری سیستم حلقه‌بسته شود. درحالی‌که با استفاده از ساختار مبتنی بر کلیدزنی پیشنهادی (شکل ۳)، تغییرات ماتریس RGA که ناشی از تغییر پارامترهای فرایند است (شکل ۶) توسط سرپرست تشخیص داده می‌شود (به شکل ۷ توجه کنید). بدین ترتیب با تغییر پارامترهای فرایند، جفت ورودی-خروجی مناسب انتخاب می‌شود. شکل ۸ نشان می‌دهد که ساختار طراحی QFT مبتنی بر کلیدزنی پیشنهادی با وجود تغییر ساختار فرایند بخوبی عمل می‌کند. ورودی‌های کنترلی نیز در شکل ۹ نمایش داده شده‌اند. بطور مشابه، برای حالات ۷ تا ۹ $\lambda = 1.11$ و متناظر با حالت‌های ۱۰ تا ۱۲، $\lambda = -0.14$ است و در نتیجه جفت مناسب ورودی-خروجی در موارد ذکر شده بترتیب بصورت $y_1 - u_2 / y_2 - u_1$ و $y_1 - u_2 / y_2 - u_1$ است.

به منظور طراحی سیستم کنترل غیرمترکز QFT مبتنی بر کلیدزنی پیشنهادی و با توجه به ماتریس RGA، نامعینی‌های فرایند به نواحی کوچکتر زیر تفکیک می‌شود:

ا. حالت‌های ۱، ۲ و ۳

ب. حالت‌های ۴، ۵ و ۶

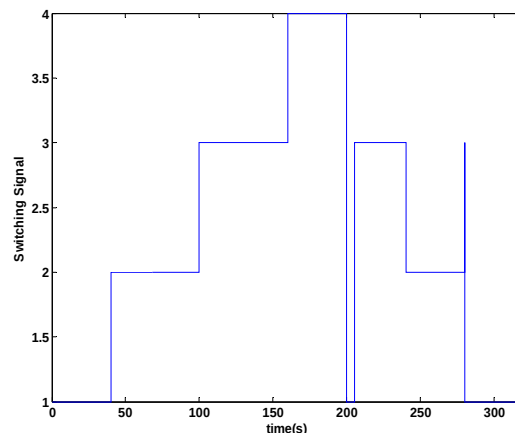
ج. حالت‌های ۷، ۸ و ۹

د. حالت‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۲

یک کنترل کننده مقاوم QFT عملکرد مطلوب موردنظر را تامین نمی کند، استفاده شد. ساختار پیشنهادی متشکل است از مجموعه ای از جبران سازها (بانک کنترل کننده) که با ایده اشتراک حالت برای انتقال بدون پرش تحقق داده شدند و یک سرپرست که در هر لحظه کنترل کننده مناسب را در حلقه کلید می زند. هریک از کنترل کننده های مقاوم بگونه ای طراحی شدند که پایداری و عملکرد مقاوم را در محدوده ای کوچکتر از محدوده نامعینی کلی فرایند تامین کنند. سرپرست نیز شامل مجموعه ای از تخمین زن ها (که بصورت چند-تحقق پیاده سازی شدند)، مولد سیگنال پایش و منطق کلیدزنی هیستریزس است. کنترل کننده متناظر با مدلی که بر اساس داده های اندازه گیری بیشترین انطباق را با فرایند (نامعین) واقعی دارد، توسط سرپرست در حلقه فیدبک فعال می شود. با استفاده از شبیه سازی ها کارایی روش پیشنهادی برای فرایندهای با گستره نامعینی زیاد که در مواردی حتی با کنترل مقاوم QFT پاسخی برای کل مجموعه نامعینی وجود ندارد، نشان داده شد.

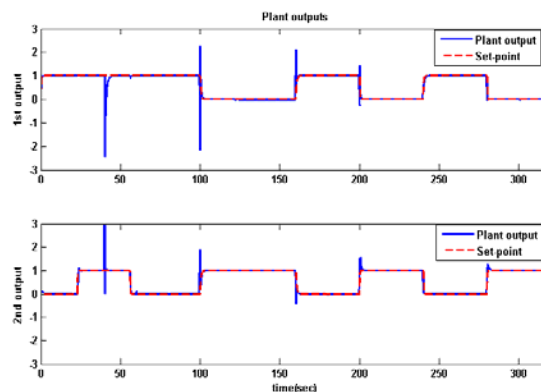
مراجع

- [1] J. P. Hespanha, D. Liberzon, and A. S. Morse, "Overcoming the limitations of adaptive control by means of logic-based switching," *Syst. Contr. Lett.*, vol. 49, no. 1, pp. 49-65, Apr. 2003.
- [2] D. Liberzon, *Switching in Systems and Control*, Birkhauser, Boston, MA, 2003.
- [3] J. M. Böling, D. E. Seborg, and J. P. Hespanha, "Multi-model adaptive control of a simulated pH neutralization process," *Control Engineering Practice*, vol. 15, no. 6, pp. 663-672, June 2007.
- [4] S. Fekri, M. Athans, and A. Pascoal, "Issues, progress and new results in robust adaptive control," *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, vol. 20, pp. 519-579, 2006.
- [5] M. Garcia-Sanz, and J. Elso, "Beyond the linear limitations by combining Switching & QFT: Application to Wind Turbines Pitch Control Systems," Special Issue: "Wind Turbines: New Challenges and Advanced Control Solutions". *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 19, no. 1, pp. 40-58, 2009.
- [6] I. Horowitz, "Survey of quantitative feedback theory (QFT)," *International Journal of Control*, vol. 53, no. 2, pp. 255-291, 1991. Also in *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 11, pp. 887-921, 2001.
- [7] C. H. Houpis, S. J. Rasmussen, and M. Garcia-Sanz, *Quantitative Feedback Theory: Fundamentals and Applications* (2nd edition). A CRC Press Book, Taylor & Francis: Florida, 2006.
- [8] J. P. Hespanha, D. Liberzon, A. S. Morse, B. D. O. Anderson, T. S. Brinsmead, and F. de Bruyne, "Multiple model adaptive control, part 2: switching," *Int. J. of Robust and Nonlinear Control Special*



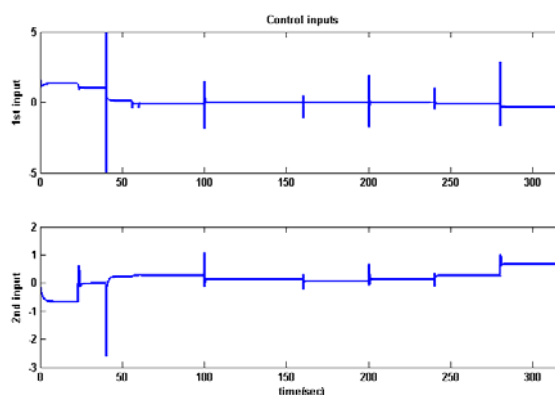
شکل 7- سیگنال کلیدزنی، توجه کنید که تغییرات آرایه بهره نسبی فرایند

توسط سرپرست تشخیص داده می شود



شکل 8- خروجی های سیستم حلقه بسته کنترل QFT مبتنی بر کلیدزنی

(کنترل کننده ها برای داشتن انتقال بدون پرش با ایده اشتراک حالت پیاده سازی شده اند).



شکل 9- ورودی های کنترلی ساختار کنترل QFT مبتنی بر کلیدزنی

(کنترل کننده ها برای داشتن انتقال بدون پرش با ایده اشتراک حالت پیاده سازی شده اند).

۶- نتیجه گیری

در این مقاله از تئوری فیدبک کمی (QFT) در کنترل تطبیقی مقاوم مبتنی بر کلیدزنی برای سیستم های با نامعینی زیاد که استفاده از

- systems,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 51, no.4, pp. 690–695, April 2006.
- [15] S. W. Su, B. D. O. Anderson, W. Chen, and H. Nguyen. “Multi-realization of nonlinear systems,” in *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control*, Shanghai, China, Dec 2009, pp. 5901–5905.
- [۱۶] هادی صادقی شرامین، «اشتراک گذاری حالت در سیستم‌های چندمتغیره و کاربرد آن در کنترل کلیدزنی»، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، تهران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۹.
- [17] I. Horowitz. “Quantitative synthesis of uncertain multiple input-output feedback systems,” *International Journal of Control*; vol. 30, no. 1, pp.81-106, 1979.
- [18] A. Khaki-Sedigh, and C. Lucas “Optimal design of robust quantitative feedback controllers using random optimization techniques,” *International Journal of Systems Science*; vol. 31, no.8, pp. 1043-1052, 2000.
- [19] O. Yaniv, *Quantitative Feedback Design of Linear and Nonlinear Control Systems*. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, MA, U.S.A., 1999.
- [20] E. Bristol, “on a new measure of interaction for multivariable process control,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 11, p. 133-134, 1966.
- [21] S. Skogestad, I. Postlethwaite, *Multivariable Feedback Control Analysis and Design*, second ed., John Wiley & Sons, 2005.
- Issue on Hybrid Systems in Control*, vol. 11, no. 5, pp. 479–496, Apr. 2001.
- [9] O. Namaki-Shoushtari, A. Khaki Sedigh “Design of Supervisory Based Switching QFT Controllers for Improved Closed Loop Performance” in *Proceedings of the 18th Iranian Conference on Electrical Engineering, ICEE 2010*, Isfahan, Iran, May 2010, pp. 599 – 604.
- [10] O. Namaki-Shoushtari, A. Khaki Sedigh “Design of decentralized supervisory based switching QFT controller for uncertain multivariable plants,” in *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control*, Shanghai, China, Dec 2009, pp. 934 - 939.
- [11] J. P. Hespanha, D. Liberzon, and A. S. Morse, “Bounds on the number of switchings with scale independent hysteresis: Applications to supervisory control,” in *Proceedings of the 39th Conference on Decision and Control*, Sydney, Australia, Dec 2000, pp. 3622–3627.
- [12] A. S. Morse, Control using logic-based switching. In A. Isidori, editor, *Trends in Control: An European Perspective*, pp. 69–113, Springer-Verlag, London, 1995.
- [13] B. D. O. Anderson, S. W. Su, and T. S. Brinsmead. “Multirealisation of linear systems,” *IEEE Trans. on Circuits and Systems II: Express Briefs Part II*, vol. 52, pp. 442–446, Aug. 2005.
- [14] S. W. Su, B. D. O. Anderson, and T. S. Brinsmead. “Minimal multirealisation of MIMO linear

کنترل لغزشی - تطبیقی سیستم فوق آشوب لورنز با در نظر گرفتن عدم قطعیت، اغتشاش، ورودی‌های کنترلی غیرخطی و ناشناخته بودن پارامترهای سیستم

علی ابویی^۱، محمدرضا جاهدمطلق^۲، محمدمهدی عارفی^۳، زهرا رحمانی چراتی^۴

^۱ فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، aliaboee@elec.iust.ac.ir

^۲ دانشیار، دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه علم و صنعت ایران، jahedmr@iust.ac.ir

^۳ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، arefi@iust.ac.ir

^۴ استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، Rahmaniz@nit.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۸۹/۱۰/۱۰، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۸۹/۱۲/۲۳)

چکیده: در این مقاله، ابتدا مدل دینامیکی سیستم فوق آشوب لورنز به طور مختصر معرفی می‌گردد. در ادامه کنترل‌کننده‌های مد لغزشی-تطبیقی چنان طراحی می‌شوند که سیستم فوق آشوب لورنز با وجود عوامل ناخواسته‌ای همچون عدم قطعیت، اغتشاش، ورودی-های کنترلی غیرخطی پایدار گردد. فرض می‌شود کران‌های بالای عدم قطعیت، اغتشاش و پارامترهای سیستم لورنز نامعلوم باشند. برای طراحی کنترل‌کننده‌های لغزشی-تطبیقی از دو سطح لغزشی-تطبیقی و قوانین تطبیق برای پارامترهای نامعلوم استفاده شده است. پایداری دینامیک مد لغزشی سیستم فوق آشوب و شرط رسیدن به سطوح لغزشی-تطبیقی، با استفاده از قضیه پایداری لیانوف به اثبات می‌رسد. جهت برطرف کردن سوئیچینگ‌های فرکانس بالای سیگنال‌های کنترلی ناپیوسته، از جایگزینی یک تابع پیوسته (شیبه به تابع علامت) با تابع علامت استفاده می‌شود تا با هموار شدن سیگنال‌های کنترلی از بروز پدیده وزوز در عمل جلوگیری شود. نتایج شبیه‌سازی کامپیوتری با استفاده از نرم‌افزار MATLAB نشان می‌دهد کنترل‌کننده‌های طراحی شده قادر به پایدارسازی سیستم لورنز در حضور عوامل ناخواسته ذکر شده، می‌باشند.

کلمات کلیدی: سیستم فوق آشوب، کنترل مد لغزشی، عدم قطعیت، پدیده وزوز، ورودی کنترلی غیرخطی، سطوح لغزشی-تطبیقی.

Adaptive-Sliding Mode Control of Lorenz Hyperchaotic System Considering Uncertainties, External Disturbances, Nonlinear Inputs and Unknown Parameters

A. Abooe, M.R. Jahed-Motlagh, M.M. Arefi, Z. Rahmani

Abstract: In this paper, the dynamical model of the Lorenz hyperchaotic system is briefly introduced. An adaptive-sliding mode control scheme is proposed to stabilize the Lorenz hyperchaotic system in the presence of uncertainties, external disturbances, nonlinearity in the control inputs while parameters of the Lorenz system and the bounds of uncertainties and external disturbances are unknown. The mentioned control scheme is composed of two adaptive-sliding surfaces and adaptation laws for unknown parameters. The Lyapunov stability theorem is used to prove the stability of sliding mode dynamics and guarantee the reaching condition. High frequency switching of control inputs is removed by substituting the sign function with a continuous sign-like function. Numerical simulations based on MATLAB software are used to verify the feasibility and effectiveness of the proposed controllers.

Keywords: Hyperchaotic system, Sliding mode control, Uncertainty, Chattering phenomenon, Nonlinear control inputs, Adaptive-sliding surfaces.

۱- مقدمه

با توجه به کاربردهای گسترده و فراوان پدیده آشوب در علوم مختلف از جمله مخابرات امن [۱]، مدارهای غیرخطی [۲]، واکنش‌های شیمیایی [۳]، الکترونیک قدرت [۴]، لیزر [۵]، مطالعه و تحقیق در مورد ویژگی‌های ذاتی این پدیده و کنترل آن اهمیت خاصی پیدا کرده است. شاید بتوان یکی از دلایل توجه خاص دانشمندان به پدیده غیرخطی آشوب را ویژگی‌های ذاتی و منحصر به فرد این پدیده از جمله حساسیت بسیار شدید به تغییرات خیلی کوچک در شرایط اولیه، طیف فرکانسی پهن و گسترده و جاذب عجیب^۱ دانست [۶]. مطالعات و تحقیقات ارائه شده در مورد آشوب را می‌توان در یک تقسیم‌بندی کلی به دو دسته تقسیم کرد. دسته اول مقالاتی هستند که توجه خود را به بررسی ماهیت پدیده آشوب، ویژگی‌های ذاتی آن، معرفی سیستم-های آشوبناک جدید، کاربردهای عملی و فیزیکی آشوب معطوف ساخته‌اند [۶-۱۱]. دسته دوم مقالاتی هستند که تمرکز خود را بر روی موضوع کنترل آشوب و توسعه روش‌های کنترلی قابل اعمال به سیستم-های آشوبناک، قرار داده‌اند [۱۲-۲۰]. با دقت در این دسته مقالات می-توان دریافت که دو هدف عمده برای کنترل آشوب قابل تصور است. هدف اول از کنترل آشوب، خارج کردن سیستم آشوبناک از حالت آشوبی و همگرا ساختن این سیستم به سمت نقطه تعادل یا یک مدار پایدار متناوب^۲ (سیکل حدی) می‌باشد و هدف دوم، آشوبی‌سازی سیستم آشوبناک و طراحی کنترل‌کننده به گونه‌ای است که سیستم وارد ناحیه آشوبی خود شده و در این حالت باقی بماند [۲۱].

مقالات مرتبط با دسته اول، از دیدگاه پیچیدگی، سیستم‌های آشوبناک را به سه دسته آشوب معمولی (بعد پایین)، فوق آشوب^۳ (آشوب بعد بالا) و آشوب فضا-زمانی^۴ تقسیم می‌کنند. ساده‌ترین تعریفی که در اغلب مراجع [۶]، [۸]، [۱۰]، [۱۱]، برای یک سیستم فوق آشوب ارائه شده است بدین صورت است که "یک سیستم غیر-خطی که دارای حداقل دو نمای لیاپانوف مثبت باشد را فوق آشوب می‌نامند." در واقع وجود حداقل دو نمای لیاپانوف مثبت، مهم‌ترین و اصلی‌ترین شاخص تمایزدهنده میان پدیده آشوب بعد پایین و پدیده فوق آشوب در یک سیستم غیرخطی می‌باشد. اولین و ساده‌ترین سیستم فوق آشوب^۵ را راسلر^۶ در سال ۱۹۷۹ ارائه داد که توصیفی از یک

واکنش شیمیایی بود [۲۲]. در ادامه سیستم‌های فوق آشوب دیگری توسط دانشمندان و محققان علوم مختلف معرفی شدند [۱۱-۶]، [۲۶-۲۲]. تاکنون روش مشخص و سیستماتیکی برای ایجاد یک سیستم فوق آشوب ارایه نشده است اما با توجه به مقالاتی که سیستم‌های فوق آشوب جدید را معرفی کرده‌اند می‌توان به دو روش کلی زیر برای طراحی یک سیستم فوق آشوب رسید.

۱- اضافه کردن یک متغیر حالت جدید به سیستم‌های آشوب معمولی و افزایش بعد سیستم از نظر تعداد متغیرهای حالت. به عنوان نمونه برای این حالت می‌توان به مقالات [۱۱-۶] اشاره کرد.

۲- ایجاد تحریک سینوسی در یکی از پارامترهای ثابت سیستم آشوب معمولی. در این حالت بعد سیستم از نظر تعداد متغیرهای حالت افزایش نمی‌یابد اما سیستم از حالت خودمختار^۷ به غیرخودمختار تبدیل می‌شود و با این کار، پتانسیل به وجود آمدن پدیده فوق آشوب در یک سیستم آشوب معمولی با سه متغیر حالت فراهم می‌شود به عنوان نمونه برای این حالت می‌توان به مقالات [۲۶-۲۴] اشاره کرد.

حساسیت شدیدتر به تغییرات اندک در شرایط اولیه، پیچیدگی بیشتر و افزایش عدم قابلیت پیش‌بینی طولانی مدت سیستم‌های فوق آشوب نسبت به سیستم‌های آشوب بعد پایین باعث شده است که در برخی از کاربردها این سیستم‌ها جایگزین سیستم‌های آشوب بعد پایین شوند [۸] و مسئله کنترل پدیده فوق آشوب اهمیت خاصی پیدا کند. به عنوان یک نمونه شاخص می‌توان از جایگزینی سیگنال‌های آشوب معمولی با سیگنال‌های فوق آشوب در مخابرات امن و رمزنگاری نام برد [۱]. متناظر با افزایش کاربردهای پدیده فوق آشوب در مواردی همچون اسیلاتورهای کلیپس^۸ [۲] و مدارهای غیرخطی [۳]، روش‌های زیادی برای کنترل این پدیده توسعه داده شدند. به عنوان نمونه می‌توان به روش گام به عقب^۹ [۱۴]، فیدبک خطی و فیدبک سرعت^{۱۰} [۱۵]، کنترل H_{∞} [۱۶]، کنترل تطبیقی [۱۷] و کنترل مد لغزشی [۲۰-۱۸]، [۳۱-۲۷] اشاره کرد. اغلب مقالاتی که در مورد کنترل و حذف پدیده فوق آشوب ارائه شده است [۱۸-۱۴]، [۲۰]، به دو مسئله مهم توجه نکرده‌اند. مسئله اول عدم قطعیت، اغتشاش و نامعلوم بودن پارامترهای سیستم است که در کاربردهای عملی و فیزیکی (جهان واقعی) به طور ناخواسته با آن روبرو هستیم. بنابراین لازم است که در حین فرآیند طراحی کنترل‌کننده‌ها به این مسئله توجه شده و کنترل‌کننده‌ها با در نظر

^۷Autonomous^۸Colpitts Oscillators^۹Backstepping Method^{۱۰}Linear and Speed Feedback Control^۱ Strange Attractor^۲ Stable Periodic Orbit^۳ Hyperchaos^۴ Spatiotemporal^۵ Hyperchaotic System^۶ Rössler

گرفتن موارد ذکر شده طراحی شوند. مسئله دوم بدین گونه می باشد که اغلب فرض شده است ورودی های کنترلی به صورت خطی قابل اعمال به سیستم هستند [۱۸-۱۴]، [۲۰]. اما در تحقق عملی و جهان واقعی با غیرخطی بودن ورودی های کنترلی روبرو هستیم که ناشی از محدودیت های عملگرها می باشد. این غیرخطی شدن به این مفهوم است که ممکن است نتوانیم سیگنال های کنترلی را به صورت خطی و مستقیم به سیستم اعمال کنیم و در واقع توابع غیرخطی از سیگنال های کنترل طراحی شده به سیستم اعمال شوند. به عنوان نمونه ای از غیرخطی شدن ورودی های کنترلی، می توان به وجود محدودیت هایی همچون اشباع، ناحیه مرده^۱ و backlash اشاره کرد. از آنجایی که سیستم های فوق آشوب دارای حساسیت زیادی به هر نوع تغییرات در پارامترهای سیستم هستند، وجود عوامل غیرخطی ساز در مسیر ورودی های کنترلی باعث می شود که کارایی کنترل کننده های طراحی شده برای این سیستم ها، تا حد زیادی کاهش پیدا کند و حتی در مواردی این کنترل کننده ها کارایی خود را به طور کامل از دست بدهند و این مسئله منجر به ناپایداری سیستم فوق آشوب حلقه بسته همراه با کنترل کننده شود. باید توجه داشت که تعداد محدودی از مقالات مرتبط با کنترل آشوب نیز مسئله ورودی های کنترلی غیرخطی، عدم قطعیت و اغتشاش را مورد بررسی و توجه قرار داده اند که به عنوان نمونه می توان به [۱۹]، [۳۰-۲۷] اشاره کرد. مقاله [۱۹]، کنترل کننده مد لغزشی را برای سیستم آشوبناک یکپارچه با وجود ورودی های کنترلی غیرخطی و عدم قطعیت مورد بررسی قرار داده است. اما [۱۹]، به اغتشاش های خارجی توجه نداشته و همچنین فرض کرده است که تمام پارامترهای سیستم و کران عدم قطعیت معلوم و ثابت هستند. مقاله [۲۷]، برای سنکرون سازی دو سیستم فوق آشوب با وجود ورودی های کنترلی غیرخطی از روش کنترل مد لغزشی استفاده کرده است. در [۲۷]، عدم قطعیت و اغتشاش خارجی برای دو سیستم فوق آشوب مورد مطالعه، منظور نشده و تمام پارامترهای سیستم های آشوبناک معلوم و مشخص هستند. مقاله [۲۸]، روش کنترل مد لغزشی را برای کنترل دسته ای خاصی از سیستم های آشوب مورد استفاده قرار داده که سیستم مورد مطالعه، تحت عدم قطعیت و غیرخطی بودن ورودی های کنترلی است. همانند مقالات [۱۹]، [۲۷]، مقاله [۲۸] نیز پارامترهای سیستم آشوبناک و کران بالای عدم قطعیت را معلوم و ثابت فرض کرده است. مقاله [۲۹]، روش کنترل مد لغزشی را برای پایدار سازی سیستم فوق آشوب راسلر به کار برده و

فرض کرده است که سیستم راسلر تحت اغتشاش کراندار با کران معلوم و غیرخطی بودن ورودی هاست و تمام پارامترهای سیستم فوق آشوب راسلر معلوم بوده و هیچ گونه عدم قطعیتی در معادلات دینامیکی سیستم وجود ندارد. مقاله [۳۰]، با استفاده از روش کنترل مد لغزشی، مسئله سنکرون سازی دو سیستم فوق آشوب غیریکسان راسلر و چن را با وجود ورودی های کنترلی غیرخطی مورد بررسی قرار داده است، اما باید توجه داشت که مسایلی همچون عدم قطعیت، اغتشاش و پارامترهای نامعلوم را لحاظ نکرده است. ما در این مقاله، مسئله کنترل سیستم فوق آشوب لورنز را با وجود ورودی های کنترلی غیرخطی، اغتشاش کراندار، عدم قطعیت کراندار و نامعلوم بودن پارامترهای سیستم مورد توجه قرار می دهیم و فرض می کنیم کران های عدم قطعیت و اغتشاش نامعلوم هستند. برای طراحی کنترل کننده جهت پایدار سازی سیستم فوق آشوب لورنز از روش کنترل مد لغزشی - تطبیقی استفاده می شود. روش کنترل لغزشی - تطبیقی ارائه شده در این مقاله، از ترکیب سطوح لغزشی - تطبیقی همراه با قوانین تطبیق تشکیل شده است که قوانین تطبیق برای تخمین پارامترهای نامعلوم طراحی می شوند. همچنین با تغییر اندکی در سیگنال های کنترلی لغزشی - تطبیقی، سوئیچینگ های فرکانس بالای سیگنال های کنترلی تا حد زیادی کاهش می یابند. ساختار کلی این مقاله بدین صورت است که معادلات سیستم فوق آشوب لورنز، توصیف عدم قطعیت، اغتشاش و ورودی های کنترلی غیرخطی در بخش های دوم و سوم آورده شده اند. بخش چهارم به طراحی کنترل کننده های لغزشی - تطبیقی و اثبات پایداری سیستم فوق آشوب حلقه بسته اختصاص یافته است. نتایج شبیه سازی کامپیوتری و نتیجه گیری کلی از مقاله به ترتیب در بخش های پنجم و ششم ارائه گردیده است.

۲- معرفی معادلات دینامیکی سیستم فوق آشوب لورنز

در سال ۲۰۰۷، جیا^۲، سیستم فوق آشوبی را با ۴ متغیر حالت بر اساس سیستم آشوبناک لورنز ارائه داد [۶]. این سیستم با اضافه کردن معادله دیفرانسیل چهارم به سیستم آشوبناک لورنز ساخته شده است که رابطه (۱)، معادلات توصیف کننده این سیستم را نشان می دهد.

² Jia¹ Dead-Zone

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -10(x_1 - x_2) + x_4 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 x_3 + \beta x_1 - x_2 + \Delta f_1 + d_1(t) + \phi_1(u_1) \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - \frac{8}{3} x_3 \\ \dot{x}_4 &= -x_1 x_3 + \eta x_4 + \Delta f_2 + d_2(t) + \phi_2(u_2)\end{aligned}\quad (2)$$

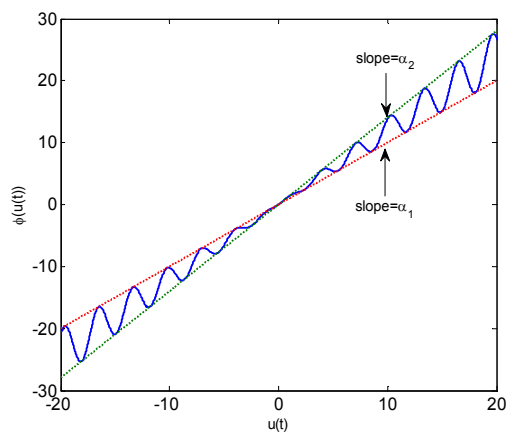
در رابطه (۲)، $d_i(t)$ ، $\Delta f_i(x_1, x_2, x_3, x_4)$ ، $i=1,2$ ، به ترتیب بیانگر عدم قطعیت، اغتشاش و ورودی‌های کنترلی غیرخطی می‌باشند. همچنین فرض می‌کنیم که دو پارامتر سیستم یعنی β, η نامعلوم‌اند. عدم قطعیت و اغتشاش در محدودیت‌های رابطه (۳) و توابع غیرخطی از ورودی‌های کنترلی در محدودیت‌های رابطه (۴) صدق می‌کنند.

$$\begin{aligned}|\Delta f_i(x_1, \dots, x_4)| &\leq \delta_i, \quad i=1,2 \\ |d_i(t)| &\leq \zeta_i, \quad i=1,2\end{aligned}\quad (3)$$

در رابطه (۳)، ثابت‌های حقیقی مثبت $\delta_1, \delta_2, \zeta_1, \zeta_2$ ، به ترتیب نشان دهنده‌ی کران‌های بالای عدم قطعیت و اغتشاش هستند که فرض می‌شود این پارامترها نامعلوم باشند. $\phi_i(u_i(t))$ ، توابع غیرخطی از ورودی‌های کنترلی هستند که شرایط رابطه (۴) را برآورده می‌کنند [۲۹]، [۳۰]، [۳۱].

$$\begin{aligned}\phi_i(0) &= 0, \quad i=1,2 \\ \alpha_1 u_1^2(t) &\leq \phi_1(u_1(t)) \cdot u_1(t) \leq \alpha_2 u_1^2(t), \quad \alpha_1, \alpha_2 > 0 \\ \gamma_1 u_2^2(t) &\leq \phi_2(u_2(t)) \cdot u_2(t) \leq \gamma_2 u_2^2(t), \quad \gamma_1, \gamma_2 > 0\end{aligned}\quad (4)$$

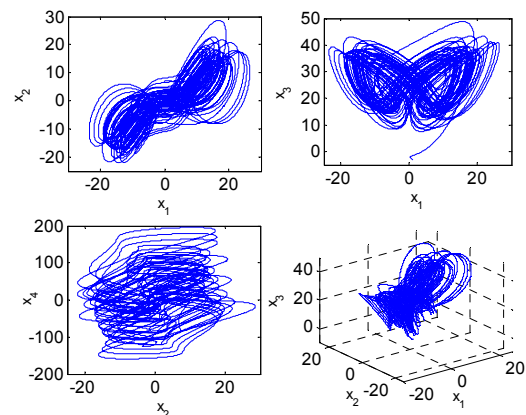
شکل (۲)، نمایش تصویری از شرط دوم رابطه (۴) را ارائه می‌دهد.



شکل ۲: شماییک فرضی از شرط دوم رابطه (۴) [۲۹]، [۳۰]، [۳۱].

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 10(x_2 - x_1) + x_4 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 x_3 + \beta x_1 - x_2 \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - \frac{8}{3} x_3 \\ \dot{x}_4 &= -x_1 x_3 + \eta x_4\end{aligned}\quad (1)$$

در رابطه (۱)، $x_i, i=1,2,3,4$ ، بیانگر متغیرهای حالت و β, η پارامترهای ثابت سیستم می‌باشند. چنانچه پارامترهای ثابت به صورت $\beta=28, \eta=1.3$ ، انتخاب شوند، سیستم (۱) رفتاری فوق آشوبی با دو نمای لیاپانوف مثبت $L_1=0.398, L_2=0.248$ از خود نشان می‌دهد. در این مقاله، سیستم (۱)، به عنوان محک ارزیابی برای پیاده‌سازی روش ارائه شده، مورد استفاده قرار می‌گیرد. شکل (۱)، تعدادی از تصاویر جاذب فوق آشوبی این سیستم را در صفحه‌های دو بعدی $x_1-x_2, x_1-x_3, x_2-x_4$ و فضای سه بعدی $x_1-x_2-x_3$ نشان می‌دهد.



شکل ۱: تصاویر جاذب فوق آشوبی سیستم رابطه (۱) در فضاهای دو بعدی و سه بعدی در ادامه، فرض می‌کنیم که سیستم فوق آشوب رابطه (۱)، تحت چهار عامل ناخواسته ۱- عدم قطعیت کراندار با کران نامعلوم ۲- اغتشاش کراندار با کران نامعلوم ۳- ورودی‌های کنترلی غیرخطی و ۴- نامعلوم بودن دو پارامتر ثابت β, η ، قرار دارد. کنترل کننده‌های لغزشی- تطبیقی را به گونه‌ای طراحی می‌کنیم که سیستم فوق آشوب لورنز با وجود این عوامل ناخواسته، پایدار شده و به سمت نقطه تعادل خود همگرا شود.

۳- توصیف سیستم فوق آشوب لورنز همراه با ورودی‌های کنترلی غیرخطی، اغتشاش، عدم قطعیت و پارامترهای نامعلوم

رابطه (۲)، سیستم فوق آشوب لورنز را همراه با در نظر گرفتن ورودی‌های کنترلی غیرخطی، اغتشاش، عدم قطعیت و پارامترهای نامعلوم β, η نشان می‌دهد.

۴- طراحی کنترل کننده های مد لغزشی با

تعریف دو سطح لغزشی-تطبیقی

کنترل مد لغزشی یکی از روش های کنترل مقاوم برای سیستم های دارای عدم قطعیت می باشد که دارای ویژگی های ذاتی مانند تحقق ساده و آسان، پاسخ سریع، عدم حساسیت به تغییر در پارامترهای سیستم و اغتشاش های خارجی است [۱۸]. با توجه به این نکته، برای کنترل سیستم فوق آشوب رابطه (۲)، روش کنترل مد لغزشی با تعریف دو سطح لغزشی- تطبیقی، انتخاب شده است. طراحی کنترل کننده لغزشی از دو مرحله تشکیل شده است که در مرحله اول، سطوح لغزشی- تطبیقی تعریف می گردد و پایداری دینامیک مد لغزشی سیستم رابطه (۲) (پایداری سیستم، هنگامی که حالت های سیستم بر روی سطوح لغزشی- تطبیقی قرار گرفته اند) با استفاده از قضیه پایداری لیاپانوف به اثبات می رسد. در مرحله دوم، بردار سیگنال های کنترلی طراحی می گردد که از دو سیگنال کنترل متناسب با هر کدام از سطح های لغزشی- تطبیقی تشکیل شده است. شرط رسیدن به سطوح لغزشی-تطبیقی به صورت تحلیلی و با استفاده از قضیه (۲) اثبات می شود.

۴-۱- تعریف سطوح لغزشی-تطبیقی و اثبات

پایداری دینامیک مد لغزشی سیستم فوق آشوب لورنز

بردار سطوح لغزشی- تطبیقی را به صورت $S(t) = [s_1(t) \ s_2(t)]^T$ ، در نظر می گیریم که دو سطح لغزشی- تطبیقی $s_1(t), s_2(t)$ به صورت رابطه (۵) تعریف می شوند.

$$\begin{aligned} s_1(t) &= x_2(t) + n_1(t) \\ s_2(t) &= x_4(t) + n_2(t) \end{aligned} \quad (5)$$

در رابطه (۵)، $n_1(t), n_2(t)$ دو تابع پیوسته از متغیرهای حالت سیستم فوق آشوب لورنز می باشند که رابطه (۶) نحوه ی ارتباط این دو تابع را با متغیرهای حالت سیستم فوق آشوب نشان می دهد.

$$\begin{aligned} \dot{n}_1(t) &= 10x_1 + x_1x_3 + \mu_1x_2 \\ \dot{n}_2(t) &= x_1 + \mu_2x_4 \end{aligned} \quad (6)$$

در رابطه (۶)، μ_1, μ_2 دو ثابت حقیقی مثبت هستند که در اختیار طراح قرار دارند. چنانچه متغیرهای حالت سیستم بر روی سطوح لغزشی- تطبیقی قرار گیرند، دو شرط $S(t) = 0, \dot{S}(t) = 0$ برقرار خواهد شد که از برقراری این دو شرط، رابطه (۷) نتیجه می شود.

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) = 0 &\Rightarrow \begin{cases} \dot{s}_1(t) = 0 \\ \dot{s}_2(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_2(t) + \dot{n}_1(t) = 0 \\ \dot{x}_4(t) + \dot{n}_2(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_2(t) = -10x_1 - x_1x_3 - \mu_1x_2 \\ \dot{x}_4(t) = -x_1 - \mu_2x_4 \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

با جایگذاری رابطه (۷) در رابطه (۱)، دینامیک مد لغزشی سیستم فوق آشوب لورنز به صورت رابطه (۸)، نتیجه می شود.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 10(x_2 - x_1) + x_4 \\ \dot{x}_2 &= -10x_1 - x_1x_3 - \mu_1x_2 \\ \dot{x}_3 &= x_1x_2 - \frac{8}{3}x_3 \\ \dot{x}_4 &= -x_1 - \mu_2x_4 \end{aligned} \quad (8)$$

برای اثبات پایداری دینامیک مد لغزشی رابطه (۸)، قضیه (۱) و اثبات آن در زیر ارائه می گردد.

قضیه (۱): دینامیک مد لغزشی سیستم فوق آشوب رابطه (۸)، با توجه به سطوح لغزشی- تطبیقی تعریف شده در رابطه های (۵) و (۶)، پایدار می باشد. این بدان معنی است که چنانچه متغیرهای حالت سیستم بر روی سطوح لغزشی-تطبیقی قرار گیرند، سیستم فوق آشوب پایدار خواهد بود.

اثبات قضیه (۱): تابع لیاپانوف را به صورت $V(t) = \sum_{i=1}^4 x_i^2(t)$ در نظر می گیریم که یک تابع مثبت معین می باشد. با توجه به قضیه پایداری لیاپانوف، برای اثبات پایداری دینامیک مد لغزشی رابطه (۸)، باید نشان دهیم که مشتق زمانی تابع لیاپانوف، مقداری منفی است که رابطه (۹) این موضوع را نشان می دهد.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^4 x_i \dot{x}_i = x_1[10(x_2 - x_1) + x_4] + \\ &+ x_2[-10x_1 - x_1x_3 - \mu_1x_2] + \\ &+ x_3[x_1x_2 - \frac{8}{3}x_3] + x_4[-x_1 - \mu_2x_4] \\ \Rightarrow \dot{V} &= -10x_1^2 - \mu_1x_2^2 - \frac{8}{3}x_3^2 - \mu_2x_4^2 \end{aligned} \quad (9)$$

از آنجایی که دو پارامتر μ_1, μ_2 در اختیار طراح بوده و بزرگتر از صفر انتخاب می شوند، همواره $\dot{V}(t)$ مقدار منفی است. در ادامه پارامتر ω را به صورت $\omega = \min(\frac{8}{3}, \mu_1, \mu_2)$ تعریف می کنیم. بنابراین با توجه به رابطه (۹) و تعریف پارامتر ω ، نامساوی رابطه (۱۰) نتیجه می شود.

$\hat{\eta}, \hat{\beta}, \hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2, \hat{\zeta}_1, \hat{\zeta}_2$ با استفاده از قانونهای تطبیق برای پارامترهای نامعلوم $\beta, \eta, \delta_1, \delta_2, \zeta_1, \zeta_2$ تعیین می‌شوند که این قانونهای تطبیق در رابطه (۱۶) آورده شده است.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\beta}} &= |s_1| |x_1|, \quad \hat{\beta}(0) = \hat{\beta}_0 \\ \dot{\hat{\delta}}_1 &= |s_1|, \quad \hat{\delta}_1(0) = \hat{\delta}_{10} \\ \dot{\hat{\zeta}}_1 &= |s_1|, \quad \hat{\zeta}_1(0) = \hat{\zeta}_{10} \\ \dot{\hat{\delta}}_2 &= |s_2|, \quad \hat{\delta}_2(0) = \hat{\delta}_{20} \\ \dot{\hat{\zeta}}_2 &= |s_2|, \quad \hat{\zeta}_2(0) = \hat{\zeta}_{20} \\ \dot{\hat{\eta}} &= |x_4| |s_2|, \quad \hat{\eta}(0) = \hat{\eta}_0\end{aligned}\quad (16)$$

در رابطه (۱۶)، $\hat{\beta}_0, \hat{\delta}_{10}, \hat{\delta}_{20}, \hat{\zeta}_{10}, \hat{\zeta}_{20}, \hat{\eta}_0$ به ترتیب مقادیر اولیه مثبت، برای $\hat{\beta}, \hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2, \hat{\zeta}_1, \hat{\zeta}_2, \hat{\eta}$ می‌باشند.

در ادامه نشان می‌دهیم که سیگنال‌های کنترلی ارائه شده در رابطه-های (۱۴) تا (۱۶)، توانایی رساندن متغیرهای حالت سیستم به سطوح لغزشی- تطبیقی $s_1(t), s_2(t)$ را دارند و با وجود این دو سیگنال کنترلی، شرط رسیدن^۲ برآورده می‌شود. برای این منظور قضیه (۲) و اثبات آن در زیر آورده شده است.

قضیه (۲): سیستم فوق آشوب لورنز رابطه (۲) را با اغتشاش، عدم قطعیت، ورودی‌های کنترلی غیرخطی و پارامترهای نامعلوم β, η نظر بگیرید. با تعریف سطوح لغزشی- تطبیقی به صورت رابطه (۵) و سیگنال‌های کنترلی به صورت رابطه‌های (۱۴) تا (۱۶)، سیستم فوق آشوب لورنز به سطوح لغزشی- تطبیقی همگرا خواهد شد.

اثبات قضیه (۲): برای اثبات از قضیه پایداری لیاپانوف استفاده می‌کنیم. بدین منظور متغیرهای θ_1 تا θ_6 را به صورت رابطه (۱۷) تعریف می‌کنیم.

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \hat{\beta} - |\beta| \Rightarrow \dot{\theta}_1 = \dot{\hat{\beta}} \\ \theta_2 &= \hat{\delta}_1 - \delta_1 \Rightarrow \dot{\theta}_2 = \dot{\hat{\delta}}_1 \\ \theta_3 &= \hat{\zeta}_1 - \zeta_1 \Rightarrow \dot{\theta}_3 = \dot{\hat{\zeta}}_1 \\ \theta_4 &= \hat{\delta}_2 - \delta_2 \Rightarrow \dot{\theta}_4 = \dot{\hat{\delta}}_2 \\ \theta_5 &= \hat{\zeta}_2 - \zeta_2 \Rightarrow \dot{\theta}_5 = \dot{\hat{\zeta}}_2 \\ \theta_6 &= \hat{\eta} - |\eta| \Rightarrow \dot{\theta}_6 = \dot{\hat{\eta}}\end{aligned}\quad (17)$$

در رابطه (۱۷)، $\delta_1, \delta_2, \zeta_1, \zeta_2, \eta, \beta$ پارامترهای ثابت و نامعلوم می‌باشند. تابع لیاپانوف را به صورت رابطه (۱۸)، در نظر می‌گیریم که یک تابع مثبت معین است.

$$\dot{V} = -10x_1^2 - \mu_1 x_2^2 - \frac{8}{3}x_3^2 - \mu_2 x_4^2 \quad (10)$$

$$\Rightarrow \dot{V} \leq -\omega \|x\|_2^2$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (۱۰)، رابطه (۱۱) بدست می‌آید.

$$V(t) \leq V(0) - \omega \int_0^t \|x\|_2^2 d\tau \Rightarrow \quad (11)$$

$$\Rightarrow V(0) \geq V(t) + \omega \int_0^t \|x\|_2^2 d\tau \geq \omega \int_0^t \|x\|_2^2 d\tau$$

در ادامه با میل دادن متغیر t به سمت بی‌نهایت ($t \rightarrow \infty$)، نامساوی رابطه (۱۱) به نامساوی رابطه (۱۲) تبدیل می‌شود.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \omega \int_0^t \|x\|_2^2 d\tau \right\} \leq V(0) < \infty \quad (12)$$

بنابراین با توجه به لم باربالت^۱، می‌توان رابطه (۱۳) را نتیجه گرفت.

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} \{ \omega \|x(t)\|_2^2 \} &= \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \omega \{ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \} \rightarrow 0\end{aligned}\quad (13)$$

با توجه به رابطه (۱۳)، زمانی که t به سمت بی‌نهایت ($t \rightarrow \infty$) میل می‌کند، متغیرهای حالت سیستم فوق آشوب به سمت صفر میل خواهند کرد ($x_i(t) \rightarrow 0, i = 1, 2, 3, 4$). □

۴-۲- طراحی بردار سیگنال‌های کنترلی لغزشی-

تطبیقی و اثبات شرط رسیدن

بردار سیگنال‌های کنترلی لغزشی- تطبیقی به صورت $u(t) = [u_1(t) \ u_2(t)]^T$ در نظر گرفته شده است که رابطه (۱۴)، دو سیگنال کنترلی $u_1(t), u_2(t)$ را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned}u_1(t) &= -\lambda_1 \Omega_1 \text{sign}(s_1), \quad \lambda_1 > \frac{1}{\alpha_1} \\ u_2(t) &= -\lambda_2 \Omega_2 \text{sign}(s_2), \quad \lambda_2 > \frac{1}{\gamma_1}\end{aligned}\quad (14)$$

در رابطه (۱۴)، λ_1, λ_2 دو ثابت حقیقی مثبت در اختیار طراح می‌باشند و به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که دو شرط $\lambda_1 > 1/\alpha_1$ و $\lambda_2 > 1/\gamma_1$ برآورده شود. α_1, γ_1 ، دو ثابت حقیقی و مثبت ارایه شده در رابطه (۴) بوده و Ω_1, Ω_2 ، توابع مثبت از متغیرهای حالت سیستم فوق آشوب هستند که در رابطه (۱۵) نشان داده شده‌اند.

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= (\hat{\beta} + 10)|x_1| + |\mu_1 - 1||x_2| + \hat{\delta}_1 + \hat{\zeta}_1 \\ \Omega_2 &= |x_1| + |x_1 x_3| + (\mu_2 + \hat{\eta})|x_4| + \hat{\delta}_2 + \hat{\zeta}_2\end{aligned}\quad (15)$$

²Reaching Condition

¹Barbalat's Lemma

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 s_1^2 \operatorname{sign}^2(s_1) &\leq -s_1^2 \operatorname{sign}(s_1) \phi(u_1) \\ s_1 \operatorname{sign}(s_1) &= |s_1| \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 |s_1|^2 \leq -s_1 |s_1| \phi(u_1) \quad (22)$$

$$\Rightarrow s_1 \phi(u_1) \leq -\alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 |s_1|$$

رابطه (۲۲) نشان می‌دهد که نامساوی $s_1 \phi(u_1) \leq -\alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 |s_1|$

برقرار است. به طور مشابه می‌توان نشان داد که نامساوی

$$s_2 \phi_2(u_2) \leq -\gamma_1 \lambda_2 \Omega_2 |s_2|$$

$$\text{نامساوی } s_1 \phi(u_1) \leq -\alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 |s_1| \text{ و } s_2 \phi_2(u_2) \leq -\gamma_1 \lambda_2 \Omega_2 |s_2|$$

همچنین رابطه (۲۰)، رابطه (۲۳) نتیجه می‌شود.

$$\dot{V} \leq |s_1| \Omega_1 (1 - \alpha_1 \lambda_1) + |s_2| \Omega_2 (1 - \gamma_1 \lambda_2) \quad (23)$$

با توجه به دو شرط $\lambda_1 > 1/\alpha_1$ و $\lambda_2 > 1/\gamma_1$ ، نامساوی رابطه (۲۴) حاصل می‌شود.

$$\dot{V} \leq -\{|s_1| \Omega_1 (\alpha_1 \lambda_1 - 1) + |s_2| \Omega_2 (\gamma_1 \lambda_2 - 1)\} \quad (24)$$

با تعریف تابع $g(t)$ به صورت

$$g(t) = |s_1| \Omega_1 (\alpha_1 \lambda_1 - 1) + |s_2| \Omega_2 (\gamma_1 \lambda_2 - 1)$$

نامساوی رابطه (۲۴)، به رابطه (۲۵) خواهیم رسید.

$$V(t) \leq V(0) - \int_0^t |g(\tau)| d\tau \Rightarrow \quad (25)$$

$$\Rightarrow V(0) \geq V(t) + \int_0^t |g(\tau)| d\tau \geq \int_0^t |g(\tau)| d\tau$$

برای طرفین نامساوی رابطه (۲۵)، t را به سمت بی نهایت ($t \rightarrow \infty$) میل داده، نامساوی رابطه (۲۶) نتیجه می‌گردد.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t |g(\tau)| d\tau \leq V(0) < \infty \quad (26)$$

با توجه به لم باربالت، رابطه (۲۷) بدست می‌آید.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |g(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} \{|s_1| \Omega_1 (\alpha_1 \lambda_1 - 1) + |s_2| \Omega_2 (\gamma_1 \lambda_2 - 1)\} \rightarrow 0 \quad (27)$$

از آنجایی که برای همه زمان‌های $t > 0$ ،

$$\Omega_2 > 0, \Omega_1 > 0, (\alpha_1 \lambda_1 - 1) > 0 \text{ و } (\gamma_1 \lambda_2 - 1) > 0$$

هستند، با توجه به رابطه (۲۷) می‌توان نتیجه گرفت برای زمانی که t به

سمت بی نهایت ($t \rightarrow \infty$) میل می‌کند، $s_1(t), s_2(t)$ به سمت صفر

$$\square \quad (s_1(t), s_2(t) \rightarrow 0)$$

به علت وجود تابع علامت و در نتیجه ناپوستگی سیگنال‌های

کنترلی رابطه (۱۴)، زمانی که متغیرهای حالت سیستم به سطوح لغزشی -

تطبیقی برسند، سیگنال کنترلی اول $u_1(t)$ بین مقادیر $\hat{\delta}_1$ و $\hat{\zeta}_1$ و

$-\hat{\lambda}_1(\hat{\delta}_1 + \hat{\zeta}_1)$ و سیگنال کنترلی دوم $u_2(t)$ بین مقادیر

$$V(t) = \frac{1}{2} (S^T S + \sum_{i=1}^6 \theta_i^2) \quad (18)$$

برای اثبات شرط رسیدن به سطوح لغزشی - تطبیقی، کافی است

نشان دهیم که مشتق تابع لیاپانوف مقداری منفی است که رابطه‌های

(۱۹) تا (۲۷) این موضوع را به اثبات می‌رسانند.

(۱۹)

$$\dot{V}(t) = s_1 \dot{s}_1 + s_2 \dot{s}_2 + \sum_{i=1}^6 \theta_i \dot{\theta}_i \Rightarrow$$

$$\dot{V}(t) = s_1 (\dot{x}_2 + \dot{n}_1) + s_2 (\dot{x}_4 + \dot{n}_2) + \sum_{i=1}^6 \theta_i \dot{\theta}_i$$

$$\begin{aligned} \dot{V} = & s_1 [-x_1 x_3 + \beta x_1 - x_2 + \Delta f_1 + d_1(t) + \\ & + \phi(u_1(t)) + 10x_1 + x_1 x_3 + \mu_1 x_2] + \\ & + s_2 [-x_1 x_3 + \eta x_4 + \Delta f_2 + d_2(t) + \\ & + \phi_2(u_2(t)) + x_1 + \mu_2 x_4] + \sum_{i=1}^6 \theta_i \dot{\theta}_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & s_1 [(\beta + 10)x_1 + (\mu_1 - 1)x_2 + \\ & + \Delta f_1 + d_1(t) + \phi(u_1(t))] + \\ & + s_2 [x_1 - x_1 x_3 + (\eta + \mu_2)x_4 + \\ & + \Delta f_2 + d_2(t) + \phi_2(u_2(t))] + \sum_{i=1}^6 \theta_i \dot{\theta}_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \{ |s_1| |\beta + 10| |x_1| + |s_1| |\mu_1 - 1| |x_2| + |s_1| \delta_1 + \\ & + |s_1| \zeta_1 + s_1 \phi(u_1(t)) + |s_2| |x_1| + |s_2| |x_1 x_3| + \\ & + |s_2| |\eta + \mu_2| |x_4| + |s_2| \delta_2 + |s_2| \zeta_2 + s_2 \phi_2(u_2(t)) \\ & + \sum_{i=1}^6 \theta_i \dot{\theta}_i + \Omega_1 |s_1| - \Omega_1 |s_1| + \Omega_2 |s_2| - \Omega_2 |s_2| \} \\ \Rightarrow \dot{V}(t) \leq & \{ |s_1| |x_1| (|\beta| - \hat{\beta}) + |s_1| (\delta_1 - \hat{\delta}_1) + |s_1| (\zeta_1 - \hat{\zeta}_1) + \\ & + |s_2| |x_4| (|\eta| - \hat{\eta}) + |s_2| (\delta_2 - \hat{\delta}_2) + |s_2| (\zeta_2 - \hat{\zeta}_2) + \\ & + \sum_{i=1}^6 \theta_i \dot{\theta}_i + \Omega_1 |s_1| + s_1 \phi(u_1(t)) \\ & + \Omega_2 |s_2| + s_2 \phi_2(u_2(t)) \} \end{aligned}$$

با جایگذاری رابطه (۱۷) در رابطه (۱۹)، رابطه (۲۰) حاصل

می‌شود.

$$\dot{V}(t) \leq \{ \Omega_1 |s_1| + s_1 \phi(u_1(t)) + \Omega_2 |s_2| + s_2 \phi_2(u_2(t)) \} \quad (20)$$

در ادامه با استفاده از رابطه‌های (۲۱) و (۲۲) نشان می‌دهیم که دو

نامساوی $s_1 \phi_1 \leq -\alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 |s_1|$ و $s_2 \phi_2 \leq -\gamma_1 \lambda_2 \Omega_2 |s_2|$ برقرار است.

$$\begin{cases} \alpha_1 u_1^2(t) \leq \phi_1(u_1) \cdot u_1(t) \leq \alpha_2 u_1^2(t) \\ u_1 = -\lambda_1 \Omega_1 \operatorname{sign}(s_1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\alpha_1 \lambda_1^2 \Omega_1^2 \operatorname{sign}^2(s_1) \leq -\lambda_1 \Omega_1 \operatorname{sign}(s_1) \cdot \phi_1(u_1) \quad (21)$$

$$\Rightarrow \alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 \operatorname{sign}^2(s_1) \leq -\operatorname{sign}(s_1) \cdot \phi_1(u_1)$$

با ضرب طرفین رابطه (۲۱) در $s_1^2(t)$ به رابطه (۲۲) خواهیم

رسید.

$$\begin{cases} \alpha_1 u_1^2(t) \leq \phi_1(u_1) u_1(t) \leq \alpha_2 u_1^2(t) \\ u_1(t) = -\lambda_1 \Omega_1^2 \frac{s_1}{\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1(t)} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\alpha_1 \lambda_1^2 \Omega_1^4 \frac{s_1^2}{(\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1)^2} \leq -\lambda_1 \Omega_1^2 \frac{s_1}{\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1} \phi_1(u_1) \quad (30)$$

$$s_1 \phi_1(u_1) \leq -\alpha_1 \lambda_1 \Omega_1^2 \frac{s_1^2}{\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1(t)}$$

به طور مشابه با رابطه (۳۰) می توان نشان داد که نامساوی $s_2 \phi_2(u_2) \leq -\gamma_1 \lambda_2 \Omega_2^2 \frac{s_2^2}{\Omega_2 |s_2| + \varepsilon_2}$ نیز برقرار است. با جایگذاری دو نامساوی ذکر شده در رابطه (۲۹)، رابطه (۳۱) نتیجه می شود.

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \left\{ \Omega_1 |s_1| + \Omega_2 |s_2| - \alpha_1 \lambda_1 \Omega_1^2 \frac{s_1^2}{\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1(t)} \right. \\ &\quad \left. - \gamma_1 \lambda_1 \Omega_2^2 \frac{s_2^2}{\Omega_2 |s_2| + \varepsilon_2(t)} \right\} \quad (31) \\ \dot{V}(t) &\leq \left\{ \frac{\Omega_1^2 |s_1|^2 (1 - \alpha_1 \lambda_1)}{\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1(t)} + \frac{\Omega_2^2 |s_2|^2 (1 - \gamma_1 \lambda_2)}{\Omega_2 |s_2| + \varepsilon_2(t)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Omega_1 |s_1| \varepsilon_1(t)}{\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1(t)} + \frac{\Omega_2 |s_2| \varepsilon_2(t)}{\Omega_2 |s_2| + \varepsilon_2(t)} \right\} \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن نامساوی $\frac{ab}{a+b} \leq a, \text{ for } a, b \geq 0, 0 \leq \frac{ab}{a+b}$ می - توان دو نامساوی رابطه (۳۲) را نتیجه گرفت.

$$\begin{cases} \frac{\Omega_1 |s_1| \varepsilon_1(t)}{\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1(t)} \leq \varepsilon_1(t) \\ \frac{\Omega_2 |s_2| \varepsilon_2(t)}{\Omega_2 |s_2| + \varepsilon_2(t)} \leq \varepsilon_2(t) \end{cases} \quad (32)$$

در ادامه با توجه به رابطه های (۳۱) و (۳۲)، رابطه (۳۳) حاصل می - شود.

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \left\{ -\frac{\Omega_1^2 |s_1|^2 (\alpha_1 \lambda_1 - 1)}{\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1(t)} + \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Omega_2^2 |s_2|^2 (\gamma_1 \lambda_2 - 1)}{\Omega_2 |s_2| + \varepsilon_2(t)} + \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t) \right\} \quad (33) \end{aligned}$$

با انتخاب $h(t) = \frac{\Omega_1^2 |s_1|^2 (\alpha_1 \lambda_1 - 1)}{\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1(t)} + \frac{\Omega_2^2 |s_2|^2 (\gamma_1 \lambda_2 - 1)}{\Omega_2 |s_2| + \varepsilon_2(t)}$ و انتگرال گیری از نامساوی رابطه (۳۳)، به رابطه (۳۴) خواهیم رسید.

$(\hat{\delta}_2 + \hat{\zeta}_2)$ و $(\hat{\delta}_2 + \hat{\zeta}_2) - \lambda_2$ با فرکانس خیلی بالا سوئیچ خواهند کرد. این سوئیچینگ فرکانس بالا باعث به وجود آمدن پدیده وزوز^۱ می شود که در عمل باعث آسیب دیدن و کاهش عمر مفید عملگرها خواهد شد. برای غلبه بر این مشکل می توان تابع علامت را با تابعی پیوسته و مشابه با تابع علامت جایگزین کرد. رابطه (۲۸)، سیگنال های کنترلی رابطه (۱۴) را با این توابع پیوسته جدید نشان می دهد.

$$\begin{aligned} u_1(t) &= -\lambda_1 \Omega_1^2 \frac{s_1}{\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1(t)}, \quad \lambda_1 > \frac{1}{\alpha_1} \\ u_2(t) &= -\lambda_2 \Omega_2^2 \frac{s_2}{\Omega_2 |s_2| + \varepsilon_2(t)}, \quad \lambda_2 > \frac{1}{\gamma_1} \end{aligned} \quad (28)$$

در رابطه (۲۸)، $\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t)$ دو تابع همواره مثبت با شرط $\int_0^\infty \varepsilon_i(t) dt < \infty, i = 1, 2$ می باشند که انتخاب این دو تابع در اختیار طراح می باشد. قضیه (۳)، نشان می دهد که سیگنال های کنترلی لغزشی - تطبیقی ارائه شده در رابطه (۲۸)، توانایی رساندن متغیرهای حالت سیستم به سطوح لغزشی - تطبیقی $s_1(t), s_2(t)$ را دارند.

قضیه (۳): سیستم فوق آشوب لورنز رابطه (۲) را با اغتشاش، عدم قطعیت، ورودی های کنترلی غیرخطی و پارامترهای نامعلوم β, η در نظر بگیرید. با تعریف سطوح لغزشی - تطبیقی به صورت رابطه (۵) و سیگنال کنترلی به صورت رابطه (۲۸)، متغیرهای حالت سیستم فوق آشوب لورنز به سطوح لغزشی - تطبیقی همگرا خواهند شد.

اثبات قضیه (۳): اثبات این قضیه، مشابه با قضیه (۲) می باشد. بنابراین با در نظر گرفتن تابع لیاپانوف مطرح شده در اثبات قضیه (۲)، نامساوی رابطه (۲۹) نتیجه می گردد.

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \left\{ \Omega_1 |s_1| + s_1 \phi_1(u_1(t)) + \right. \\ &\quad \left. + \Omega_2 |s_2| + s_2 \phi_2(u_2(t)) \right\} \quad (29) \end{aligned}$$

در ادامه با استفاده از رابطه (۳۰) نشان می دهیم که دو نامساوی $s_1 \phi_1 \leq -\alpha_1 \lambda_1 \Omega_1^2 \frac{s_1^2}{\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1}$ و $s_2 \phi_2 \leq -\gamma_1 \lambda_2 \Omega_2^2 \frac{s_2^2}{\Omega_2 |s_2| + \varepsilon_2}$ برقرار است.

^۱ Chattering Phenomenon

$$\begin{cases} \phi_1(u_1(t)) = [1.4 + 0.2 \sin(u_1(t))]u_1(t) \\ \phi_2(u_2(t)) = [1.3 + 0.2 \cos(u_2(t))]u_2(t) \end{cases} \quad (39)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 1.2, \alpha_2 = 1.6 \\ \gamma_1 = 1.1, \gamma_2 = 1.5 \end{cases}$$

پارامترهای λ_1, λ_2 با توجه به شرطهای $\lambda_1 > 1/\alpha_1$ و $\lambda_2 > 1/\gamma_1$ ، به صورت $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ انتخاب شده‌اند. پارامترهای μ_1, μ_2 و توابع $\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t)$ که در اختیار طراح قرار دارند به صورت $\mu_1 = 3, \mu_2 = 0.5$ و $\varepsilon_1(t) = \varepsilon_2(t) = 0.1e^{-0.1t}$ شده‌اند. در ادامه با در نظر گرفتن رابطه‌های (۱۴) و (۲۸)، سیگنال‌های کنترل به صورت رابطه‌های (۴۰) و (۴۱) نتیجه می‌شوند.

$$\begin{aligned} u_1(t) = & -\{(\hat{\beta} + 10)|x_1| + 2|x_2| + \\ & + \hat{\delta}_1 + \hat{\zeta}_1\} \text{sign}(s_1) \\ u_2(t) = & -\{|x_1| + |x_1 x_3| + (0.5 + \hat{\eta})|x_4| + \\ & + \hat{\delta}_2 + \hat{\zeta}_2\} \text{sign}(s_2) \end{aligned} \quad (40)$$

$$u_1(t) = -\Omega_1^2 \frac{s_1}{\Omega_1 |s_1| + 0.1e^{-0.1t}},$$

$$\Omega_1 = (\hat{\beta} + 10)|x_1| + 2|x_2| + \hat{\delta}_1 + \hat{\zeta}_1 \quad (41)$$

$$u_2(t) = -\Omega_2^2 \frac{s_2}{\Omega_2 |s_2| + 0.1e^{-0.1t}},$$

$$\Omega_2 = |x_1| + |x_1 x_3| + (0.5 + \hat{\eta})|x_4| + \hat{\delta}_2 + \hat{\zeta}_2$$

در رابطه‌های (۴۰) و (۴۱)، متغیرهای $\hat{\beta}, \hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2, \hat{\zeta}_1, \hat{\zeta}_2$ و $\hat{\eta}$ با توجه به قانون‌های تطبیق رابطه (۱۶) تعیین می‌شوند و مقادیر اولیه در نظر گرفته شده برای این پارامترها در رابطه (۴۲) آورده شده است.

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_0 = 3, \hat{\delta}_{10} = 1.5, \hat{\zeta}_{10} = 0.5 \\ \hat{\delta}_{20} = 1.8, \hat{\zeta}_{20} = 2, \hat{\eta}_0 = 2 \end{aligned} \quad (42)$$

۵-۱ نتایج شبیه‌سازی با استفاده از سیگنال‌های

کنترلی رابطه (۴۰)

شکل (۳)، پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم فوق آشوب لورنز را با شرایط اولیه $X(0) = [0.1, 2, 3, -3]^T$ و اعمال سیگنال‌های کنترلی رابطه (۴۰) نشان می‌دهد که متغیرهای حالت به سمت نقطه تعادل خود همگرا شده‌اند. شکل‌های (۴) تا (۶) به ترتیب نمودار سطوح لغزشی - تطبیقی، نمودار سیگنال‌های کنترل و پاسخ زمانی پارامترهای نامعلوم را نشان می‌دهند. همان طوری که انتظار می‌رفت، به علت استفاده از تابع علامت، سیگنال‌های کنترلی این قسمت از

$$V(t) \leq V(0) - \int_0^t h(\tau) d\tau + \int_0^t (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) d\tau$$

$$\Rightarrow V(t) + \int_0^t h(\tau) d\tau \leq V(0) + \int_0^t (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) d\tau \quad (34)$$

$$\Rightarrow \int_0^t h(\tau) d\tau \leq V(0) + \int_0^t (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) d\tau$$

برای طرفین نامساوی رابطه (۳۴)، t را به سمت بی‌نهایت $(t \rightarrow \infty)$ میل داده و با در نظر گرفتن فرض $\int_0^\infty \varepsilon_i(t) dt < \infty, i = 1, 2$ ، نامساوی رابطه (۳۵) نتیجه می‌گردد.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t h(\tau) d\tau < \infty \quad (35)$$

در ادامه با توجه به لم باربالت، به رابطه (۳۶) می‌رسیم.

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\Omega_1^2 |s_1|^2 (\alpha_1 \lambda_1 - 1)}{\Omega_1 |s_1| + \varepsilon_1(t)} + \right. \\ \left. + \frac{\Omega_2^2 |s_2|^2 (\gamma_1 \lambda_2 - 1)}{\Omega_2 |s_2| + \varepsilon_2(t)} \right\} \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (36)$$

از آنجایی که برای همه‌ی زمان‌های $t > 0$ همواره $\Omega_2 > 0, \Omega_1 > 0$ ، $(\alpha_1 \lambda_1 - 1) > 0$ و $(\gamma_1 \lambda_2 - 1) > 0$ هستند، با توجه به رابطه (۳۶) می‌توان نتیجه گرفت برای زمانی که t به سمت بی‌نهایت $(t \rightarrow \infty)$ میل می‌کند، $s_1(t), s_2(t)$ به سمت صفر میل خواهند کرد $(s_1(t), s_2(t) \rightarrow 0)$. □

۵- نتایج شبیه‌سازی

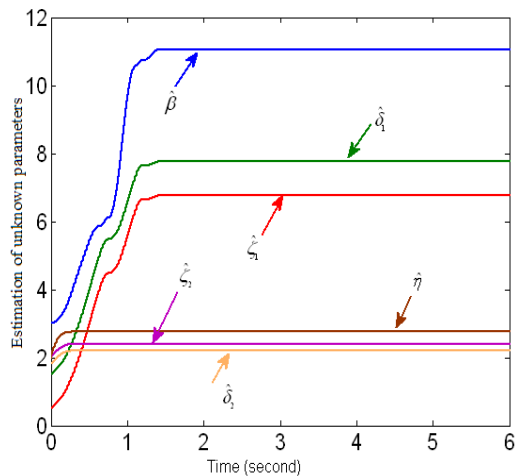
در این بخش، شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم افزار MATLAB انجام شده است. عدم قطعیت و اغتشاش‌ها به صورت رابطه‌های (۳۷) و (۳۸) انتخاب شده‌اند.

$$\begin{cases} \Delta f_1 = 0.3 \prod_{i=1}^4 \sin(i \pi x_i) \Rightarrow |\Delta f_1| \leq 0.3 = \delta_1 \\ \Delta f_2 = 0.2 \prod_{i=1}^4 \sin(i \pi x_i) \Rightarrow |\Delta f_2| \leq 0.2 = \delta_2 \end{cases} \quad (37)$$

$$\begin{cases} d_1(t) = 0.15 \sin(5t) \Rightarrow |d_1(t)| \leq 0.15 = \zeta_1 \\ d_2(t) = 0.1 \sin(7t) \Rightarrow |d_2(t)| \leq 0.1 = \zeta_2 \end{cases} \quad (38)$$

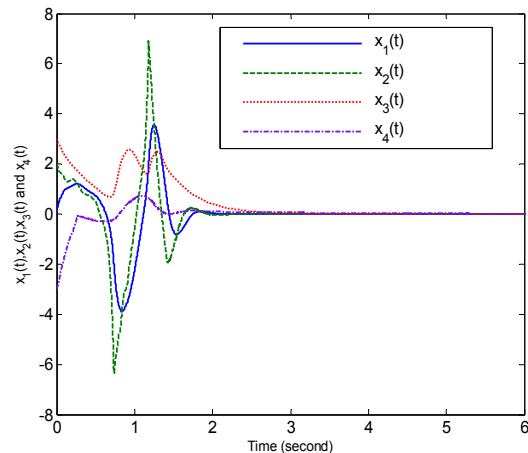
همچنین ورودی‌های کنترلی غیرخطی به صورت رابطه (۳۹)

منظور شده‌اند.



شکل ۶: پاسخ زمانی پارامترهای نامعلوم با در نظر گرفتن قوانین تطبیق

سوئیچینگ فرکانس بالایی برخوردارند که در پیاده سازی عملی مشکلاتی را به وجود می آورند.

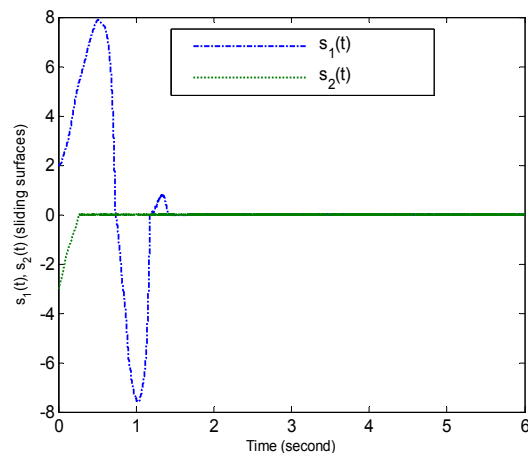


شکل ۳: پاسخ زمانی متغیرهای سیستم فوق آشوب با اعمال کنترل کننده رابطه (۴۰)

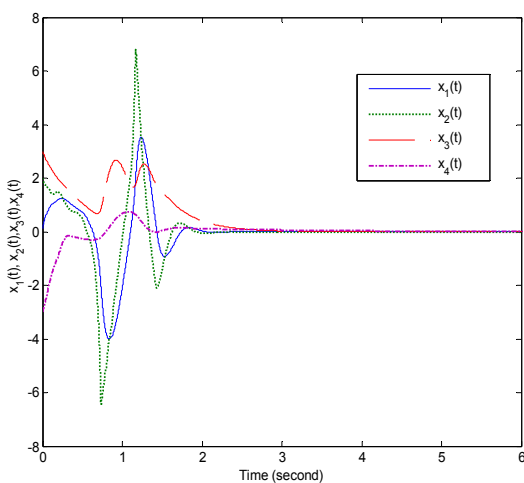
۵-۲- نتایج شبیه سازی با استفاده از سیگنال های

کنترل رابطه (۴۱)

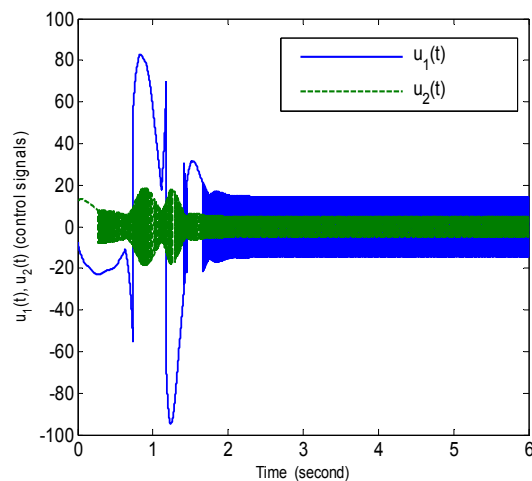
پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم فوق آشوب لورنز با شرایط اولیه $X(0) = [0.1, 2, 3, -3]^T$ و اعمال کنترل کننده های رابطه (۴۱) در شکل (۷)، آورده شده است. شکل های (۸) تا (۱۰) به ترتیب نمودار سطوح لغزشی- تطبیقی، نمودار سیگنال های کنترل و پاسخ زمانی پارامترهای نامعلوم مرتبط با این قسمت را نشان می دهند. در شکل (۹) به خوبی دیده می شود که سوئیچینگ های فرکانس بالای سیگنال های کنترل تا حد بسیار زیادی از بین رفته اند.



شکل ۴: نمودار دو سطح لغزشی $s_1(t), s_2(t)$



شکل ۷: پاسخ زمانی متغیرهای سیستم فوق آشوب با اعمال کنترل کننده رابطه (۴۱)



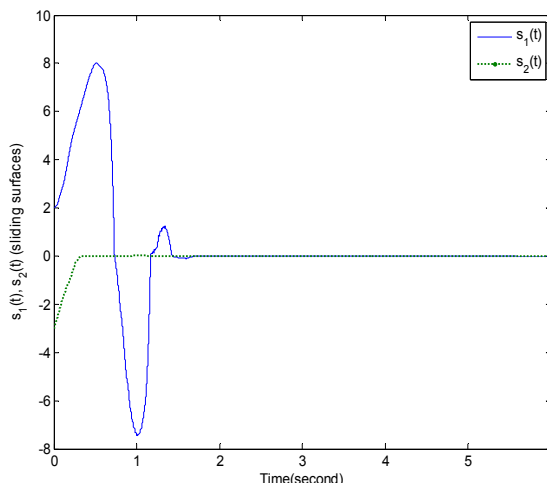
شکل ۵: نمودار سیگنال های کنترلی رابطه (۴۰)

۶- نتیجه گیری

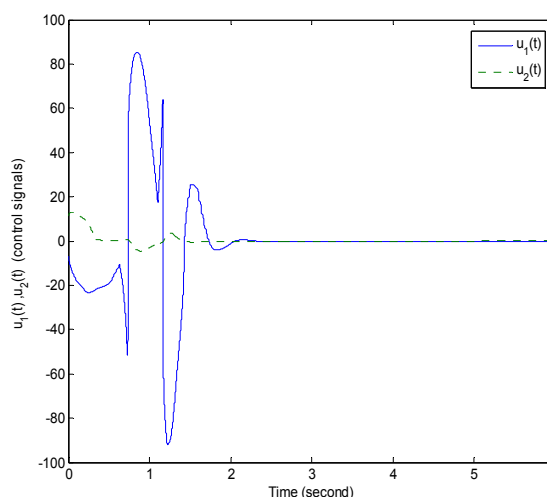
در این مقاله، پس از معرفی و بررسی مختصر رفتار دینامیکی سیستم فوق آشوب لورنز، برای پایداری سازی این سیستم، کنترل کننده-های لغزشی-تطبیقی در حضور عوامل ناخواسته‌ای همچون عدم قطعیت، اغتشاش، ورودی‌های کنترلی غیرخطی و نامعلوم بودن پارامترهای سیستم، طراحی شدند. از سطوح لغزشی-تطبیقی و قانون-های تطبیق در طراحی این کنترل کننده‌ها استفاده شد. با استفاده از قضیه پایداری لیاپانوف، پایداری دینامیک مد لغزشی سیستم فوق آشوب و شرط رسیدن به دو سطح لغزشی-تطبیقی اثبات شد. برای حذف سوچینگ‌های فرکانس بالای سیگنال‌های کنترل و در نتیجه کاهش پدیده وزوز، از جایگزینی تابع علامت با یک تابع پیوسته استفاده شد. نتایج شبیه‌سازی با استفاده از نرم افزار MATLAB نشان داد که کنترل-کننده‌های طراحی شده، قادر به حذف پدیده فوق آشوب و همگرا ساختن سیستم به سمت نقطه تعادل می‌باشند. همچنین با جایگزینی تابع علامت با یک تابع پیوسته، سوچینگ‌های فرکانس بالای سیگنال‌های کنترلی تا حد بسیار زیادی کاهش یافت.

مراجع

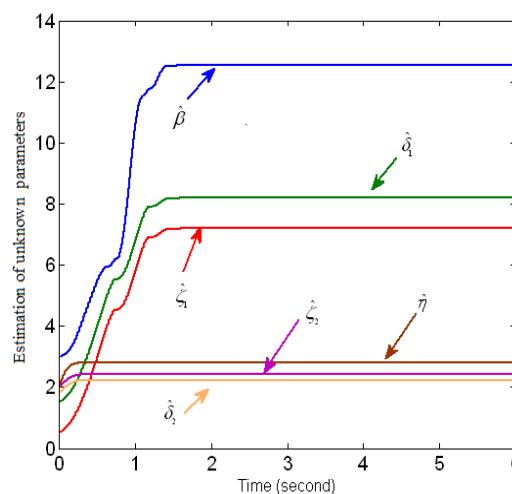
- [1] Perez, G., Cerdeira, H.A., 1995, "Extracting messages masked by chaos", *Physical Review Letters*, 74, 1970-1973.
- [2] Enys, A.C., Tamashevicius, A., Baziliauskas, A., 2003, "Hyperchaos in coupled Colpitts oscillators", *Chaos, Solitons Fractals*, 17, 349-353.
- [3] Kiss, I. Z., Wang, W., 2001, "Forcing Coupling and Feedback of Chaotic electrochemical Oscillators in Experimental Chaos", *6th Experimental chaos Conference*, Potsdam, Germany, 622, pp. 3-11.
- [4] Jing, Z., Xu, D., Chang, Y., Chen, L., 2003, "Bifurcations, chaos, and system collapse in a three node power system", *Electrical Power and Energy Systems*, 25, 443-461.
- [5] Goedgebuer, J.P., Larger, L., Porle, H., 1998, "Optical cryptosystem based on synchronization of hyperchaos generated by a delayed feedback tunable laser diode", *Physical Review Letters*, 80, 2249-2252.
- [6] Jia, Q., 2007, "Hyperchaos generated from the Lorenz chaotic system and its control", *Physics Letters A*, 366, 217-222.
- [7] Sparrow, C., *The Lorenz equation: bifurcation, chaos and strange attractors*, Springer, New York, 1982.



شکل ۸: نمودار دو سطح لغزشی $s_1(t), s_2(t)$

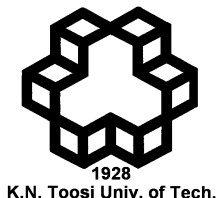


شکل ۹: نمودار سیگنال‌های کنترلی رابطه (۴۱)



شکل ۱۰: پاسخ زمانی پارامترهای نامعلوم با در نظر گرفتن قوانین تطبیق

- [۲۱] سارا دادرس، تابستان ۱۳۸۷، "طراحی کنترل کننده بر پایه مد لغزشی برای سیستم های آشوبناک"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس.
- [22] Rössler, O.E., 1979, "An equation for hyperchaos", *Physics Letters A*, 71, 155-157.
- [23] Wang, C., Zhang, X., Zheng, Y., Li, Y., 2006, "A new modified hyperchaotic Lü system", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 371, 260-272.
- [24] Li, Y., Chen, G., Tang, W.K.S., 2005, "Controlling a unified chaotic system to hyperchaotic", *IEEE Transaction Circuit System II*, 52, 204-207.
- [25] Tam, L.M., Chen, J.H., Chen, H.K., Tou, W.M.S., 2008, "Generation of hyperchaos from the Chen-Lee system via sinusoidal perturbation", *Chaos, Solitons and Fractals*, 38, 826-839.
- [26] Wu, X., Lu, J.A., Lu, H.C., Wong, S.C., 2007, "Suppression and generation of chaos for a three-dimensional autonomous system using parametric perturbations", *Chaos, Solitons and Fractals*, 31, 811-819.
- [27] Yau, H.T., Yan, J.J., 2008, "Chaos synchronization of different chaotic systems subjected to input nonlinearity", *Applied Mathematics and Computation*, 197, 775-788.
- [28] Yan, J.J., 2004, "Design of robust controllers for uncertain chaotic systems with nonlinear input", *Chaos, Solitons and Fractals*, 19, 541-547.
- [29] Yau, H.T., Yan, J.J., 2007, "Robust controlling hyperchaos of the Rössler system subject to input nonlinearities by using sliding mode control", *Chaos, Solitons and Fractals*, 33, 1767-1776.
- [30] Kuo, C.L., Wang, C.C., Pai, N.S., 2009, "Design of variable structure synchronization controller for two different hyperchaotic systems containing nonlinear inputs", *Journal of Applied Sciences*, 9, 2635-2639.
- [31] Yan, J.J., 2004, " H_∞ controlling hyperchaos of the Rössler system with input nonlinearity", *Chaos, Solitons and Fractals*, 21, 283-293.
- [8] Wu, W., Chen, Z., Yuan, Z., 2009, "The evolution of a novel four-dimensional autonomous system: Among 3-torus, limit cycle, 2-torus, chaos and hyperchaos", *Chaos, Solitons and Fractals*, 39, 2340-2356.
- [9] Chen, Z., Yuang, Y., Qi, G., Yuan, Z., 2007, "A novel hyperchaos system only with one equilibrium", *Physics Letters A*, 36, 696-701.
- [10] Gao, T., Chen, Z., Gu, Q., Yuan, Z., 2008, "A new hyper-chaos generated from generalized Lorenz system via nonlinear feedback", *Chaos, Solitons and Fractals*, 35, 390-397.
- [11] Ge, Z. M., Yang, G. H., 2009, "Hyperchaos of four state autonomous system with three positive lyapunov exponents", *Physics Letters A*, 373, 349-353.
- [12] Ott, E., Grebogi, C., Yorke, J.A., 1990, "Controlling chaos", *Physical Review Letters*, 64, 1196-1199.
- [13] Andrevskii, B.R., Fradkov, A.L., 2003, "Control of chaos: Methods and Application", *Automation and Remote Control*, 64, 675-718.
- [14] Laoye, J.A., Vincent, U.E., Kareem, S.O., 2009, "Chaos control of 4D chaotic systems using recursive backstepping nonlinear controller", *Chaos, Solitons and Fractals*, 39, 356-362.
- [15] Dou, F.Q., Sun, J.A., Duan, W.S., Lü, K.P., 2009, "Controlling hyperchaos in the new hyperchaotic system", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 14, 552-559.
- [16] Hou, Y.Y., Liao, T.L., Yan, J.J., 2007, " H_∞ synchronization of chaotic systems using output feedback control design", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 379, 81-89.
- [17] Jiang, W., Qiao, G. G., Bin, D., 2005, " H_∞ variable universe adaptive fuzzy control for chaotic system", *Chaos, Solitons and Fractals*, 24, 1075-1086.
- [18] Wang, H., Han, Z.Z., Xie, Q.Y., Zhang, W., 2009, "Sliding mode control for chaotic systems based on LMI", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 14, 1410-1417.
- [19] Chiang, T.Y., Hung, M. L., 2007, "Sliding mode control for uncertain unified chaotic systems with input nonlinearity", *Chaos, Soliton and Fractals*, 34, 437-442.
- [20] Dadras, S., Momeni, H.R., Majd, V.J., 2009, "Sliding mode control for uncertain new chaotic dynamical system", *Chaos, Solitons and Fractals*, 41, 1857-1862.



Journal of Control (ISSN 2008-8345)



A Joint Publication of the Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers and the K.N. Toosi University of Technology, Vol. 4, No. 4, Winter 2011.

Publisher: Iranian Society of Instrumentation and Control Engineers

Managing Director: Prof. Iraj Goodarznia

Editor-in-Chief: Prof. Ali Khaki-Sedigh

Tel: 84062317

Email: sedigh@kntu.ac.ir

Assistant Editor: Dr. Hamid Khaloozadeh, Dr. Alireza Fatehi

Executive Director: Dr. Hamid Khaloozadeh

Editorial Board:

Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. I. Goodarznia, Dr. H. Khaloozadeh (Associate Prof.), Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghafari, Dr. H.R. Momeni (Associate Prof), Prof. S.K. Nikraves, Prof. M. Shafiee, Prof. B. Moshiri.

Advisory Board:

Dr. H.R. Momeni, Prof. B. Moshiri, Prof. M. Shafiee, Prof. A. Khaki-Sedigh, Prof. P. Jabedar-Maralani, Prof. A. Ghaffari, Dr. H. Khaloozadeh, Dr. H.R. Taghirad, Dr. K. Masroori, Dr. M.T. Bathaei, Dr. M.T. Hamidi-Beheshti, Dr. F. Jafarkazemi, Dr. R. Amjadifard, Dr. S.A. Mousavian, Dr. M. Teshnelab, Prof. M. Haeri, Dr. S.A. Safavi, Prof. H. Seifi, Dr. A. Kazemi, Dr. A. Fatehi, Dr. M.R. Akbarzadeh-Toutounchi, Dr. M. Golkar, Dr. N. Pariz, Dr. M. Javadi, Dr. J. Heirani-Nobari, Prof. F. Hossein-Babaei, Dr. B. Moaveni, Dr. M. Aliari-Shourehdeli, Dr. M. Arvan, Dr. M. Tavakoli-Bina.

The ISICE Board of Director:

Abbas. Sheri-Moghadam, Prof. Masoud Shafiee., Dr. Hamid Reza Momeni, Dr. Hamid Khaloozadeh, Dr. Mehrdad Javadi, Dr. Davod Karimzadegan, Ali Kiani.

Address: Room 241, 2nd floor, No.71, Mousavi Ave. Ferdowsi Sq. Enghelab St. Tehran, Iran.
P.O. Box: 15815-3595 Tel: (+9821) 88813002 Fax: (+9821) 88324979
<http://www.isice.ir>



**A Joint Publication of the Iranian Society of Instrument and Control
Engineers and the K.N. Toosi University of Technology**
Vol. 4, No. 4, Winter 2011

Contents

Distributed Control of a Class Collective Behaviors in Multi-Agent Networks	1
Shahram Nosrati, Masoud Shafiee	
Exponential Nonlinear Observer Design Based on Differential State-Dependent Riccati Equation	14
Hossein Beikzadeh, Hamid Reza D. Taghirad	
A New Sliding Mode Observer Design for Linear System with Unknown Input and Time-varying Delay	24
Ali Ashraf Modarres, Hamid Reza Momeni	
Model Reference Adaptive Control for a Flexible Launch Vehicle with Heavy Payload	32
Iman Ghaffari, Abdol Majid khoshnood, Jafar Roshanian	
Proposing New Methods to Determine Depth of Anesthesia	39
Toktam Zoughi, Reza Boostani	
Design of Supervisory Based Switching QFT Controllers with Bumpless Transfer	51
Omid Namaki Shoushtari, Ali Khaki Sedigh	
Adaptive-Sliding Mode Control of Lorenz Hyperchaotic System Considering Uncertainties, External Disturbances, Nonlinear Inputs and Unknown Parameters	62
Ali Abooe, Mohammad Reza Jahed Motlagh, Mohammad Mehdi Arefi, Zahra Rahmani Charati	